PARTE V: Literatura e Matemática

FAIXA ETÁRIA: 13 – 15



UNIDADE 55: O TIO PETROS E A CONJETURA DE GOLDBACH

C.I.P. Citizens in Power







#### **Guia do Professor**

Título: O tio Petros e a Conjetura de Goldbach

Faixa Etária: 13 – 15 anos

Duração: 90 minutes

Conceitos Matemáticos: Teoria dos números / números pares / números primos

**Conceitos Artísticos:** Romance

**Objetivos Gerais:** esta unidade tentará inspirar os alunos. Se ficarem intrigados ao ler o livro, verão pelos olhos de um jovem o seu modelo, um grande matemático.

Instruções e Metodologias: É preferível seguir a estrutura desta ferramenta, pois ela começa com algumas informações básicas simples sobre a conexão entre alfabetização e a matemática em geral, e entra progressivamente nos seus detalhes e benefícios. São fornecidos uma biografia do autor e uma visão geral do livro antes de chegar a alguns excertos do livro. De seguida, é dado um exemplo simples com base na conjetura, uma secção de "vamos tentar", onde os alunos podem usar a pirâmide e, por fim, o mais exigente – as tarefas matemáticas.

**Recursos**: esta ferramenta fornece imagens e sites como recursos, assim como um glossário.

**Dicas para o professor:** tente incentivar os alunos a ler o livro inteiro e fornecer a si algumas informações, incentivar a discussão ou, até mesmo, uma apresentação. Os alunos devem estar familiarizados sobre o que são os números primos antes de empreender qualquer uma das tarefas apresentadas e, portanto, entender a lógica por trás da Conjetura de Goldbach.

**Objetivos de aprendizagem e competências:** no final desta unidade, o aluno será capaz de:

- Saber de que trata a Conjetura de Goldbach;
- Trabalhar com números primos através de tarefas significativas.





#### Síntese e Avaliação:

Indique 3 aspetos que tenha gostado	1.
acerca desta atividade:	2.
	3.
Indique 2 conceitos que tenha	1.
aprendido:	2.
Indique 1 aspeto a melhorar:	1.





# Introdução

De acordo com Cohen (2013), "estudar ficção e poesia relacionada à matemática ajuda os alunos desenvolver apreço pela matemática e pela literatura e a entender ligação entre as duas". Há muitos estudos provenientes de investigadores como Growney (2008, 2009), Bahls (2009), Glaz e Liang (2009), Glaz (2010, 2011) e Ivy (2004, 2009) que explicam como a matemática pode ser combinada com a literatura na sala de aula. Geralmente, ligar a matemática às artes, como cinematografia, teatro e artes da linguagem, foi considerado uma estratégia útil para o ensino da matemática por várias razões. Investigações provaram que proporcionar um ambiente considerado menos stressante e psicologicamente seguro aumenta a inspiração e os resultados dos alunos (Jensen, 1998). Quando os alunos estão preocupados, o desempenho diminui porque eles estão preocupados com um sentimento nervoso e inquietante, distraindo-os das reais tarefas matemáticas (Covington, 1999). Esses estudantes podem perder muitas das informações que pretendem aprender porque o seu foco é proveniente e pessoal do medo pela matemática, e não da tarefa a ser realizada (Siegel, 1999). Usar eficazmente a literatura e a matemática conjuntamente pode ajudar a reduzir a ansiedade sentida pelos "matefóbicos" (Zambo, 2005).

Existem muitos livros de literatura, em várias línguas, associadas à matemática. Dando um pequeno exemplo dos mais conhecidos são: 'The Devotion of suspet X', de Keigo Higashino (1958), 'A Guerra do Cálculo', de Jason Socrates Bardi (2006); também de Apostolos Doxiades, 'Logicomix', (2009), 'Mistérios matemáticos: a beleza e a mágica dos números 'de Calvin Clawson (1999), 'A fórmula preferida do professor' de Yoko Ogawa (2009), um dos romances japoneses mais vendidos, também traduzido para inglês e o escolhido para esta unidade 'O tio Petros e a Conjetura de Goldbach'.

O romance 'O tio Petros e a Conjetura de Goldbach' de Apostolos Doxiades, versão grega (1992), versão em Inglês (2000), fornece problemas matemáticos e um pouco





da história recente da matemática. É uma história sobre um grande matemático e não pretende ensinar matemática por si só. Não é um grande exemplo de literatura - como é o caso da maioria dos romances – Não obstante tem drama e suspense. Será ótimo para os alunos dessa faixa etária específica lerem este livro. Isso pode incentivá-los graças à grande personalidade de Petros como matemático; o exemplo em que ele se tornou e o impacto que ele teve no sobrinho. Não é o objetivo principal dos alunos aprender conceitos matemáticos através deste livro nem aprofundar os seus conhecimentos sobre números primos.

# Biografia do escritor

"Doxiadis nasceu na Austrália, onde o seu pai, o arquiteto Constantinos Apostolou Doxiadis, trabalhava. Logo após o seu nascimento, a família regressou a Atenas, onde Doxiadis cresceu. Apesar dos seus primeiros interesses dizerem serem a poesia, ficção e teatro, um forte interesse em matemática levou Doxiadis a abandonar a escola aos quinze anos, para frequentar a Universidade de Columbia, em Nova lorque, na qual, em maio de 1972, obteve um diploma de bacharel em matemática. Ele frequentou a École Pratique des Hautes Études, em Paris, na qual obteve um mestrado, com uma tese sobre a modelação matemática do sistema nervoso. A morte do seu pai e os motivos familiares levaram-no a regressar à Grécia



Fig. 2 - Apostolos Doxiadis (Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Apost xiadis\_Athens\_2010.jpg

em 1975, interrompendo os seus estudos de pósgraduação. Na Grécia, embora envolvido por alguns anos com a indústria de software de computador, Doxiadis voltou aos seus amores de infância e adolescência no teatro e no cinema, antes de se tornar escritor a tempo integral." "Tio Petros e a Conjetura de Goldbach" foram os primeiros a receber o Prémio Peano, o primeiro prémio internacional de livros inspirados em olos Doxiadis#/media/Ficheiro:Apostolos Do matemática e pré-selecionados para o Prix Médicis.

O Logicomix ganhou inúmeros prémios, entre eles o





Bertrand Russell Society Award, o Royal Booksellers Association Award (Países Baixos), o New Atlantic Booksellers Award (EUA), o Prix Tangente (França), o Prémio Carlo Boscarato (Itália), e o Prémio Comicdom (Grécia). Foi escolhido como "Livro do ano" pela revista TIME, Publishers Weekly, The Washington Post, The Financial Times, The Globe and Mail e outras publicações."

Retirado de: <a href="https://en.wikipedia.org/wiki/Apostolos\_Doxiadis">https://en.wikipedia.org/wiki/Apostolos\_Doxiadis</a>

#### Resumo do livro 'Tio Petros e Conjetura de Goldbach'

O livro provoca suspense e drama através dos olhos de uma criança cujo tio é um matemático grego talentoso chamado Petros Papachristos, que dedicou a sua vida a provar a Conjetura de Goldbach. O tio Petros é um personagem fitícia, mas aparecem vários matemáticos da vida real como personagens do livro, incluindo Constantin Carathéodory, GH Hardy, JE Littlewood, Srinivasa Ramanujan e Kurt Gödel. Desde jovem, o tio Petros está obcecado em resolver a Conjetura de Goldbach e dedica todos os seus esforços da sua vida nessa direção.

"Essa devoção sincera a um sonho selvagem é o que faz do tio Petros uma figura atraente e trágica. É também o que faz dele um matemático" Associação Americana de Matemática, Volume 47, No.10, p.1275

O tio Petros é um puro mistério. Os anciãos da família Papachristou rejeitam-no como sendo um "fracasso da vida". Até que o seu sobrinho-narrador descobre que ele já foi um famoso matemático, tão genial e ousado que dedicou a sua vida à infame "conjetura de Goldbach", um problema que várias gerações de matemáticos tentaram resolver, em vão. Essa descoberta levará a uma série de reações. Enquanto Petros narra o trabalho da sua própria vida, um vínculo é formado entre o tio e o sobrinho, arrastando ambos para uma obsessão matemática cada vez mais profunda e colocando em risco a sanidade do tio e do sobrinho.





#### Excertos do livro 'O tio Petros e Conjetura de Goldbach'

Embora o tio Petros permanecesse inexpressivo, notei um leve tremor percorrer sua mão. "Quem falou com você sobre a conjetura de Goldbach?" ele perguntou baixinho.

"O meu pai", murmurei.

E o que ele disse exatamente?"

"Que você tentou provar isso."

"Só isso?"

"E .... que você não teve sucesso."

Sua mão estava firme novamente. "Nada mais?"

"Nada mais."

"Hum", ele disse. "Suponha que façamos um acordo?"

"Que tipo de acordo?"

[Tradução solta] Retirado de: https://www.maa.org/press/maa-reviews/uncle-petros-and-goldbachs-conjeture

## Glossário

A **Conjetura de Goldbach** é um dos problemas mais antigos e mais conhecidos, não resolvidos, na teoria dos números e em toda a matemática. A conjetura de Goldbach afirma que todo o inteiro par maior que 2 pode ser expresso como a soma de dois números primos.

Foi demonstrado que a conjetura é válida para todos os números inteiros inferiores a  $4 \times 10^{18}$ , mas permanece por provar, apesar do esforço considerável.

Retirado de: https://pt.wikipedia.org/wiki/Conjetura\_de\_Goldbach

Binário: o sistema de notação numérica que usa 2 como base .





# A Matemática por trás de "O tio Petros e a Conjetura de Goldbach"

**Número par:** qualquer número inteiro que pode ser dividido por 2.

Exemplos: 2, 4, 6, 8

**Número primo:** um número inteiro maior do que 1 que é divisível apenas por si mesmo e por 1.

Exemplos: 2, 3, 5, 7, 11

A conjetura de Goldbach continua por provar e afirma, basicamente, que todo o inteiro par maior do que dois é a soma de dois números primos. A conjetura foi testada até 400.000.000.000.000.000.

Note-se que haverá uma ou mais maneiras possíveis de escrever muitos números pares como a soma de dois números primos.

Por exemplo:

$$4 = 1 + 3 = 2 + 2$$

$$6 = 1 + 5 = 3 + 3$$

$$8 = 1 + 7 = 2 + 5$$

$$10 = 3 + 7 = 5 + 5$$

$$12 = 1 + 11 = 3 + 7$$

$$14 = 1 + 13 = 3 + 11 = 7 + 7$$

...





A Conjetura de Goldbach é um dos problemas mais antigos e mais conhecidos, não resolvidos, na teoria dos números e em toda a matemática.

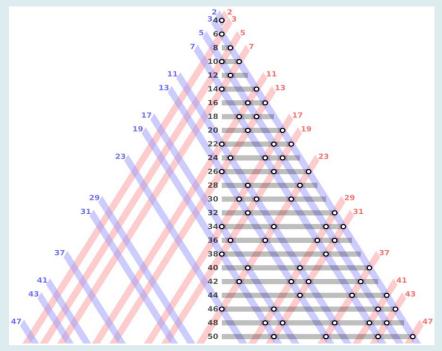


Fig. 2 – Conjetura de Goldbach. Os "finais" representam os números primos obtidos pelas respetivas somas. (Retirado de: https://towardsdatascience.com/prime-numbers-and-goldbach-s-conjecture-visualization-60d1993a1424)

#### **Origem**

"Em 7 de junho de 1742, o matemático prussiano Christian Goldbach escreveu uma carta a Leonhard Euler, onde ele propôs a seguinte conjetura:

"Todo o inteiro par maior do que 2 pode ser escrito como a soma de 3 números primos." — Goldbach em carta a Euler

Ele considerava o número 1 como sendo primo, que uma convenção posterior (e presente até hoje) abandonou. Uma visão moderna da conjetura é:

Todo o inteiro par maior do que 5 pode ser escrito como a soma de 3 números primos.

Euler respondeu numa carta de 30 de junho de 1742 e lembrou Goldbach de uma conversa anterior que eles tiveram ("...so Ew vormals mit mir communicirt haben..."), na qual Goldbach observou que a sua conjetura seguia da seguinte afirmação:





"Todo o número inteiro par maior do que 2 pode ser escrito como a soma de 2 números primos." — Euler lembra numa carta as palavras de Goldbach

sendo esta, assim, também uma conjetura de Goldbach. Euler adicionou, ainda, que estava absolutamente certo sobre esta última conjetura, mas que não era capaz de a provar.

A última versão aqui descrita é a mais conhecida e divulgada atualmente, também a mais aceita, por ser mais simples e abrangente.

Também é conhecida como a conjetura "forte" de Goldbach, distinta de seu corolário mais fraco. A conjetura forte de Goldbach implica a conjetura que todos os números ímpares maiores que 7 são a soma de três primos, que é conhecida atualmente como a conjetura "fraca" de Goldbach."

Adaptado de: https://pt.linkfang.org/wiki/Conjetura de Goldbach

da conjetura esteja muito mais próxima da resolução do que a forte.

A maioria dos matemáticos acredita que a conjetura (nas formas fraca e forte) é verdadeira, pelo menos para números inteiros suficientemente grandes, principalmente com base em considerações estatísticas com foco na distribuição probabilística de números primos: quanto maior o número, mais maneiras estão disponíveis para que esse número seja representado como a soma de dois ou três outros números e, mais "provável", será que pelo menos uma dessas representações consista inteiramente em números primos.

Ambas as questões permaneceram sem solução desde então, embora a forma fraca

Retirado de: <a href="https://artofproblemsolving.com/wiki/index.php/Goldbach\_Conjeture">https://artofproblemsolving.com/wiki/index.php/Goldbach\_Conjeture</a>



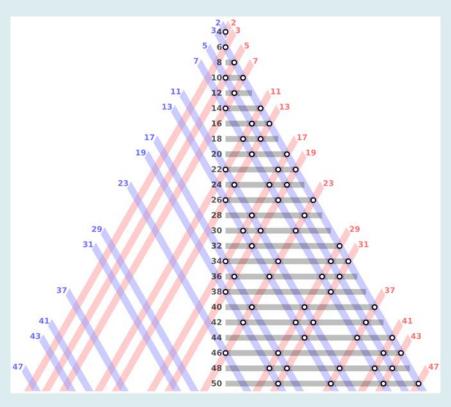


#### Vamos tentar!

Encontre os dois números primos que somados perfaçam o seguinte número par:

- a) 46 =
- b) 38 =
- c) 14 =
- d) 22 =
- e) 40 =

(Dica: pode usar a pirâmide seguinte)



**Descrição:** Os números no centro da pirâmide representam os números pares de 2 a 50. Se seguir a linha cinzenta no lado direito da pirâmide encontra os dois números primos (roxo e vermelho) que somados perfazem esse número par



# The Art Of Maths

### **TAREFAS**

#### **TAREFA 1**

Os seguintes números pares são divididos em dois números . Os dois números são primos? Marque a caixa. Se NÃO, forneça a resposta correta.

- a) 52 = 23 + 29
- b) 76 = 9 + 67
- c) 80 = 59 + 21
- d) 120 = 73 + 47
- e) 64 = 19 + 45
- f) 92 = 89 + 3

- SIM NÃO Resposta Correta:

#### **TAREFA 2**

Os números pares a seguir indicados são separados em dois números primos. Indique uma resposta diferente da dada.

- a) 90 = 31 + 59 =
- b) 56 = 3 + 53 =
- c) 88 = 71 + 17 =
- d) 202 = 11 + 191 =
- e) 62 = 19 + 43 =
- f) 94 = 11 + 83 =
- g) 110 = 3 + 107 =





# **INFORMAÇÕES E RECURSOS ADICIONAIS**

Revisão do livro pela Associação Americana de Matemática <a href="https://www.ams.org/notices/200010/rev-jackson.pdf">https://www.ams.org/notices/200010/rev-jackson.pdf</a>

A Conjetura de Goldbach Explicada:

https://artofproblemsolving.com/wiki/index.php/Goldbach\_Conjeture