

ΜΕΡΟΣ V: ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑ & ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΛΙΚΙΑΚΟ ΕΥΡΟΣ: 13-15

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 52: ΤΟΠΟΛΟΓΙΑ ΣΤΟ
ΓΥΡΙΣΤΕ ΤΟΝ ΓΑΛΑΞΙΑ ΜΕ
ΩΤΟΣΤΟΠ

Sandgärdskolan



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

Οδηγός εκπαιδευτικού

Τίτλος: Τοπολογία στο βιβλίο «Γυρίστε τον Γαλαξία με Ωτοστόπ» (The Hitchhiker's Guide to the Galaxy)

Ηλικιακό Εύρος : 13-15 χρονών

Διάρκεια: 1,5 ώρες

Μαθηματικές Έννοιες: Τοπολογία

Καλλιτεχνικές Έννοιες: λογοτεχνία επιστημονικής φαντασίας, γλυπτική

Γενικοί Σκοποί: Αυτό το εργαλείο θα κάνει τους μαθητές σας να έχουν την ευκαιρία να δουν τα μαθηματικά από μια νέα οπτική γωνία και να σκεφτούν έξω από το κουτί.

Οδηγίες και Μεθοδολογία: Αρχικά διαβάστε τα αποσπάσματα από το βιβλίο «Γυρίστε τον Γαλαξία με Ωτοστόπ» και μετά διαβάστε για την τοπολογία. Οι εργασίες στο τέλος θα είναι στην ίδια λογική (όπως η λογοτεχνία), δηλαδή να σκεφτείτε έξω από το κουτί και να ανακαλύψετε ότι τα πράγματα δεν είναι πάντα έτσι όπως φαίνονται να είναι.

Πηγές: Αυτό το εργαλείο παρέχει εικόνες και βίντεο για εσάς. Θα χρειαστείτε επίσης ένα κομμάτι κορδόνι, πηλό και ένα κλαδί στο μέγεθος του κονταριού μιας σκούπας.

Συμβουλές για τον εκπαιδευτικό: Προσπαθήστε να ενθαρρύνετε τους μαθητές να λύσουν τις εργασίες χωρίς να παρακολουθήσουν τα βίντεο. Εάν όμως κολλήσουν, τα βίντεο θα τους βοηθήσουν.

Επιθυμητά αποτελέσματα και δεξιότητες: Στο τέλος του εργαλείου, ο μαθητής θα είναι σε θέση να:

- κατανοεί καλύτερα τη λογική και ιδιαίτερα την τοπολογία.
- εξερευνήσει τις δεξιότητές του στη χειροτεχνία.

Άσκηση αξιολόγησης εργαλείου:

Γράψτε 3 πράγματα που σας άρεσαν σε αυτό το εργαλείο:	1. 2. 3.
Γράψτε δύο πράγματα που μάθατε	1. 2.
Γράψτε ένα στοιχείο που θα μπορούσε να βελτιωθεί	1.

Εισαγωγή

Έχει υποστηριχθεί ότι η τοπολογία μπορεί να ανιχνευθεί στη λογοτεχνία επιστημονικής φαντασίας, όπου τα πράγματα δεν είναι έτσι όπως φαίνονται να είναι και σχετίζονται με περίεργους τρόπους. Ένα παράδειγμα μπορεί να φανεί στο βιβλίο του Douglas Adams «Γυρίστε τον Γαλαξία με Ωτοστόπ» (The Hitchhiker's Guide to the Galaxy). Το βιβλίο αφορά έναν άνδρα από το Γκίλφορντ, στο Ηνωμένο Βασίλειο που ονομάζεται Άρθουρ Ντεντ. Ο Ντεντ ξυπνά μια μέρα για να διαπιστώσει ότι το σπίτι του κινδυνεύει να κατεδαφιστεί. Βρίσκεται σε ένα μέρος όπου θα χτιστεί μια νέα παράκαμψη. Λίγα λεπτά αργότερα συνειδητοποιεί ότι το σπίτι του δεν είναι το μόνο πράγμα που πρόκειται να κατεδαφιστεί. Ολόκληρη η Γη βρίσκεται στην πραγματικότητα στον δρόμο ενός νέου διαγαλαξιακού αυτοκινητοδρόμου.

Αποσπάσματα

«Πρώτη φορά το ακούω» είπε ο Άρθουρ. «Γιατί πρέπει να γίνει;»

Ο κύριος Πρόσερ κούνησε το δάχτυλό, αλλά γρήγορα σταμάτησε και το μάζεψε.

«Τι θα πει πρέπει να γίνει;» είπε. "Είναι μια παρακαμπτήριος αρτηρία. Πρέπει να φτιάχνουμε παρακαμπτήριους.»

Η παρακαμπτήριος είναι μια τεχνική που επιτρέπει σε μερικούς ανθρώπους να τρέχουν από το σημείο Α στο σημείο Β πολύ γρήγορα, ενώ άλλοι άνθρωποι τρέχουν από το σημείο Β στο σημείο Α πολύ γρήγορα. Οι άνθρωποι που ζουν στο σημείο Γ, ένα σημείο που βρίσκεται στην ευθεία μεταξύ Α και Β, αναρωτιούνται συχνά τι το σπουδαίο έχει το σημείο Α που τόσοι πολλοί άνθρωποι από το σημείο Β βιάζονται να πάνε εκεί, καθώς και το τι σπουδαίο έχει το σημείο Β και τόσοι πολλοί άνθρωποι από το σημείο Α βιάζονται να πάνε εκεί. Συχνά εύχονται ν' αποφασίσουν επιτέλους μια και καλή οι άνθρωποι που διάβολο θα ήθελαν να είναι.

Ο κύριος Πρόσερ ήθελε να είναι στο σημείο Δ. Το σημείο Δ δεν ήταν κάπου συγκεκριμένα, ήταν απλώς ένα σημείο πάρα πολύ μακριά από τα σημεία Α, Β και Γ. Θα είχε ένα πολύ ωραίο εξοχικό σπίτι στο σημείο Δ με δυό τσεκούρια πάνω από την

πόρτα και θα περνούσε ευχάριστα το χρόνο του στο σημείο E, που θα ήταν η κοντινότερη παμπ στο σημείο Δ. Η γυναίκα του φυσικά ήθελε τριανταφυλλίες, αλλά εκείνος ήθελε τσεκούρια. Δεν ήξερε γιατί απλώς του άρεσαν τα τσεκούρια. Τώρα ήταν κατακόκκινος και καταϊδρωμένος, κάτω από τους ειρωνικούς χλευασμούς των οδηγών του συνεργείου».

«Μια ξαφνική σιωπή χτύπησε τη Γη. Ήταν χειρότερη από το θόρυβο. Για λίγο τίποτα δεν συνέβη.

Τα μεγάλα διαστημόπλοια στέκονταν ακίνητα στον ουρανό, πάνω από κάθε γήινο κράτος. Ακίνητα στέκονταν, τεράστια, βαριά, σταθερά στον ουρανό, μια βλασφημία απέναντι στη φύση. Πολλοί άνθρωποι έπαθαν σοκ, προσπαθώντας να συνειδητοποιήσουν τι έβλεπαν. Τα διαστημόπλοια στέκονταν στον ουρανό, ακριβώς όπως τα τούβλα δεν θα μπορούσαν ποτέ να σταθούν.

Κι ακόμα τίποτα δεν συνέβαινε.

Μετά ακούστηκε ένας αμυδρός ψίθυρος, ένας ξαφνικός εκτεταμένος ψίθυρος από παντού. Κάθε στερεοφωνικό συγκρότημα στον κόσμο, κάθε ραδιόφωνο, κάθε κασετόφωνο, κάθε μεγάφωνο χαμηλών, υψηλών και μεσαίων συχνοτήτων στον κόσμο άνοιξε διακριτικά.

Κάθε κονσέρβα, κάθε σκουπιδοτενεκές, κάθε παράθυρο, κάθε αμάξι, κάθε ποτήρι του κρασιού, κάθε φύλλο σκουριασμένου μετάλλου ενεργοποιήθηκε σαν μια ηχητική πλάκα τέλειας ακουστικής.

Προτού εξαφανιστεί, η Γη θα γνώριζε την τελειότητα στην αναπαραγωγή του ήχου, το μεγαλύτερο σύστημα μαζικής επικοινωνίας που έγινε ποτέ. Αλλά δεν ακούστηκε κανένα κονσέρτο, καμιά μουσική, καμιά φανφάρα, αλλά ένα απλό μήνυμα.

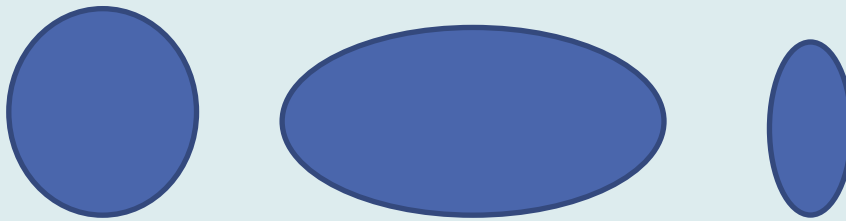
«Άνθρωποι της Γης, προσοχή παρακαλώ», είπε μια φωνή και ήταν θαυμάσιος ήχος. Θαυμάσιος, τέλειος τετραφωνικός ήχος με παραμόρφωση τόσο χαμηλή που θα έκανε και έναν θαρραλέο άνδρα να δακρύσει.

«Σας μιλά ο Προστατικός Βόγγον Ζελτζ του Γαλακτικού Υπερδιαστημικού Συμβουλίου Πολεοδομίας», συνέχισε η φωνή. «Όπως σίγουρα γνωρίζετε, το πλάνο των αναπτυξιακών προγραμμάτων των απομακρυσμένων περιοχών του Γαλαξία απαιτεί την κατασκευή μιας υπερδιαστημικής λεωφόρου ταχείας κυκλοφορίας διαμέσου του πλανητικού σας συστήματος και, δυστυχώς, ο πλανήτης σας είναι μεταξύ αυτών που πρόκειται να κατεδαφιστούν. Η όλη διαδικασία θα διαρκέσει λιγότερο από δύο γήινα λεπτά. Ευχαριστώ.» (Adams, D. (1979). «Γυρίστε τον Γαλαξία με Ωτοστόπ»). Εκδόσεις: Φανταστικός κόσμος, σελ. 40-41).

Τα μαθηματικά πίσω από το λογοτεχνικό έργο «Γυρίστε τον Γαλαξία με Ωτοστόπ»

Τοπολογία

Η τοπολογία μπορεί να περιγραφεί ως είδος σειράς γεωμετρικών σχημάτων που μοιράζονται μια διάσταση και μπορούν να μετασχηματιστούν μεταξύ τους με διεύρυνση, κάμψη και μορφοποίηση. Δεν επιτρέπεται το σκίσιμο ή η συγκόλληση.



Εικόνα 1: Στρογγυλεμένα αντικείμενα

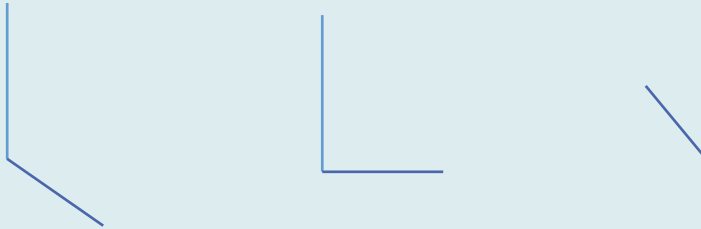
Όλα τα στρογγυλεμένα αντικείμενα πάνω ανήκουν στην ίδια τοπολογική οικογένεια.



Εικόνα 2: Τετράπλευρα αντικείμενα

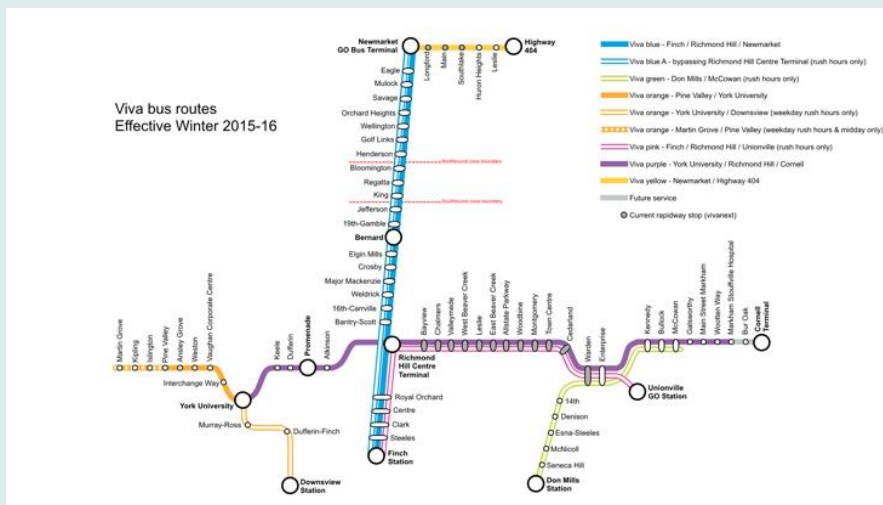
Τα τρία αντικείμενα στην εικόνα 2 παραπάνω ανήκουν επίσης στην ίδια οικογένεια (αλλά όχι όπως τα στρογγυλεμένα αντικείμενα), καθώς το κοινό τους χαρακτηριστικό είναι ότι κάθε αντικείμενο έχει 4 πλευρές.

Τι κάνετε όταν αποφασίζετε ότι μια σειρά σχημάτων μοιράζονται χαρακτηριστικά; Προσπαθείτε να βρείτε ομοιότητες που μπορεί να μην είναι εμφανείς από την αρχή. Για παράδειγμα, όλες οι ώρες που δίδονται από ένα αναλογικό ρολόι ανήκουν στην ίδια τοπολογική οικογένεια, αφού οι δείκτες ενός ρολογιού είναι μονοδιάστατες γραμμές.



Εικόνα 3: Μονοδιάστατες γραμμές

Ένα άλλο πρακτικό παράδειγμα είναι ένας χάρτης των δημοσίων συγκοινωνιών, όπου όλοι οι σταθμοί συχνά φαίνονται να είναι εξίσου μεγάλοι και η απόσταση μεταξύ τους δεν είναι πάντοτε πιστή στην πραγματική διάσταση.



Εικόνα 4 Δημόσια συγκοινωνία

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/en/9/9d/VIVA_Bus_Rapid_Transit_Map_-_effective_feb_2016.png

Όπως μπορείτε να δείτε αυτή είναι μια από τις ιδέες της τοπολογίας που μπορεί να δει κανείς στο πρώτο απόσπασμα του βιβλίου «Γυρίστε τον Γαλαξία με Ωτοστόπ». Δεν ενδιαφέρει τόσο τον κ. Πρόσπερ πόσο ακριβώς μακριά είναι τα σημεία Α, Β, Γ και Δ. Το σημαντικό είναι ότι ενώνονται και χωρίζονται.

ΕΡΓΑΣΙΕΣ

1. Όπως μπορείτε να δείτε στα αποσπάσματα του βιβλίου «Γυρίστε τον Γαλαξία με Ωτοστόπ», κάποια στοιχεία σχετίζονται με τρόπους που δεν θα μπορούσατε να σκεφτείτε εκ των προτέρων. Χρησιμοποιήστε αυτό το σκεπτικό και προσπαθήστε να βρείτε τη λύση σε αυτόν τον γρίφο. Ποια θα είναι η απάντηση στην τελευταία ερώτηση (2581 =;) εάν ακολουθήσετε το ίδιο μοτίβο όπως στα πρώτα 20 παραδείγματα;

$$8809 = 6$$

$$7111 = 0$$

$$2172 = 0$$

$$6666 = 4$$

$$1111 = 0$$

$$3213 = 0$$

$$7662 = 2$$

$$9312 = 1$$

$$0000 = 4$$

$$2222 = 0$$

$$3333 = 0$$

$$5555 = 0$$

$$8193 = 3$$

$$8096 = 5$$

$$7777 = 0$$

$$9999 = 4$$

$$7756 = 1$$

$$6855 = 3$$

$$9881 = 5$$

$$5531 = 0$$

$$2581 = ;$$

2. Πάρτε ένα κομμάτι από πηλό και ένα κλαδί. Πλάστε τον πηλό σε σχήμα οκτώ (όπως στην εικόνα 1 παρακάτω) και βάλτε το στο κλαδί.



Προσπαθήστε να βάλετε την άλλη θηλιά στο κλαδί χωρίς να σπάσετε το οκτώ.



Ρίξτε μια ματιά στο βίντεο παρακάτω εάν δυσκολευτείτε!

3. Πάρτε ένα κομμάτι σπάγγου και προσπαθήστε να σχηματίσετε τους αριθμούς από 1-9. Αποφασίστε ποιοι αριθμοί είναι στην ίδια τοπολογική οικογένεια.

ΜΑΘΕΤΕ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΑ...

Σε αυτό το άρθρο θα βρείτε περισσότερες πληροφορίες σχετικά με την τοπολογία

<http://mathworld.wolfram.com/Topology.html>

Εδώ είναι ένα βίντεο που δείχνει πώς ένα φλιτζάνι και ένα ντόνατ είναι τοπολογικά παρόμοια.

<https://www.youtube.com/watch?v=dwrhCSORERA>

Σε αυτό το βίντεο θα δείτε τι μπορεί να γίνει σε μια συγκεκριμένη μορφή χωρίς να τη διαλύσετε.

https://www.youtube.com/watch?time_continue=45&v=S5fPwE7GQOA