ΛΥΣΕΙΣ ΕΡΓΑΛΕΙΩΝ

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 1: Γοτθική Τέχνη 3

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 2: Ισλαμική Τέχνη και Γεωμετρία 3

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 3: Αναγεννησιακή Τέχνη και Γεωμετρία 4

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 4: Πολύεδρα και Προοπτική 6

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 5: Οριγκάμι και Χωρικές Σχέσεις 9

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 6: Η Μαθηματική τέχνη του M.C. Escher· μια ανασκόπηση του έργου του Escher 11

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 7: Μια σύγχρονη έκθεση καλλιτεχνικών αριστουργημάτων που σχετίζονται με τα μαθηματικά 12

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 8: Χρυσή Αναλογία στη Ζωγραφική και την Αρχιτεκτονική 13

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 9: Καλλιτεχνική απεικόνιση μέσω της χρήσης των συναρτήσεων 15

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 10: Μοτίβα στα πορτογαλικά πεζοδρόμια 16

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 11: Φράκταλ και διαστάσεις 17

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 12: Η σπείρα Φιμπονάτσι στις εικαστικές τέχνες 18

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 13: Γεωμετρία διπλώματος χαρτιού 19

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 14: Λόγοι συχνοτήτων μουσικών νοτών 20

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 15: Πυθαγόρειο κούρδισμα και λόγοι 21

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 16: Αριθμητική σειρά σε αρμονική σειρά 23

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 17: Η Μουσική και η Χρυσή Αναλογία 24

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 18: Δυνάμεις στη συγκερασμένη κλίμακα 25

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 19: Ακτίνες συχνοτήτων των μουσικών νοτών 26

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 20: Η εξίσωση του ρυθμού 27

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 21: Τριγωνομετρικές συναρτήσεις σε αρμονική σειρά 28

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 22: Μουσική και Φιμπονάτσι 29

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 23: Ο Πυθαγόρας και η Μαθηματική Μουσική του 30

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 24: Ο Πυθαγόρας και η Μαθηματική Μουσική του 30

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 25: Ο Μπαχ και η μουσική ταινία του Μέμπιους 31

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 26: Ο Μπαχ και η μουσική ταινία του Μέμπιους 31

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 27: Λογάριθμοι στη συγκερασμένη κλίμακα 32

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 28: Βασική Αριθμητική στα “Υποζύγια” (Ο Άνθρωπος που μετρούσε, Κεφάλαιο III) 33
ΕΡΓΑΛΕΙΟ 29: Η Γεωμετρία μέσα από τα ‘Στοιχεία’ του Ευκλείδη (θεατρικό έργο) 33
ΕΡΓΑΛΕΙΟ 30: Όγκοι στον “Έβδομο Ουρανό” (Ο άνθρωπος που μετρούσε, κεφάλαιο VIII) 34
ΕΡΓΑΣΙΑ 1 35
ΕΡΓΑΛΕΙΟ 36: Πιθανότητες στην ταινία «21» του Robert Luketic 43
ΕΡΓΑΛΕΙΟ 37: Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων μέσα από την ταινία «Το Βασίλειο των Ουρανών» («Kingdom of Heaven») 44
ΕΡΓΑΛΕΙΟ 38: Πιθανότητα και στατιστική μέσω της ταινίας «Moneyball» 45
ΕΡΓΑΛΕΙΟ 39: Εκθετική αύξηση μέσα από την ταινία «Χωρίς αντάλλαγμα» («Pay it forward») 46
ΕΡΓΑΛΕΙΟ 40: Προσεγγίζοντας τους Πρώτους Αριθμούς και το Διαμερισμό Φυσικών Αριθμών μέσω της κινηματογραφικής ταινίας ‘The man who knew infinity’/ ‘Ο Άνθρωπος που Γνώριζε το Άπειρο’ 47
ΕΡΓΑΛΕΙΟ 41: Προσεγγίζοντας μια παραγωγό συνάρτησης μέσα από την ταινία «Αφανείς ηρωίδες» («Hidden Figures») 48
ΕΡΓΑΛΕΙΟ 42: Προσεγγίζοντας Τριγωνικούς Αριθμούς μέσω του Μεταφρασμένου βιβλίου "Ο αγαπημένος μαθηματικός τύπος του καθηγητή" της Γυόκο Ογκάουα/ Yoko Ogawa (2009). 50
ΕΡΓΑΛΕΙΟ 45: Γεωμετρία στην Ισλαμική Τέχνη 52
ΕΡΓΑΛΕΙΟ 50: Γραφήματα και συναρτήσεις στο βιβλίο ‘Οι Κατερίνες’ 58
ΕΡΓΑΛΕΙΟ 51: Θαλασσινό ταξίδι και κλίμακα 58
ΕΡΓΑΛΕΙΟ 54: Πιθανότητα στο «Ποιος σκότωσε τον σκύλο τα μεσάνυχτα» 59
ΕΡΓΑΛΕΙΟ 55: Ο θείος Πέτρος και η εικασία του Γκόλντμπαχ 60

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 1: Γοτθική Τέχνη

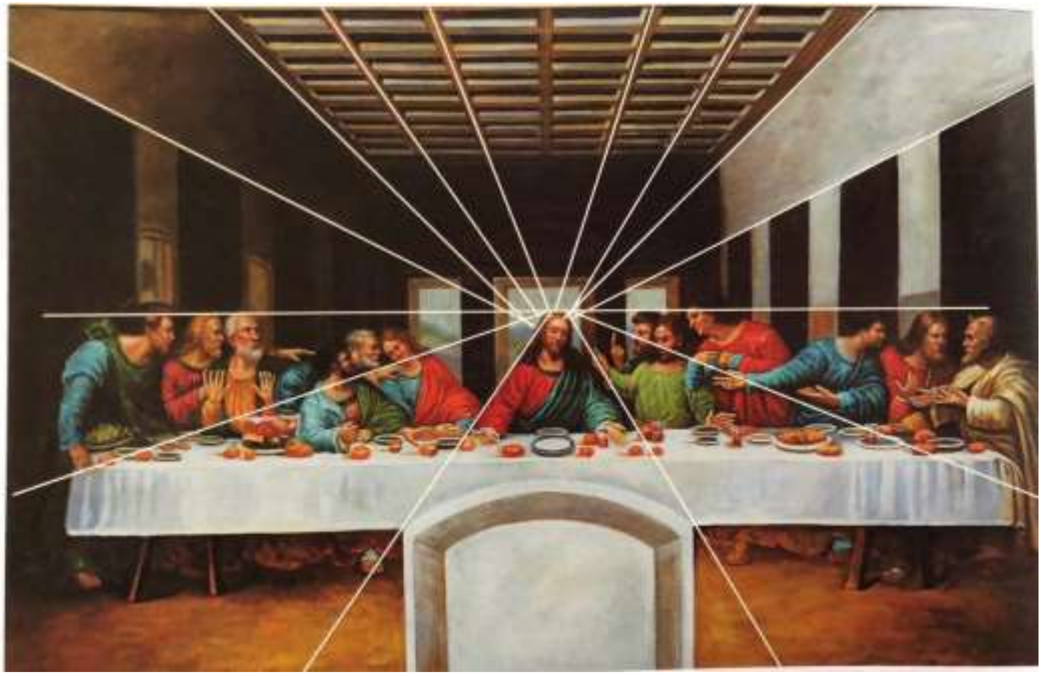
[η επεξήγηση δίνεται μέσα στο εργαλείο]

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 2: Ισλαμική Τέχνη και Γεωμετρία

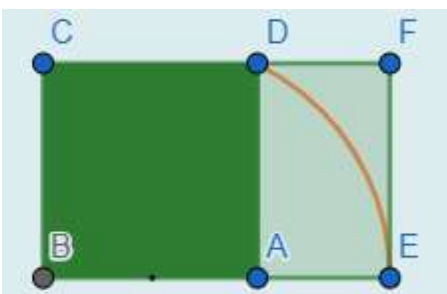
[η επεξήγηση δίνεται μέσα στο εργαλείο]

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 3: Αναγεννησιακή Τέχνη και Γεωμετρία

Α)



Β)



- $\frac{2,7}{b} = 1,618$
- 2,7 = 1,618 * b
- b = $\frac{2,7}{1,618}$
- b = 1,669

Γ)

Αυτός είναι ένας κώνος, καθώς είναι καμπυλωτός, δεν είναι πολύεδρο!

Ναι, αυτό είναι ένα ορθογώνιο πρίσμα

F + V – E = 2 ⇔ 6 + 8 – 12 = 2

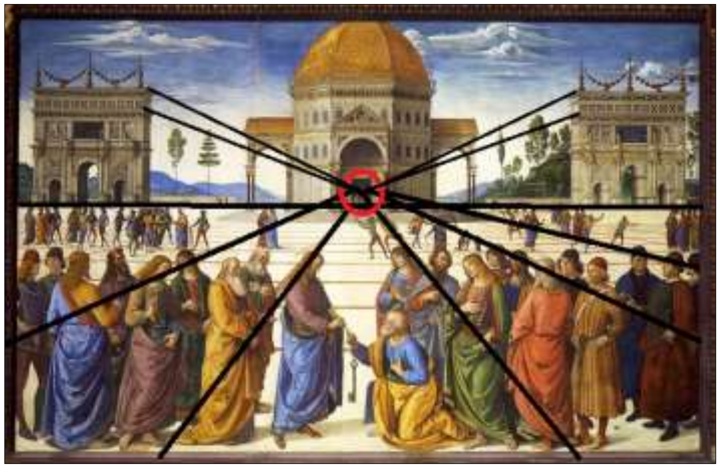
Ναι, αυτό είναι ένα τριγωνικό πρίσμα

5 + 6 – 9 = 2

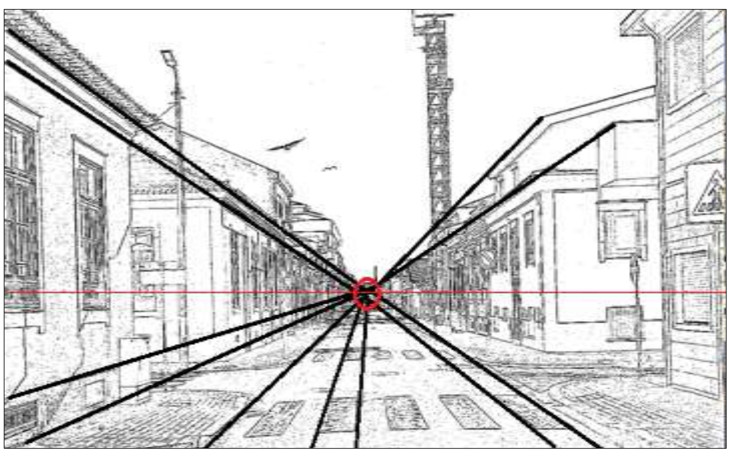
ΕΡΓΑΛΕΙΟ 4: Πολύεδρα και Προοπτική

ΕΡΓΑΣΙΑ 1

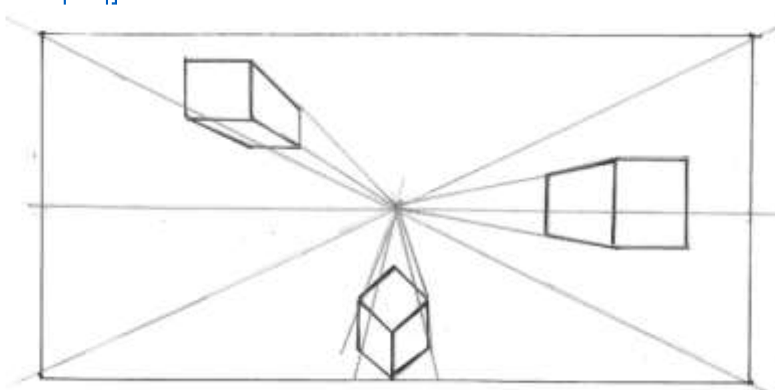
1.1 [Πιθανή απάντηση]



1.2 [Πιθανή απάντηση]

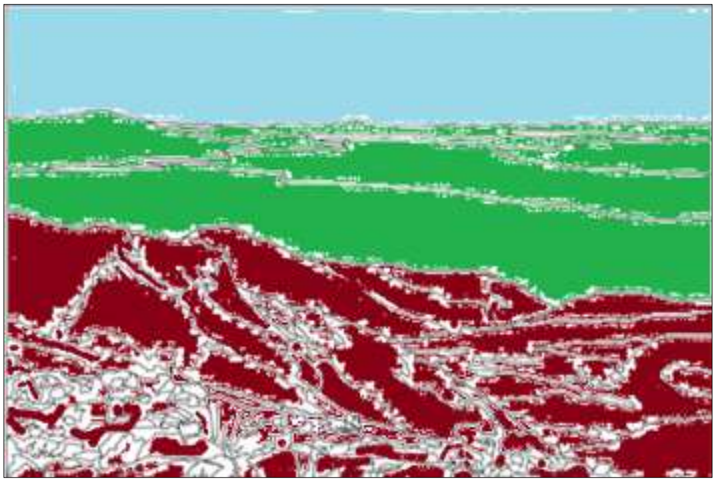


1.3 [Πιθανή απάντηση]



ΕΡΓΑΣΙΑ 2

[Πιθανή απάντηση]



ΕΡΓΑΣΙΑ 3

Εικ. 20 – Καμία προοπτική;

Εικ. 21 – Εναέρια προοπτική;

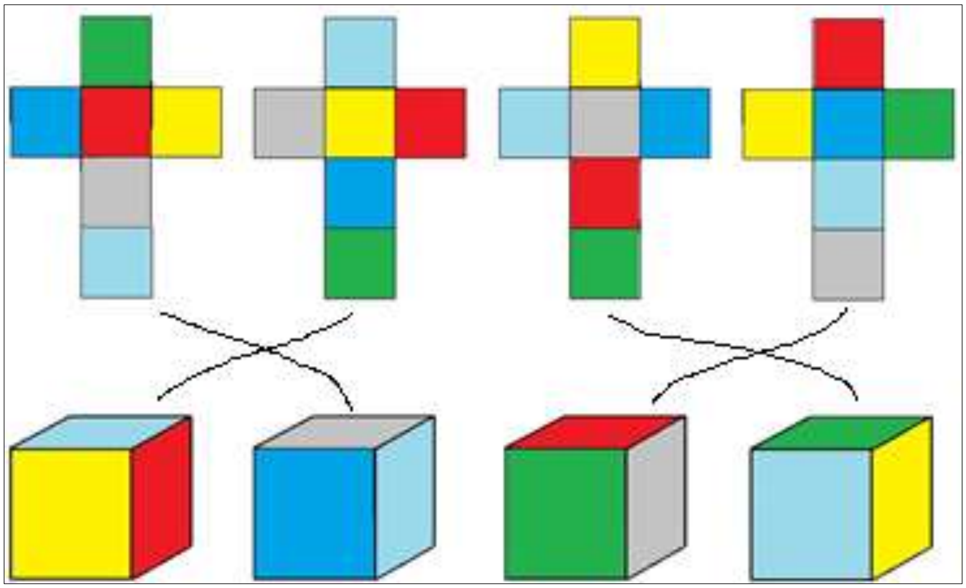
Εικ. 22 – Γραμμική προοπτική.

ΕΡΓΑΣΙΑ 4

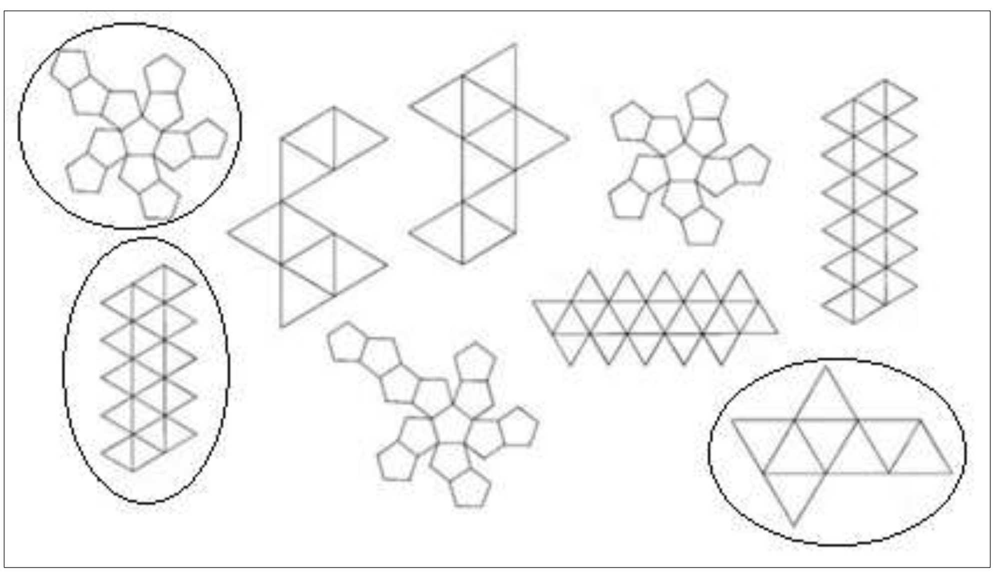
Πλατωνικά στερεά	Αριθμός Εδρών (F)	Αριθμός Κορυφών (V)	Αριθμός Ακρών (E)	E + 2	F + V
Εξάεδρο	6	8	12	14	14
Τετράεδρο	4	4	6	8	8
Οκτάεδρο	8	6	12	14	14
Δωδεκάεδρο	12	20	30	32	32
Εικοσάεδρο	20	12	30	32	32

ΕΡΓΑΣΙΑ 5

5.1



5.2



ΕΡΓΑΛΕΙΟ 5: Οριγκάμι και Χωρικές Σχέσεις

Το θεώρημα του Θαλή

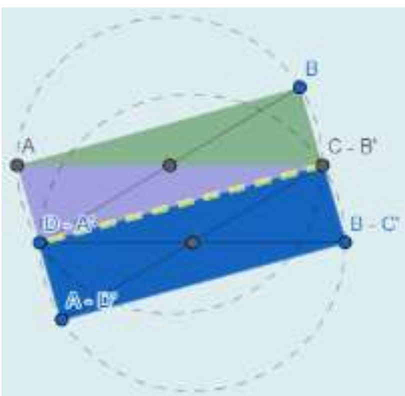
α) Ναι

β) Ναι

γ) Ότι οι γωνιές ∠ABC και ∠ADC είναι ορθές!

δ) [Πιθανή απάντηση]

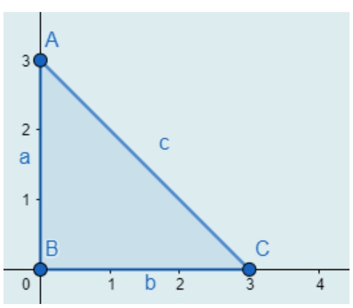
Αν διπλώσουμε το χαρτί στο τμήμα DC:



Μπορούμε να προβάλλουμε το ίδιο ορθογώνιο παρακάτω, το οποίο θα ονομάζεται A'B'C'D 'στο οποίο:

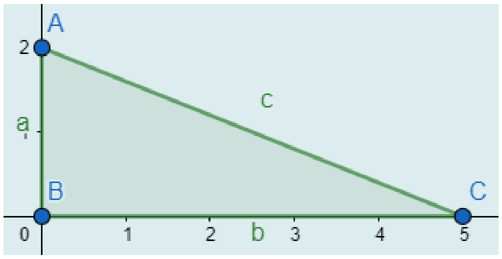
- Το τμήμα AB θα διπλωθεί στο τμήμα D'C '
- Το τμήμα DC θα γίνει το τμήμα A'B '

Πυθαγόρειο Θεώρημα



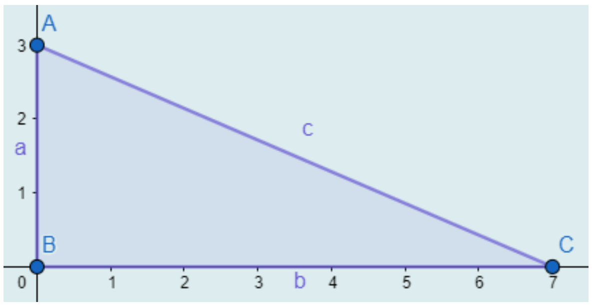
$3^2 + 3^2 = 9 + 9 = 18$

$c = \sqrt{18} = 4.2426$



$2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$

$c = \sqrt{29} = 5.3852$



$3^2 + 7^2 = 9 + 49 = 58$

$c = \sqrt{58} = 7.6158$

ΕΡΓΑΣΙΑ

Α) Ναι

Β) Ναι

Γ) Ναι

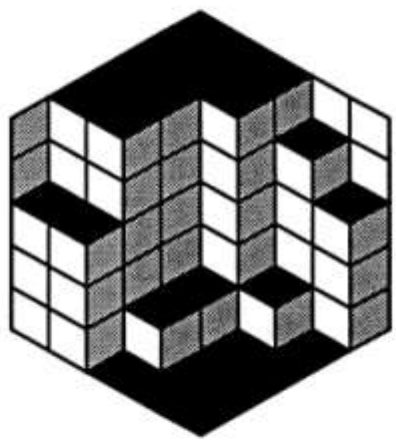
Δ) Ναι

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 6: Η Μαθηματική τέχνη του M.C. Escher· μια ανασκόπηση του έργου του Escher

ΕΡΓΑΣΙΑ

1) Ο Αριθμός των γλυκών είναι ίσος.

2)



3) Η παρατήρηση είναι ότι μετατρέπεται σε τρισδιάστατο σχήμα. Κύβος. Τα Calissons τείνουν να συμπεριφέρονται σαν πρόσωπα ενός μοναδιαίου κύβου (κύβοι των οποίων οι άκρες έχουν μήκος ένα).

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 7: Μια σύγχρονη έκθεση καλλιτεχνικών αριστουργημάτων που σχετίζονται με τα μαθηματικά

ΕΡΓΑΣΙΑ

Α → 6

Β → 7

Γ → 3

Δ → 4

Ε → 1

ΣΤ → 2

Ζ → 5

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 8: Χρυσή Αναλογία στη Ζωγραφική και την Αρχιτεκτονική

ΕΡΓΑΣΙΑ 1

α) Ξεκινάμε από **φ** = $\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$. Αυτή η εξίσωση θα μπορούσε να γραφτεί και ως $\frac{a}{b} = \frac{a}{a} + \frac{b}{a}$

Είναι ήδη γνωστό πως $\frac{a}{b} = \varphi$, όπου $\frac{b}{a} = \frac{1}{\varphi}$

Άρα παίρνουμε $\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi}$

β) Ξεκινάμε από: $\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi}$

- ⇨ $\varphi^2 = \varphi + 1$
- ⇨ $\varphi^2 - \varphi - 1 = 0$

Χρησιμοποιούμε τον τύπο για να προσδιορίσουμε τις δύο ρίζες (λύσεις):

$\varphi 1{,}2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, όπου a=1, b=-1, c=-1

- ⇨ $\varphi 1{,}2 = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 + 4}}{2}$

Διατηρούμε μόνο τη θετική λύση (μήκος)

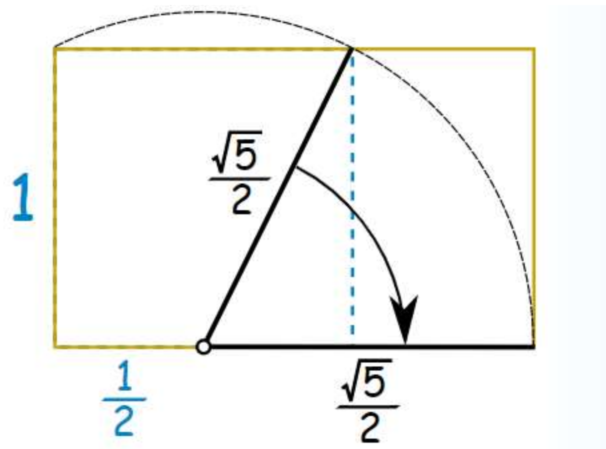
$\boldsymbol{\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.618}$

ΕΡΓΑΣΙΑ 2

α) στο θ)

ε) Χρησιμοποιούμε το Πυθαγόρειο θεώρημα για να βρούμε το μήκος της γραμμής:

$$\sqrt{(1^2+(\frac{1}{2})\text{^}2)}=\sqrt{\frac{5}{4}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$$



θ) Θυμηθείτε ότι $\varphi=\frac{a+b}{a}$, όπου: $a+b=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}$ και a=1

⇨ $\varphi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$=1.618

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 9: Καλλιτεχνική απεικόνιση μέσω της χρήσης των συναρτήσεων

ΕΡΓΑΣΙΑ 1

[Πιθανή Απάντηση]

C	(x + 4)^{2}+(y - 1)^{2} = 1^{2} {x < -3.25}	
L	X = -2.5{0 < y < 2}	Y = 0 { -2.5 < x < -1.5 }
A	2x + 2\ {-1 < x < 0 }	-2x + 2\ {0 < x < 1}
	Y =1 {-0.5 < x < 0.5 }	
S	(x - 2)^{2}+(y - 1.5)^{2}=0.25 {y > 1.5 }	(x-2)^{2}+(y-1.5)^{2}=.25 {1.5 < x<2 }
	(x - 2)^{2}+(y - 0.5)^{2} = .25 {2 < x < 2.5 }	(x - 2)^{2}+(y - 0.5)^{2} = .25 {y < 0.5 }
S	(x - 3.5)^{2}+(y - 1.5)^{2} = 0.25 { y > 1.5 }	(x - 3.5)^{2} + (y - 1.5)^{2} = .25 {3 < x < 3.5 }
	(x - 3.5)^{2} + (y - 0.5)^{2} = .25 {3.5 < x < 4 }	(x - 3.5)^{2} + (y - .5)^{2} = .25 {y < 0.5}

M	X = -6{0 < y < 2}	-1x - 4{-6 < x < -5}
	X + 6{-5 < x < -4}	X = -4{0 < y < 2}
A	2x + 6{-3 < x <-2}	-2x + -2{-2 < x < -1}
	Y = 1{-2.5 < x < -1.5}	
T	Y = 2{0 < x < 2}	X = 1{0 < y < 2}
H	X = 3{0 < y < 2}	X = 3 {0 < y < 2}
	X = 3{0 < y < 2}	
S	(x - 6)^{2} + (y - 1.5)^{2} = 0.25{y > 1.5}	(x - 6)^{2} + (y - 1.5)^{2} = .25{ 5 < x < 6}
	(x - 6)^{2} + (y - 0.5)^{2}=.25{ 6 < x< 6.5}	(x-6)^{2}+(y-0.5)^{2}=.25{y<0.5

ΕΡΓΑΣΙΑ 2

[Ανοιχτού Τύπου ερώτηση]

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 10: Μοτίβα στα πορτογαλικά πεζοδρόμια

ΕΡΓΑΣΙΑ 1

1.1 Περιστροφή των 180º (μισή στροφή).

1.2 Διανύσματα $\vec{u}$ και $\vec{t}$.

ΕΡΓΑΣΙΑ 2

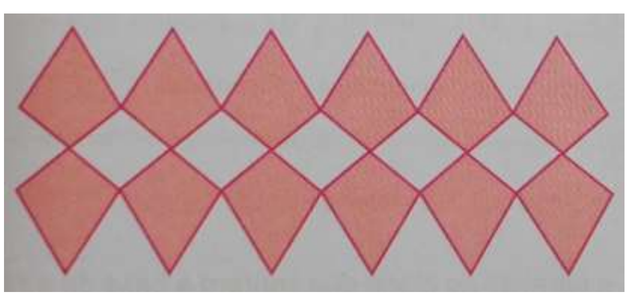
2.1 Ολίσθηση και μεταφορά

2.2 Κάθετες αντανακλάσεις, οριζόντιες αντανακλάσεις, περιστροφή 180º (μισή στροφή) και μεταφορά.

2.3 Κάθετη αντανάκλαση, αντανάκλαση ολίσθησης, περιστροφή 180º (μισή στροφή) και μεταφορά.

ΕΡΓΑΣΙΑ 3

[Πιθανή Απάντηση]



ΕΡΓΑΣΙΑ 4

I: Μεταφορά;

II: Κάθετη αντανάκλαση και μεταφορά.

III: Οριζόντια αντανάκλαση και μεταφορά.

IV: Περιστροφή 180° (μισή στροφή) και μεταφορά.

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 11: Φράκταλ και διαστάσεις

Ο Αρχιμήδης χρησιμοποίησε το γεγονός ότι η περιφέρεια ενός κύκλου περιορίζεται από την περίμετρο ενός εγγεγραμμένου πολυγώνου και την περίμετρο ενός περιεγραμμένου πολυγώνου. Αυτό το γεγονός χρησιμοποιήθηκε για την προσέγγιση π.

Ο Αρχιμήδης χρησιμοποίησε ένα πολύγωνο 96 όψεων για να βρει την ακόλουθη προσέγγιση:

$$\frac{223}{71} < \pi > \frac{22}{7}$$

Είναι εύκολο να χρησιμοποιήσετε αυτήν τη μέθοδο χρησιμοποιώντας τριγωνομετρία, ο Αρχιμήδης ωστόσο χρησιμοποίησε μόνο γεωμετρία και ελληνικούς αριθμούς.

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 12: Η σπείρα Φιμπονάτσι στις εικαστικές τέχνες

ΕΡΓΑΣΙΑ 1

M(7)= 13 ζευγάρια κουνελιών

M(12)=144 ζευγάρια κουνελιών

M(25)=75025 (αφού M(22)=17711 και M(24)=46368)

ΕΡΓΑΣΙΑ 2

α) 2 τρόποι (1-1-1, 1-1-2)

β) 3 τρόποι (1-1-1-1, 1-2-1, 1-1-2)

γ) 55 τρόποι

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 13: Γεωμετρία διπλώματος χαρτιού

Σώμα	Αριθμός πλευρών	Σχήμα στις πλευρικές επιφάνειες	Αριθμός μοιρών στη γωνία πλευρικής επιφάνειας	Το άθροισμα γωνίας στις ακμές του σώματος
Τετράεδρο	4	ισόπλευρο τρίγωνο	60	3*60=180
Εξάεδρο	6	τετράγωνο	90	360
Οκτάεδρο	8	ισόπλευρο τρίγωνο	60	180
Δωδεκάεδρο	12	πεντάγωνο	108	540
Εικοσάεδρο	20	ισόπλευρο τρίγωνο	60	180

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 14: Λόγοι συχνοτήτων μουσικών νοτών

Έχει αποδειχθεί ότι $r_3 = r_2.r_1$

- ⇨ $3/2 = 6/5 \, . \, r_1$
- ⇨ $r_1 = 5/4$

Αλλά γνωρίζουμε ότι $r_1=f_1/f_0$ και ότι $f_1=5$ Hz

- ⇨ $f_0=4$ Hz

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 15: Πυθαγόρειο κούρδισμα και λόγοι

ΕΡΓΑΣΙΑ

1)

C	D	E	F	G	A	B	C'	D'	E'	F'	
8:	9										x2
	2:				3						x9
16:					27						

2)

C	D	E	F	G	A	B	C'	D'	E'	F'	
16:					27						x2
					2:				3		x27
32:									81		

3)

C	D	E	F	G	A	B	C'	D'	E'	F'	
32:									81		x2
		1:							2		x81
64:		81									

4)

C	D	E	F	G	A	B	C'	D'	E'	F'	
64:		81									x2
		2:				3					x81
128:						243					

5)

C	D	E	F	G	A	B	C'	D'	E'	F'	
128:						243					x2
						2:				3	x243
256:										729	

6)

C	D	E	F	G	A	B	C'	D'	E'	F'	
256:										729	x2
			1:							2	x729
512:			729								

Τώρα μπορείτε να δώσετε τους λόγους για όλες τις νότες!

C	D	E	F	G	A	B	C'
1/1	9/8	81/64	729/512	3/2	27/16	243/128	2/1

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 16: Αριθμητική σειρά σε αρμονική σειρά

ΕΡΓΑΣΙΑ 1

Ακολουθήστε τον σύνδεσμο για παράδειγμα:
https://www.youtube.com/watch?v=AQJw95-H9mM

ΕΡΓΑΣΙΑ 2

2.1) $u_n = 5n - 2$

2.2) $u_n = -3n + 1$

2.3) $u_n = \frac{1}{n}$

2.4) $u_n = \frac{1}{3n}$

2.5) $u_n = \frac{1}{n^3}$

ΕΡΓΑΣΙΑ 3

3.1) $3, 6, 9, 12, 15, \dots$

3.2) $4, 9, 14, 19, 24, \dots$

3.3) $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{25}, \dots$

3.4) $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \dots$

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 17: Η Μουσική και η Χρυσή Αναλογία

ΕΡΓΑΣΙΑ

1) $\varphi = \frac{(a+b)}{a}$

$a = \frac{(a+b)}{\varphi}$

$a = \frac{55}{\varphi} = 34$

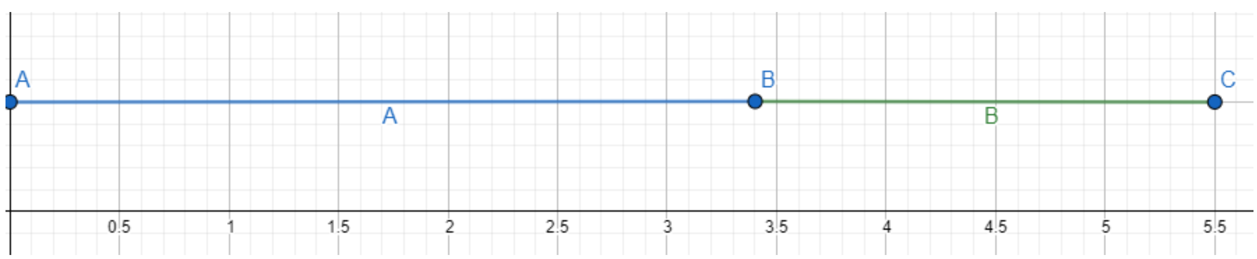
2) $\varphi = \frac{a}{b}$

$b = \frac{a}{\varphi}$

$b = \frac{34}{\varphi} = 21$

3) $\varphi = \frac{55}{34} = \frac{34}{21} \approx 1,618$

4)



ΕΡΓΑΛΕΙΟ 18: Δυνάμεις στη συγκερασμένη κλίμακα

ΕΡΓΑΣΙΑ 1

1.1. -8 **1.2.** 1 **1.3.** $\frac{4}{25}$ **1.4.** 0 **1.5.** $\frac{1}{16}$

ΕΡΓΑΣΙΑ 2

2.11. $4^3 \times 4^5 = 4^8$;

2.12. $(-3)^3 \times (-3)^5 = (-3)^8$;

2.13. $5^7 : 5^5 = 5^2$;

2.14. $\left(-\frac{3}{2}\right)^8 : \left(-\frac{3}{2}\right)^5 = \left(-\frac{3}{2}\right)^3$;

2.15. $(3^5)^2 = 3^{10}$;

2.16. $(3^5)^3 = 3^{15}$;

2.17. $\left(\frac{27}{8}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^6$

ΕΡΓΑΣΙΑ 3

3.1. $\left(\frac{1}{2}\right)^3$;

3.2. $\left(\frac{5}{3}\right)^{12}$;

3.3. $\left(\frac{1}{5}\right)^{11}$;

3.4. $\left(\frac{3}{5}\right)^{12}$.

ΕΡΓΑΣΙΑ 4

4.1. 64;

4.2. 18;

4.3. $\frac{9}{25}$.

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 19: Ακτίνες συχνοτήτων των μουσικών νοτών

a) ma+nb+sc = m log(2) + n log (3/2) + s log (5/4)

Αλλά πρέπει να λάβουμε υπόψη τις ακόλουθες ιδιότητες των λογαρίθμων:

x log y = log (y)x

και log(x) + log (y) = log (xy)

Άρα ma+nb+sc = log(2)m + log (3/2)n + log (5/4)s

ma+nb+sc = log [(2)m (3/2)n (5/4)s]

Κατά συνέπεια, η αναλογία του τυχαίου διαστήματος ma+nb+sc είναι (2)m (3/2)n (5/4)s

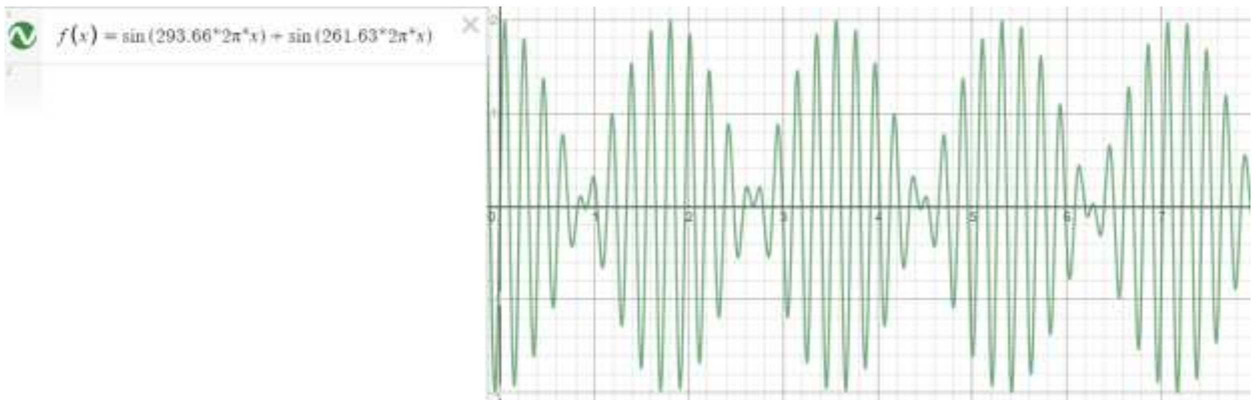
Με αυτόν τον τρόπο, έχουμε αποδείξει ότι οποιοδήποτε διάστημα μπορεί να προσδιοριστεί ως συναρτήσεις του a,b και c.

B) Το διάστημα ορίζεται ως b+c, (έχουμε λάβει το τυχαίο διάστημα ma + nb + sc λαμβάνοντας υπ 'όψιν ότι m=0, n=1 και s=1). Κατά συνέπεια, η αναλογία είναι (3/2)(5/4)= (15/8)

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 20: Η εξίσωση του ρυθμού

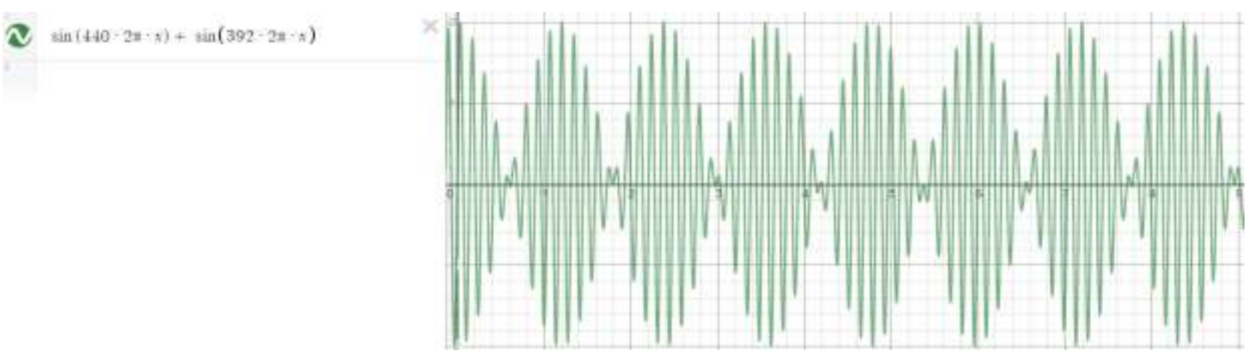
1) D και C

$$sin(293.66 * 2\pi * x) + sin(261.63 * 2\pi * x) = 2sin(277.64x * 2\pi) + cos(32x * 2\pi)$$



2) A και G

$$sin(440 * 2\pi * x) + sin(392 * 2\pi * x) = 2sin(416x * 2\pi) + cos(48x * 2\pi)$$



ΕΡΓΑΛΕΙΟ 21: Τριγωνομετρικές συναρτήσεις σε αρμονική σειρά

ΕΡΓΑΣΙΑ 1

1.1 $P = \pi$

1.2 $P = 6$

1.3 $P = \frac{2\pi}{5}$

1.4 $P = 2$

1.5 $P = \frac{\pi}{2}$

1.6 $P = 2$

ΕΡΓΑΣΙΑ 2

2.1. $x = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi \; V \; x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in Z;$

2.2. $x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi \; V \; x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in Z;$

2.3. Αδύνατο επειδή $-1 \leq sin\, x \leq 1$ και $2 \notin [-1; 1];$

2.4. $x = \frac{\pi}{12} + k\pi \; V \; x = \frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in Z.$

ΕΡΓΑΣΙΑ 3

3.1. $x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi \; V \; x = -\frac{3\pi}{4} + 2k\pi, k \in Z;$

3.2. $x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \; V \; x = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in Z;$

3.3. $x = \pi \; V \; x = 3\pi.$

ΕΡΓΑΣΙΑ 4

4.1. $x = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi, k \in Z;$

4.2. $x = \frac{\pi}{8} \; V \; x = \frac{5\pi}{8} \; V \; x = \frac{9\pi}{8} \; V \; x = \frac{13\pi}{8}.$

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 22: Μουσική και Φιμπονάτσι

$x_{16} = \frac{\varphi^{16}-(1-\varphi)^{16}}{\sqrt{5}} = 987$

$x_{17} = \frac{\varphi^{17}-(1-\varphi)^{17}}{\sqrt{5}} = 1597$

$x_{18} = \frac{\varphi^{18}-(1-\varphi)^{18}}{\sqrt{5}} = 2584$

$x_{19} = \frac{\varphi^{19}-(1-\varphi)^{19}}{\sqrt{5}} = 4181$

$x_{20} = \frac{\varphi^{20}-(1-\varphi)^{20}}{\sqrt{5}} = 6765$

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 23: Ο Πυθαγόρας και η Μαθηματική Μουσική του

ΕΡΓΑΣΙΑ

6) Το μήκος κύματος του τόνου είναι 4 φορές η απόσταση από το στόμα έως την επιφάνεια του νερού, σχηματίζεται έτσι ένα κύμα 1/4 μερών στη φιάλη! Όσο υψηλότεροι είναι οι τόνοι, τόσο μικρότερα είναι τα μήκη κύματος.

$$\frac{340\ m/s}{συχνότητα} = \text{μήκος κύματος}$$

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 24: Ο Πυθαγόρας και η Μαθηματική Μουσική του

ΕΡΓΑΣΙΑ 1

6) Το μήκος κύματος του τόνου είναι 4 φορές η απόσταση από το στόμα έως την επιφάνεια του νερού, σχηματίζεται έτσι ένα κύμα 1/4 μερών στη φιάλη! Όσο υψηλότεροι είναι οι τόνοι, τόσο μικρότερα είναι τα μήκη κύματος

$$\frac{340\ m/s}{συχνότητα} = \text{μήκος κύματος}$$

ΕΡΓΑΣΙΑ 2

Εάν φυσήξετε στο μπουκάλι, θα είναι ο αέρας που δονείται. Εάν χτυπήσετε το μπουκάλι θα είναι το μπουκάλι που δονείται. Ο ήχος όταν φυσάτε θα είναι υψηλότερος από τον ήχο από το χτύπημα.

ΕΡΓΑΣΙΑ 3

Χρησιμοποιήστε τις πληροφορίες (τον τύπο) από την απάντηση της Εργασίας 1 και μετρήστε τις φιάλες σας.

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 25: Ο Μπαχ και η μουσική ταινία του Μέμπιους

ΕΡΓΑΣΙΑ

α) $4\frac{2}{3}\ au$

β) $2\frac{2}{3}au$

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 26: Ο Μπαχ και η μουσική ταινία του Μέμπιους

ΕΡΓΑΣΙΑ

α) 3 γύροι

β)102 cm

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 27: Λογάριθμοι στη συγκερασμένη κλίμακα

ΕΡΓΑΣΙΑ 1

1.1. 6 **1.2.** 1 **1.3.** -4 **1.4.** 0 **1.5.** $-\frac{1}{2}$

1.6. 6 **1.7.** 3 **1.8.** -2 **1.9.** $\frac{1}{2}$ **1.10.** $\frac{4}{3}$

1.11. $-\frac{1}{2}$ **1.12.** -2 **1.13.** -7

ΕΡΓΑΣΙΑ 2

2.11. $4;$

2.12. $-2;$

2.13. $-7;$

2.14. $-\frac{19}{5};$

2.15. $-1;$

2.16. $-\frac{5}{6}.$

ΕΡΓΑΣΙΑ 3

3.1. $10;$ **3.2.** $1;$ **3.3.** $40.$

ΕΡΓΑΣΙΑ 4

$-2.$

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 28: Βασική Αριθμητική στα "Υποζύγια" (Ο Άνθρωπος που μετρούσε, Κεφάλαιο III)

ΕΡΓΑΣΙΑ 1

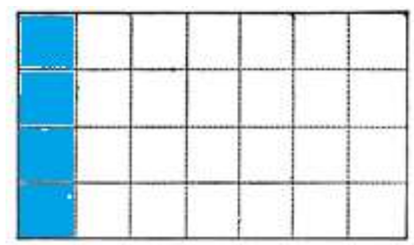
1) b

2) a

3) b

4.1) [Πιθανή απάντηση]

4.2) [Πιθανή απάντηση]



5.1) b

5.2) c

5.3) b

5.4) b

5.5) c

5.6) c

6.1) b

6.2) c

6.3) a

6.4) a

7) a

8) b

9) b

10) c

11) b

ΕΡΓΑΣΙΑ 2

[Υπόδυση Ρόλων]

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 29: Η Γεωμετρία μέσα από τα 'Στοιχεία' του Ευκλείδη (θεατρικό έργο)

ΕΡΓΑΣΙΑ

[Υπόδυση Ρόλων]

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 30: Όγκοι στον "Έβδομο Ουρανό" (Ο άνθρωπος που μετρούσε, κεφάλαιο VIII)

ΕΡΓΑΣΙΑ 1

[Υπόδυση Ρόλων]

ΕΡΓΑΣΙΑ 2

1.1. $216\ cm^3$.

1.2. $24\ cm^3$.

1.3. $192\ cm^3$.

ΕΡΓΑΣΙΑ 3

$564\pi\ cm^3$.

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 31: Προσεγγίζοντας τη Μαθηματική Λογική μέσα από 'Το Μάθημα' του Ευγένιου Ιονέσκο (θεατρικό έργο)

ΕΡΓΑΣΙΑ 1

(I)

(i) Όχι

(ii) Ναι

(iii) Όχι

(II)

P	P'
A	A' (Ψευδής-F)
Y	Y' (Αληθής- T)

(III)

P1	P2	P1 and P2
A	Y	Ψευδής (F)
Y	A	Ψευδής (F)
Y	Y	Ψευδής (F)
A	A	Αληθής (T)

(IV)

P1	P2	P1 or P2

Α	**Υ**	**Αληθής (Τ)**
Υ	**Α**	**Αληθής (Τ)**
Υ	**Υ**	**Ψευδής (F)**
Α	**Α**	**Αληθής (Τ)**

ΕΡΓΑΣΙΑ 2

Εισηγήσεις

- Αφού συζητηθούν κάποιες βασικές έννοιες της Μαθηματικής Λογικής, όπως η μαθηματική αλήθεια, η μαθηματική επίπτωση, η μαθηματική ισοδυναμία, αυτό το σενάριο μπορεί να διαβαστεί ή να δοθεί ως εργασία στο σπίτι για να απομνημονευθεί και να δράσει από τους μαθητές.
- Ο δάσκαλος μπορεί να αποφασίσει να δώσει τις πληροφορίες στους μαθητές σχετικά με το ποιος ήταν ο Eugene Ionesco μέσω τυπωμένων φυλλαδίων, π.χ.
  Διανομή ή παροχή του συνδέσμου:
  https://en.wikipedia.org/wiki/Eug%C3%A8ne_Ionesco
  Ή μπορεί να ξεπεράσει την ΕΡΓΑΣΙΑ του να ζητήσει από τους μαθητές να κάνουν μια γρήγορη αναζήτηση για το ποιος ήταν ο Ιονέσκο και να το παρουσιάσουν στις βαφές τους που διαιρέθηκαν για αυτήν την κύρια εργασία.
- Μουσική: είναι πάντα ευπρόσδεκτη ως υπόκρουση. Ο δάσκαλος μπορεί να το επιλέξει από πριν ή να ζητήσει από τους μαθητές να επιλέξουν ένα κατάλληλο.
  Αξεσουάρ: Μπορούν να χρησιμοποιήσουν κάποια μαθηματικά όργανα από την τάξη.
  Κοστούμια: μπορεί να είναι πολύ απλή και να καθοδηγείται a priori να φέρεται από το σπίτι.

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 32: Πρώτοι αριθμοί στη σειρά “The Big Bang Theory” από τους Chuck Lorre και Bill Prady

Πρώτοι αριθμοί και σύνθετοι αριθμοί

55	σύνθετος
41	πρώτοι
37	πρώτοι
49	σύνθετος
17	πρώτοι

Πρωταρχική παραγοντοποίηση

Α) $15 = 5 \times 3$

Β) $36 = 3 \times 2 \times 3 \times 2 = 3^2 \times 2^2$

Γ) $72 = 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 32 \times 23$

Δ) $118 = 2 \times 59$

Ε) $270 = 5 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 5 \times 2 \times 3^3$

Δοκιμάστε το και με τους αριθμούς που ακολουθούν:

α) $\sqrt{493} = 22.2036033112$

Δες εάν μπορεί να διαιρεθεί με τα ακόλουθα: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19

Μπορεί να διαιρεθεί μόνο με το 17

$493 = 17 \times 29$

β) $\sqrt{2486} = 49.8598034493$

Δες εάν μπορεί να διαιρεθεί με τα ακόλουθα 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47

Μπορεί να διαιρεθεί με το 2, 11

2486 x 11 x 113

γ) $\sqrt{11541}$ = 107.429046352

Δες εάν μπορεί να διαιρεθεί με τα ακόλουθα 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107

Μπορεί να διαιρεθεί μόνο με το 3

11541 = 3 x 3847

δ) $\sqrt{199}$ = 14.1067359797

Δες εάν μπορεί να διαιρεθεί με τα ακόλουθα 2, 3, 5, 7, 11, 13

Δεν μπορεί να διαιρεθεί με κανένα από τα πιο πάνω, άρα είναι πρώτος αριθμός.

ΕΡΓΑΣΙΑ

1. $\sqrt{73}$ = 8.54400374532

Δες αν μπορεί να διαιρεθεί με 2, 3, 5, 7

Δεν μπορεί να διαιρεθεί με κανένα από αυτά, οπότε είναι ο ίδιος ένας πρώτος αριθμός.

2. $\sqrt{37}$ = 6.0827625303

Δες αν μπορεί να διαιρεθεί με y 2, 3, 5

Δεν μπορεί να διαιρεθεί με κανένα από αυτά, οπότε είναι ο ίδιος ένας πρώτος αριθμός.

3. 73 είναι ο 21^{ος} πρώτος αριθμός

N = 21 και P_n = 73

21 = 7 x 3

4. 37 είναι ο 12ος πρώτος αριθμός

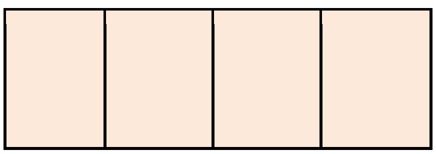
N = 21 και $P_n = 73$

$rev(p_{21}) = rev(73) = 37$

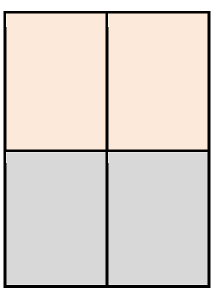
$p_{rev(21)} = p_{12} = 37$

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 33: Θεώρημα πρώτων αριθμών και διαμερίσεις στο «Ο άνθρωπος που γνώριζε το άπειρο» του Μάθιου Μπράουν

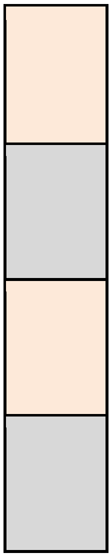
ΕΡΓΑΣΙΑ



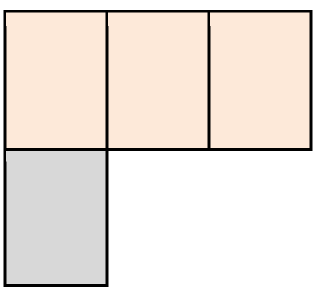
- 4



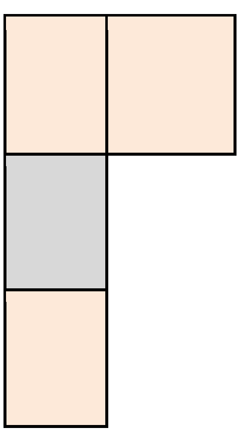
- 2+2;



- 1+3;



- 1+1+2;



- 1+1+1+1;

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 34: Προσέγγιση μη-τυπικών μαθηματικών μέσω της ταινίας «X + Y» (επίσης γνωστή ως «A Brilliant Young Mind» 'Ένα Λαμπρό Νεαρό Μυαλό')

Η λύση των ερωτημάτων που προσεγγίστηκαν στην Εργασία περιγράφονται εδώ:

Δώστε το φύλλο 0 να βλέπει προς τα επάνω και το 1 προς τα κάτω.

Αρχικά όλα τα φύλλα βλέπουν προς τα κάτω, οπότε η αρχική σειρά είναι 1111 ...

Μια κίνηση μπορεί να αλλάξει 10 σε 01 ή 11 έως 00 και έτσι ο αριθμός που προκύπτει σε δυαδικό είναι αυστηρά μικρότερος από τον προηγούμενο.

Έτσι ξεκινώντας από το 1111 .. ο αριθμός μειώνεται με κάθε κίνηση, επομένως οι κινήσεις πρέπει τελικά να τερματιστούν σε 000…

Ανεξάρτητα από το φύλλο που είναι γυρισμένο προς τα κάτω και που θα επιλέξετε θα καταλήξετε να έχετε όλα τα φύλλα προς τα πάνω.

Η λύση από την ταινία από τον πρωταγωνιστή:

https://www.youtube.com/watch?time_continue=14&v=mYAahN1G8Y8

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 35: Το θεώρημα του Bayes στην ταινία «Επιστροφή στο Μέλλον» του Ρόμπερτ Ζεμέκις

ΕΡΓΑΣΙΑ

- P(1955|F328) and P(1871|F328) είναι ίσο με 0,0.
- Τώρα έχουμε δύο διαφορετικές επιλογές: 1985 και 2019

P(1985|F328) = $\frac{P(1985)*P(F328|1985)}{P(F328)}$

P(2019|F328) = $\frac{P(2019)*P(F328|2019)}{P(F328)}$

Πρέπει να γνωρίζουμε από πριν ότι το P(F328) πριν να συνεχίσουμε:

P(F328) = (0,12 * 0,032) + (0,03 * 0,0064) = 0.004

P(1985|F328) = $\frac{0{,}032*0{,}12}{0{,}004}$ = 0,96

P(2019|F328) = $\frac{0{,}0064*0{,}03}{0{,}004}$ = 0,04

Υπάρχει ένα 96% να είναι στο 1985 έναντι 4% να είναι το 2019.

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 36: Πιθανότητες στην ταινία «21» του Robert Luketic

ΕΡΓΑΣΙΑ

Αρχικά, ας δούμε την πιθανότητα να έχουμε καθεμία από τις πιθανές επιλογές:

P(Άσο) = $\frac{4}{10}$	P(10) = $\frac{2}{10}$	P(Τζακ) = $\frac{1}{10}$	P(4)) = $\frac{1}{10}$	P(5) = $\frac{2}{10}$

● Παρατηρούμε ότι τα δύο φύλλα δεν μπορούν να περιλαμβάνουν 4 ή 5, καθώς το άθροισμα με το άλλο δεν θα φτάσει τους 21 πόντους.

● Παρατηρούμε επίσης ότι θα χρειαστούμε το χέρι για να συμπεριλάβουμε έναν Άσο και ένα φύλλο 10 πόντων.

● Για να υπολογίσουμε αυτό, θα πρέπει να υπολογίσουμε την πιθανότητα να έχουμε είτε έναν Άσο και έναν 10 ή έναν Άσο και έναν Τζακ.

Για να το γράψουμε μαθηματικά, ο τελικός υπολογισμός θα είναι: P(A∩J∪A∩10)

Θα χρειαστεί να χρησιμοποιήσουμε τον τύπο P(A∩B) = P(A) x P(B) για κάθε περίπτωση:

1) P(A∩10) = $\frac{4}{10}\ x\ \frac{2}{10} = \frac{8}{100} = \frac{4}{50}$

2) P(A∩J) = $\frac{4}{10}\ x\ \frac{1}{10} = \frac{4}{100} = \frac{2}{50}$

- Τώρα, πρέπει να γνωρίζουμε τον υπολογισμό P(1∩2) = $\frac{4}{50}\ x\ \frac{2}{50} = \frac{8}{250}$
- Τέλος, θα χρησιμοποιήσουμε τον τύπο P(A∪B) = P(A) + P(B) – P(A∩B)

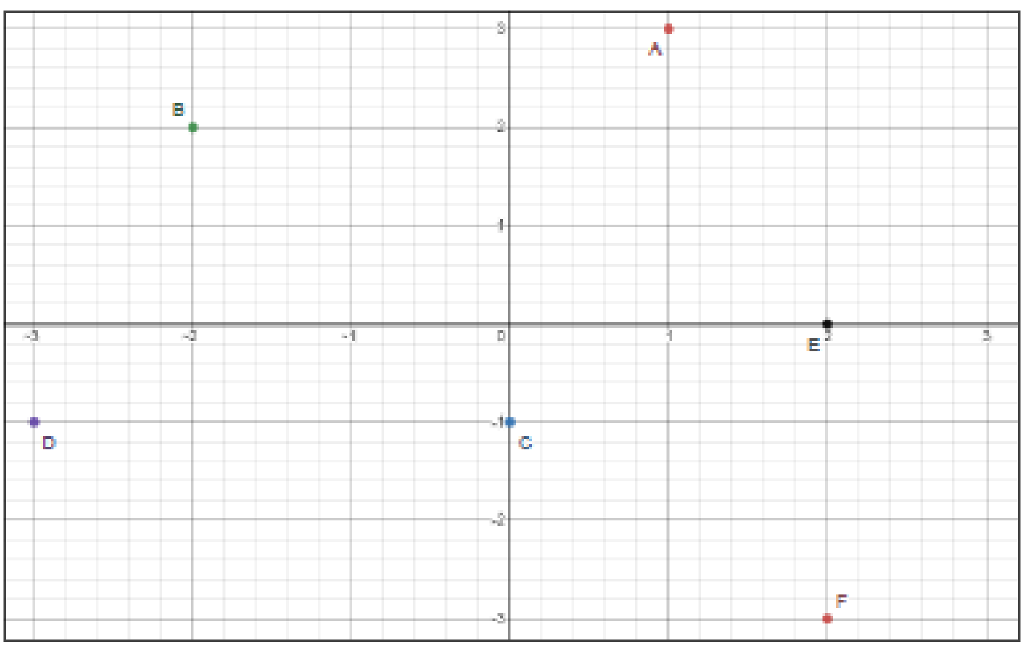
$P(1 \cup 2) = \frac{4+2}{50} - \frac{8}{250} = \frac{30}{250} - \frac{8}{250} = \frac{22}{250} = \frac{11}{125} = 0{,}088$

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 37: Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων μέσα από την ταινία «Το Βασίλειο των Ουρανών» («Kingdom of Heaven»)

ΕΡΓΑΣΙΑ 1

A(2, 0), B(2, 3), C(-3, 4), D(-2, -1) e E(0, -2)

ΕΡΓΑΣΙΑ 2



ΕΡΓΑΣΙΑ 3

Επιτραπέζιο παιχνίδι

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 38: Πιθανότητα και στατιστική μέσω της ταινίας «Moneyball»

ΕΡΓΑΣΙΑ 1

1.1 $RC = \frac{TB*(H+BB)}{PA}$

RC (HOU) = ~738 RC(LAA) = ~680 RC(OAK) = ~767

RC(SEA) = ~677 RC(TEX) = ~666

1.2

HOU = 7,4% LAA = 5,6% OAK = 5,6%

SEA = 0% TEX = 9,6%

ΕΡΓΑΣΙΑ 2

2.1

$$SecA = \frac{BB + (TB - H) + (SB + CS)}{AB}$$

SecA(PG) = 0,41 SecA(CD) = 0,21 SecA(JV) = 0,35

SecA(YG) = 0,19 SecA(JM) = 0,2

Σύμφωνα με τα στατιστικά του δευτεροβάθμιου μέσου όρου, ο Paul Goldschmidt είναι πιθανό να είναι γενικά πιο αποτελεσματικός.

2.2 $RF = \frac{A+PO}{G}$

RF(PG) = 9,06

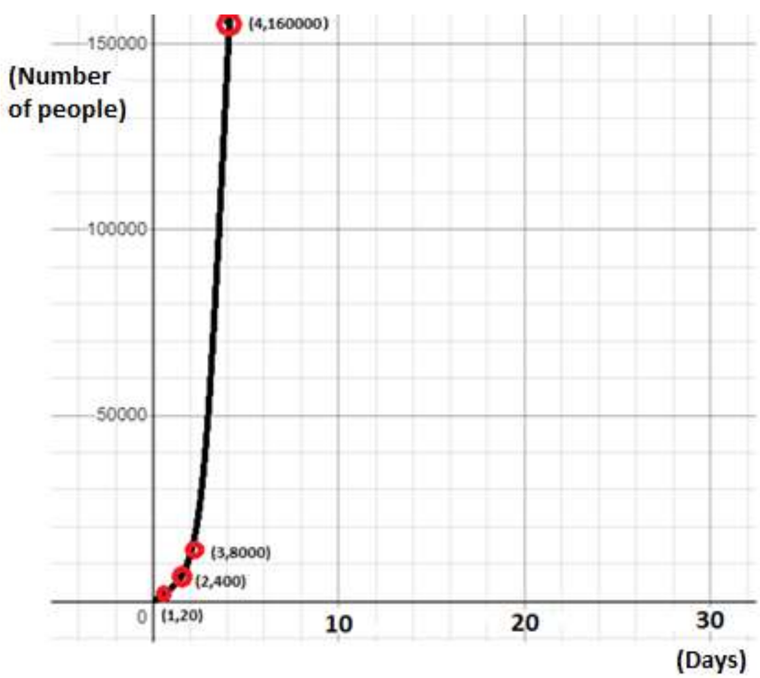
ΕΡΓΑΛΕΙΟ 39: Εκθετική αύξηση μέσα από την ταινία «Χωρίς αντάλλαγμα» («Pay it forward»)

ΕΡΓΑΣΙΑ 1

1.1

Ώρες	Αριθμός κυττάρων	Μοτίβο
1	20 = 20	$y = 20^1$
2	400 = 20(20)	$y = 20^2$
3	8000 = 20(20x20)	$y = 20^3$
4	160000 = 20(20x20x20)	$y = 20^4$

1.2



ΕΡΓΑΣΙΑ 2

$$2000(1 + 0{,}15)^6 \;=\; \sim 4626$$

ΕΡΓΑΣΙΑ 3

$$81\,(1 \,-\, 0{,}1)^5 \;=\sim 48$$

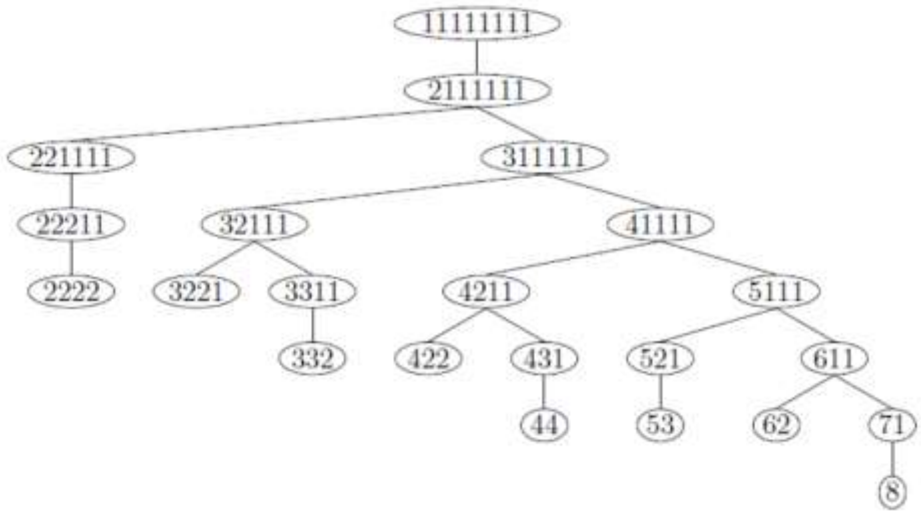
ΕΡΓΑΛΕΙΟ 40: Προσεγγίζοντας τους Πρώτους Αριθμούς και το Διαμερισμό Φυσικών Αριθμών μέσω της κινηματογραφικής ταινίας ‘The man who knew infinity’/ ‘Ο Άνθρωπος που Γνώριζε το Άπειρο’

S= p(4) + p(6) + p(8) = 5+11+22= 38

p(6)= 11

- 1+1+1+1+1+1
- 2+1+1+1+1
- 2+2+2
- 2+2+1+1
- 3+1+1+1
- 3+2+1
- 3+3
- 4+1+1
- 4+2
- 5+1
- 6

Παρομοίως, p(8)=22



ΕΡΓΑΛΕΙΟ 41: Προσεγγίζοντας μια παραγωγό συνάρτησης μέσα από την ταινία «Αφανείς ηρωίδες» («Hidden Figures»)

ΕΡΓΑΣΙΑ 1

[Προϋποθέτει έρευνα]

ΕΡΓΑΣΙΑ 2

$\boldsymbol{f(x) = x^2}$

Άρα πρέπει να υπολογίσουμε $f(x + \Delta x)$.

Παίρνουμε το $\boldsymbol{f(x) = x^2}$ και αντί x, χρησιμοποιούμε το $x + \Delta x$.

Άρα, αντικαθιστούμε το x με το $x + \Delta x$.

Επομένως από $\boldsymbol{f(x) = x^2}$, τώρα έχουμε $\boldsymbol{f(x + \Delta x) = (x + \Delta x)^2}$.

Γνωρίζουμε πώς αν επεκτείνουμε το $(x + \Delta x)^2 = x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2$

$\rightarrow f(x + \Delta x) = x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2$

Ο αριθμητής του τύπου κλίσης είναι:

$$f(x+\Delta x)-f(x)=x^2+2x\Delta x+(\Delta x)^2-x^2=2x\Delta x+(\Delta x)^2$$

Ο τύπος παίρνει την ακόλουθη τελική έκφραση:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{2x\Delta x+\Delta x\Delta x}{\Delta x}=\frac{\Delta x(2x+\Delta x)}{\Delta x}=2x+\Delta x$$

Καθώς το Δx κατευθύνεται προς το 0:

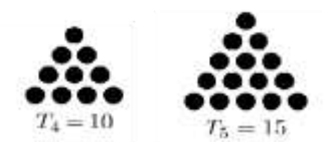
$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=2x$$

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 42: Προσεγγίζοντας Τριγωνικούς Αριθμούς μέσω του Μεταφρασμένου βιβλίου "Ο αγαπημένος μαθηματικός τύπος του καθηγητή" της Γυόκο Ογκάουα/ Yoko Ogawa (2009).

α) $T4 = \sum_{k=0}^{4} k = 1+2+3+4 = \frac{4(4+1)}{2} = 10$

$T_5 = \sum_{k=0}^{5} k = 1+2+3+4+5 = \frac{5(5+1)}{2} = 15$

β) Για το T_4 ο αριθμός των κουκκίδων ισούται με 10, $T_4 = 10$. Το μήκος του τριγώνου T_4 ισούται με $n = 4$.
Για το T_5 ο αριθμός των κουκκίδων είναι 15, $T_5 = 15$. Το μήκος του τριγώνου T_5 είναι $n = 5$.

γ) 

δ) $T_4 + T_5 = 10 + 15 = 25$

ε) Δύο διαδοχικοί τριγωνικοί αριθμοί μπορούν να γραφτούν ως T_n και T_{n-1}. Οι τύποι δίνονται πιο κάτω:

$T_n = \sum_{k=0}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2+n}{2}$

$T_{n-1} = \sum_{k=0}^{n-1} k = \frac{(n-1)(n-1+1)}{2} = \frac{n^2-n}{2}$

$T_n + T_{n-1} = \frac{n^2+n}{2} + \frac{n^2-n}{2} = \frac{2n^2}{2} = n^2$ που κατά ορισμό είναι ένας τετραγωνικός αριθμός.

στ) Το αποτέλεσμα του δ) κατοπτρίζει το ε). Το 25 μπορεί να γραφτεί ως $5 \times 5 = 5^2$ ο οποίος είναι τετραγωνικός αριθμός (Τέλειο τετράγωνο).

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 43: Τετραγωνική συνάρτηση μέσα από την ταινία «Όνειρα του ουρανού» (October Sky)

ΕΡΓΑΣΙΑ 1

1.1. 401,5 m.

1.2. Μέγιστο ύψος = 101,5 m; Απόσταση = 200 m.

ΕΡΓΑΣΙΑ 2

$$x \in]-\infty;\ 1[\cup]3;\ +\infty[$$

ΕΡΓΑΣΙΑ 3

3.1. $h(0) = 1$. Η μπάλα ξεκινά από ένα ύψος 1 μέτρου.

3.2. Το μέγιστο ύψος που επιτεύχθηκε από την μπάλα ήταν 73,2 m και σημειώθηκε 3,8 s μετά την εκτόξευσή του.

3.3. Η μπάλα έπεσε στο έδαφος περίπου 7,6 δευτερόλεπτα μετά την εκτόξευσή της.

3.4. Η μπάλα ήταν λιγότερο από 30 μέτρα μακριά από το έδαφος στα πρώτα 0,9 δευτερόλεπτα και μετά από 6,7 δευτερόλεπτα.

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 44: Ο άνθρωπος που γνώριζε το άπειρο – πρώτοι αριθμοί

[η επεξήγηση δίνεται μέσα στο εργαλείο]

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 45: Γεωμετρία στην Ισλαμική Τέχνη

ΕΡΓΑΣΙΑ

1) [πρακτική εργασία]
2) 1/6
3) 21
4) 1/6, ½, 1/36

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 46: Πρώτοι αριθμοί στο «Ποιος σκότωσε το σκύλο τα μεσάνυχτα» (The curious incident of the dog in the night-time) του Μαρκ Χάντον

Πρώτοι Αριθμοί

55	σύνθετος
41	πρώτος
37	πρώτος
49	σύνθετος
17	πρώτος

ΕΡΓΑΣΙΑ

n	$2^n - 1$	$2^{n-1}(2^n - 1)$	n = πρώτος?	$2^n - 1$ πρώτος?	Τέλειος?
2	3	6	Ναι	Ναι	Ναι
3	7	28	Ναι	Ναι	Ναι
5	31	496	Ναι	Ναι	Ναι
7	127	8128	Ναι	Ναι	Ναι
11	2047	2096128	Ναι	Όχι	Όχι
13	8191	33550336	Ναι	Ναι	Ναι
17	131071	8589869056	Ναι	Ναι	Ναι
19	524287	34359476224	Ναι	Ναι	Ναι

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 47: Αποκωδικοποίηση με την ακολουθία Φιμπονάτσι στο «Κώδικας Ντα Βίντσι» του Νταν Μπράουν

Η ακολουθία Fibonacci - Ποιοι είναι οι επόμενοι τρεις αριθμοί;

8+13=21

13+21=34

21+34=55

ΕΡΓΑΣΙΑ

α) 1η γραμμή: Η ακολουθία Fibonacci αναμιγνύεται

2η γραμμή: Λεονάρντο ντα Βίντσι

3η Η Μόνα Λίζα

β) Βρείτε την ακολουθία Fibonacci που είναι κρυμμένη στο παρακάτω σχήμα, το τρίγωνο του Πασκάλ.

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

1 6 15 20 15 6 1

1 7 21 35 35 21 7 1

1 8 28 56 70 56 28 8 1

1 9 36 84 126 126 84 36 9 1

1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 48: Γραφή του π

ΕΡΓΑΣΙΑ 1

3,14159 26535 89793 23846

ΕΡΓΑΣΙΑ 2

[από το ποίημα]

ΕΡΓΑΣΙΑ 3

$P = 10\pi\ cm$ (ακριβής αξία)

$P \approx 31{,}4\ cm$ (κατά προσέγγιση αξία).

ΕΡΓΑΣΙΑ 4

$A = 100\pi\ cm^2$ (ακριβής αξία)

$A \approx 314\ cm^2$ (κατά προσέγγιση αξία).

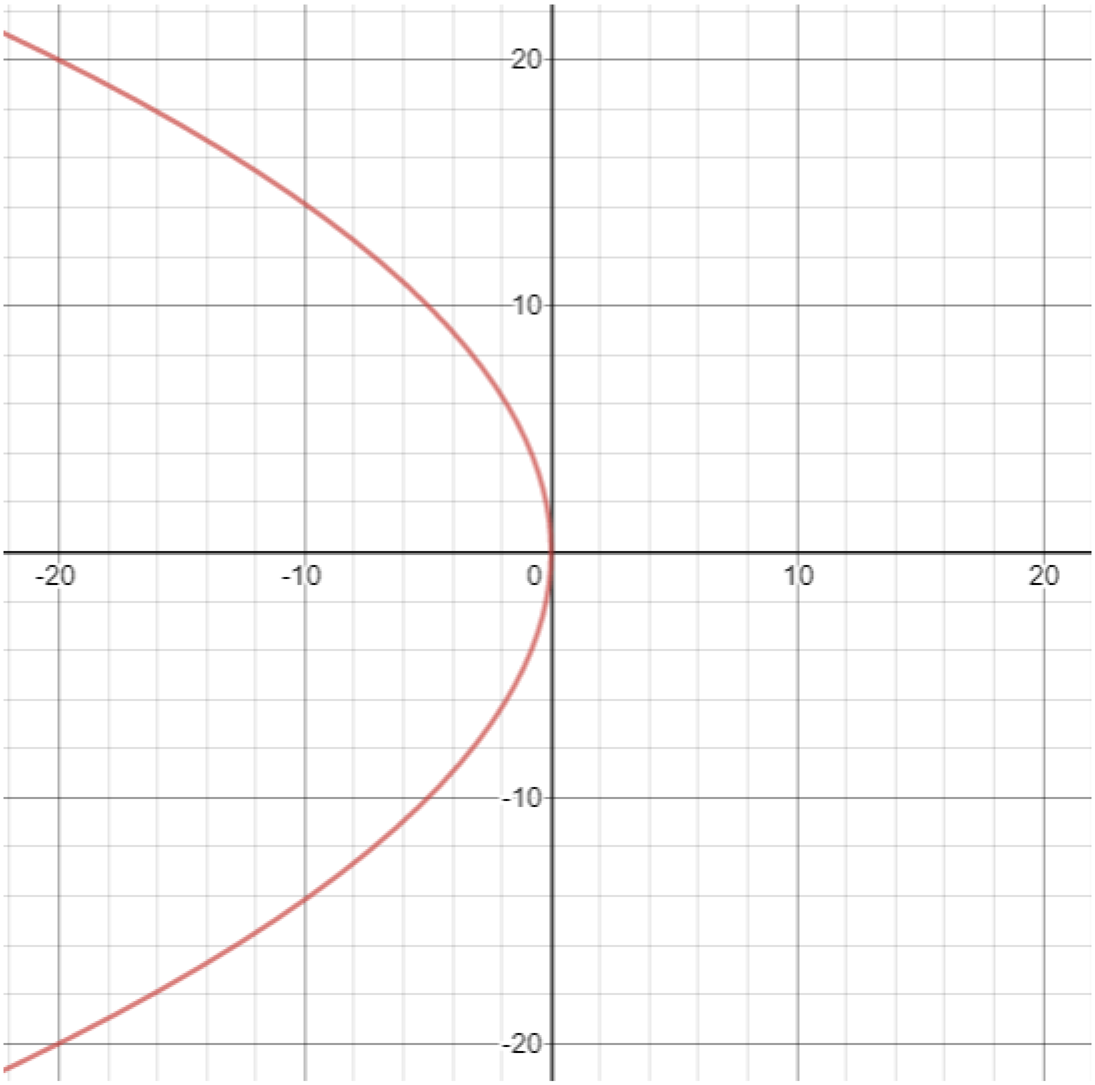
ΕΡΓΑΛΕΙΟ 49: Μαθηματικά στο παραμύθι «Η Αλίκη στη χώρα των θαυμάτων» του Λιούις Κάρολ (1865)

Κωνικές ενότητες

1. Η αρχική εξίσωση είναι y2 = 4αx

Δεδομένου ότι η εστίαση είναι -5 στον άξονα x, η εξίσωση γίνεται: y2 = 4 * (- 5) x

Η απάντηση είναι y2 = -20x



1. x2 + y2 – 4x + 8y - 6 = 0

   x2 + y2 – 4x + 8y = 6

   (x2 – 4x) + (y2 + 8y) = 6

   [x2 – 2 *(x) * (2) + 22] + [y2 + 2 * (y) * (4) + 42] -4 - 16 = 6

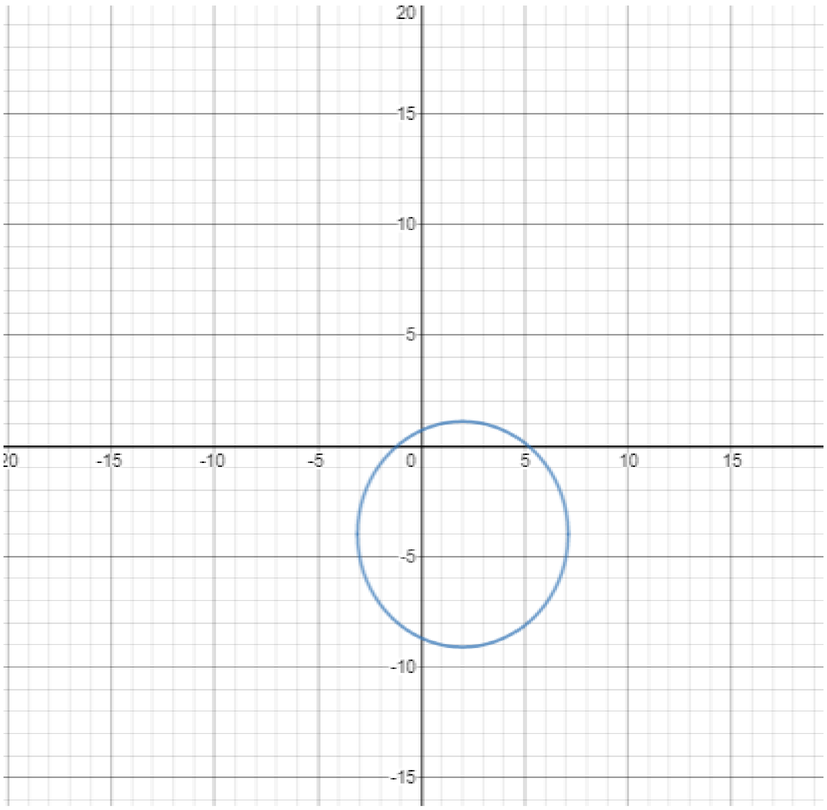
   (x - 2)2 + (y + 4)2 = √26^2

   Αφού (y + 4)2 = (y – (-4))2,

Μπορούμε να βρούμε τις συντεταγμένες της αρχικής εξίσωσης x ^ 2 + y ^ 2 = α ^ 2

Το κέντρο είναι (2; -4) και η ακτίνα είναι √26 ^ 2

2.



ΕΡΓΑΣΙΑ

1.

2.

α) Μια υπερβολή

β) Πιθανή απάντηση: για να δείξει πόσο παράλογο του φαινόταν τα νέα μαθηματικά.

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 50: Γραφήματα και συναρτήσεις στο βιβλίο 'Οι Κατερίνες'

ΕΡΓΑΣΙΑ 1

[δεν υφίσταται]

ΕΡΓΑΣΙΑ 2

Α) $y=-x/2+2$

Β) $y=-x/4+4$

Γ) $y=3x+1$ and $y=-x/3+5$

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 51: Θαλασσινό ταξίδι και κλίμακα

[Η επεξήγηση δίνεται μέσα στο εργαλείο]

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 52: Τοπολογία στο βιβλίο «Γυρίστε το Γαλαξία με Ωτοστόπ» (The Hitchhiker's Guide to the Galaxy)

ΕΡΓΑΣΙΑ

1. Η σωστή απάντηση είναι 2 (το ποσό των βρόχων (στον αριθμό οκτώ)
3. Η σωστή απάντηση είναι 1, 2, 3, 5 και 7, καθώς δεν υπάρχουν βρόχοι σε αυτούς τους αριθμούς

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 53: Μαθηματική ποίηση

[δεν υφίσταται]

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 54: Πιθανότητα στο «Ποιος σκότωσε τον σκύλο τα μεσάνυχτα»

ΕΡΓΑΣΙΑ 1

Οι κατσίκες και το αυτοκίνητο

Όταν ξεκινάτε, έχετε ⅓ πιθανότητες να αποκτήσετε αυτοκίνητο. Υπάρχουν ⅔ πιθανότητες να πάρετε ένα αυτοκίνητο εάν αλλάξετε γνώμη και ⅓ πιθανότητα εάν μείνετε με την αρχική σας επιλογή. Ο ευκολότερος τρόπος για να δείξετε τη σωστή απάντηση είναι να δημιουργήσετε ένα διάγραμμα ροής:

<table>
<tr><td colspan="6">Επιλέγετε μια πόρτα</td></tr>
<tr><td colspan="2">Επιλέγετε μια πόρτα και υπάρχει μια κατσίκα πίσω από αυτήν</td><td colspan="2">Επιλέγετε μια πόρτα και υπάρχει μια κατσίκα πίσω από αυτήν</td><td colspan="2">Επιλέγετε μια πόρτα και υπάρχει ένα αυτοκίνητο πίσω από αυτήν</td></tr>
<tr><td>Δεν αλλάζετε</td><td>Αλλάζετε</td><td>Δεν αλλάζετε</td><td>Αλλάζετε</td><td>Δεν αλλάζετε</td><td>Αλλάζετε</td></tr>
<tr><td>κατσίκα</td><td>αυτοκίνητο</td><td>κατσίκα</td><td>αυτοκίνητο</td><td>αυτοκίνητο</td><td>κατσίκα</td></tr>
</table>

ΕΡΓΑΣΙΑ 2

Τα χρώματα των αυτοκινήτων

α) 1/16

β) 1/32
γ) 1/64

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 55: Ο θείος Πέτρος και η εικασία του Γκόλντμπαχ

Ας δοκιμάσουμε:

α) 46 = 23 + 23 = 29 + 17 = 41 + 5 = 43 + 3

β) 38 = 19 + 19 = 31 + 7

γ) 14 = 7 + 7 = 11 + 3

δ) 22 = 11 + 11 = 17 + 5 = 19 + 3

ε) 40 = 23 + 17 = 29 + 11 = 37 + 3

ΕΡΓΑΣΙΑ 1:

α) 52 = 23 + 29

ΝΑΙ ☑ ΌΧΙ

β) 76 = 9 + 67

ΝΑΙ ΌΧΙ ☑ Σωστή Απάντηση:

76 = 3 + 73 = 5 + 71 = 17 + 59 = 23 + 53 = 29 + 47

γ) 80 = 59 + 21

NAI ΌΧΙ ☑ Σωστή Απάντηση:

80 = 7 + 73 = 13 + 67 = 19 + 61 = 37 + 43

δ) 120 = 73 + 47

NAI ☑ ΌΧΙ

ε) 64 = 19 + 45

NAI ΌΧΙ ☑ Σωστή Απάντηση:

64 = 3 + 61 = 11 + 53 = 17 + 47 = 23 + 41

στ) 92 = 89 + 3

NAI ☑ ΌΧΙ

ΕΡΓΑΣΙΑ 2:

α) 90 = 31 + 59 = 7 + 83 = 11 + 79 = 17 + 73 = 19 + 71 = 23 + 67 = 29 + 61 = 37 + 53 = 43 + 47

β) 56 = 3 + 53 = 13 + 43 = 19 + 37

γ) 88 = 71 + 17 = 29 + 59 = 41 + 47

δ) 202 = 11 +191 = 3 + 199 = 23 + 179 = 29 + 173 = 53 + 149 = 71 + 131 = 89 + 113 = 101 + 101

ε) 62 = 3 + 59 = 19 + 43 = 31 + 31

στ) 94 = 3 + 91 = 11 + 83 = 23 + 71 = 41 + 53

ζ) 110 = 3 + 107 = 7 + 103 = 13 + 97 = 31 + 79 = 37 + 73 = 43 + 67