

ΜΕΡΟΣ V: ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑ & ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΛΙΚΙΑΚΟ ΕΥΡΟΣ: 13 – 15

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 48: ΓΡΑΦΟΝΤΑΣ ΜΕ ΤΟΝ ΑΡΙΘΜΟ π

SPEL – Sociedade Promotora de Estabelecimentos de Ensino

π number

(Πηγή: Mathematikum Museum, Gießen (2019))



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

Οδηγός Εκπαιδευτικού

Τίτλος: Γράφοντας με τον αριθμό π

Ηλικιακό Εύρος: 13 – 15 χρονών

Διάρκεια: 2 ώρες

Μαθηματικές Έννοιες: π , περίμετρος, εμβαδόν, περιφέρεια, κύκλος, ακτίνα.

Καλλιτεχνικές Έννοιες: Μέθοδος γραφής με τον αριθμό π

Γενικοί Σκοποί: Οι μαθητές να είναι σε θέση να γράψουν ένα μικρό κείμενο με τον αριθμό π και να τον χρησιμοποιήσουν για να υπολογίσουν περιμέτρους και εμβαδά.

Οδηγίες και Μεθοδολογία: Εκτός από την επεξήγηση των θεωρητικών εννοιών, είναι σημαντικό να χρησιμοποιήσετε βίντεο και κείμενα για την καλύτερη κατανόηση του περιεχομένου.

Πηγές: στυλό και χαρτί

Συμβουλές για τον εκπαιδευτικό: Ξεκινήστε εξηγώντας τις θεωρητικές έννοιες και, εάν είναι δυνατόν, χρησιμοποιήστε εικόνες, κείμενα και βίντεο για μια πιο αποτελεσματική εξήγηση. Παρουσιάστε/ αναλύστε ορισμένα κείμενα που είναι γραμμένα με τον αριθμό π . Για να κατανοήσουν οι μαθητές καλύτερα το περιεχόμενο και να μπορούν να λύσουν μόνοι τους τις ασκήσεις, λύστε παραδείγματα ασκήσεων που περιλαμβάνουν τον υπολογισμό περιμέτρων και εμβαδών. Αν χρειαστεί, φέρτε έναν διαβήτη για καλύτερη κατανόηση.

Επιθυμητά αποτελέσματα και δεξιότητες:

Στο τέλος αυτού του εργαλείου, ο μαθητής θα είναι σε θέση να:

- ο γράφει μικρά κείμενα χρησιμοποιώντας τον αριθμό π
- ο υπολογίζει την περίμετρο της περιφέρειας
- ο υπολογίζει το εμβαδόν ενός κύκλου.

Άσκηση αξιολόγησης εργαλείου:

Γράψτε 3 πράγματα που σας άρεσαν σε αυτό το εργαλείο:	1. 2. 3.
Γράψτε δύο πράγματα που μάθατε	1. 2.
Γράψτε ένα στοιχείο που θα μπορούσε να βελτιωθεί	1.

Εισαγωγή

Υπάρχει ένα εύρος βιβλίων που εξετάζουν μαθηματικές έννοιες και είναι διαθέσιμα σε όλο τον κόσμο. Εκτός από τα παραδοσιακά σχολικά εγχειρίδια, υπάρχουν βιβλία που αφιερώνουν όλο το περιεχόμενό τους σε ένα κλάδο των μαθηματικών, σε ένα σύνολο θεμάτων ή ακόμα και σε άλυτα θεωρήματα, εικασίες ή παράδοξα. Εκτός από αυτά, υπάρχουν βιβλία που, αν και δεν εστιάζουν εντελώς στα μαθηματικά, περιγράφουν μια ιστορία και κάνουν χρήση των μαθηματικών εννοιών ως μέσο για την επίλυση ενός μυστηρίου ή μιας λογικής κατάστασης. Εκτός από αυτό το είδος λογοτεχνικών βιβλίων, υπάρχουν και εκείνα που χτίζουν ολόκληρη ιστορία με βάση μια μαθηματική έννοια.

Ένα πολύ καλό παράδειγμα είναι το βιβλίο «Not A Wake», που γράφτηκε από τον Michael Keith χρησιμοποιώντας τον αριθμό π , το οποίο θα εξεταστεί σε αυτό το εργαλείο. Δεν είστε εξοικειωμένοι να γράφετε με τον αριθμό π ; Είναι φυσικό! Ωστόσο, στο τέλος αυτού του εργαλείου, θα μάθετε αυτήν την έννοια και θα την εξηγήσετε στους φίλους σας με απλά λόγια. Επιπλέον, θα είστε σε θέση να γράψετε μερικά κείμενα χρησιμοποιώντας αυτή την έννοια!

Ο αριθμός π στη συγγραφή

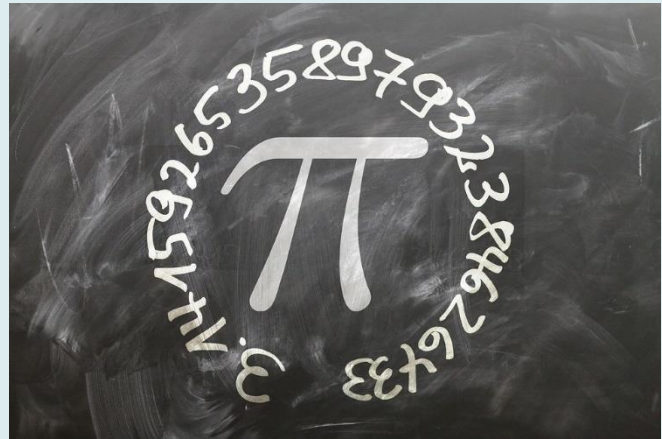
Πολλά βιβλία αναφέρουν τον αριθμό π, ενώ άλλα περιλαμβάνουν ποιήματα και στίχους αφιερωμένα σε αυτό. Και έπειτα, υπάρχουν και εκείνοι που είναι ένα βήμα μπροστά και γράφουν ένα ολόκληρο βιβλίο χρησιμοποιώντας τον αριθμό π. Πρόκειται για έναν τρόπο γραφής στον οποίο κάθε διαδοχική λέξη έχει ένα συνολικό αριθμό γραμμάτων που ταιριάζουν με τη σειρά των ψηφίων του

αριθμού π (3,141592653589 ...). Ως εκ τούτου, η συγγραφή με τη χρήση του π είναι μια πολύ περίεργη τεχνική γραφής που ακολουθεί έναν κανόνα/πρότυπο περιορισμού. Τα πρώτα παραδείγματα αυτού του είδους γραφής εμφανίστηκαν στις αρχές του εικοστού αιώνα. Μία από τις πιο γνωστές είναι η φράση που ανήκει στον Άγγλο φυσικό James Jeans: «How I need a drink, alcoholic in nature, after the heavy lectures involving quantum mechanics!» (Πόσο θέλω ένα ποτό, με αλκοόλ, μετά από τις δύσκολες διαλέξεις για την κβαντική μηχανική!). Ακολουθώντας τον κανόνα, στην αγγλική πρόταση η πρώτη λέξη έχει 3 γράμματα, η δεύτερη έχει 1, ... και η δέκατη πέμπτη έχει 9, που αντιστοιχεί στα πρώτα 15 ψηφία του αριθμού π.

Εν τω μεταξύ, προέκυψε ένας περιορισμός όσον αφορά τον αριθμό 0 και προτάθηκε για τον συγκεκριμένο αριθμό να αντιστοιχεί μια λέξη με 10 γράμματα. Αυτή η νέα «εκδοχή» της συγγραφής με τον αριθμό π, η οποία έγινε γνωστή ως «Βασική συγγραφή με τον αριθμό π», αναφέρει ότι η λέξη με n γράμματα αναπαριστάνεται:

n εάν $n < 10$.

0 εάν $n = 10$.



Εικ. 1 – Αναπαράσταση του π

(Πηγή: <https://pixabay.com/illustrations/pi-board-school-district-diameter-1453836/>)

Δύο άλλα ζητήματα προέκυψαν αργότερα: πρώτον, τα ψηφία 1111211 απαιτούσαν αρκετές διαδοχικές λέξεις με ένα ή δύο γράμματα για να γραφτούν. Δεύτερον, λέξεις με περισσότερα από 10 γράμματα δεν μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν. Για να επιλυθεί αυτός ο περιορισμός, δημιουργήθηκε ένας τρίτος κανόνας.

Έτσι προέκυψε μια επιπλέον εκδοχή, η «τυπική συγγραφή με τον αριθμό π», όπου κάθε λέξη από n γράμματα αναπαριστάται με:

Δύο διαδοχικά ψηφία εάν $n > 10$.

Επομένως, για παράδειγμα, μια λέξη με 11 γράμματα, όπως «νυσταγμένος», αναπαριστάται με τα ψηφία 1 και 2, αντίστοιχα.

Υπάρχουν επίσης ορισμένοι κανόνες στίξης. Όπως δηλώνει ο Michael Keith:

«Εάν μια λέξη περιέχει μία ή περισσότερες αποστρόφους, να τις παραλείψετε και κλείσετε το κενό που προκύπτει. Έτσι, το «couldn't» να θεωρηθεί σαν «couldnt» και ως εκ τούτου να μετρηθεί ως 5. Η συγκεκριμένη εναλλακτική δεν είναι σαφώς η πιο σωστή επιλογή, αλλά εάν παρέμενε το «couldn't» τότε θα προκύπταν δύο ψηφία (6,1).»

(Keith, M. (n.d.), “Writing in Pillish”, ανακτήθηκε από <http://www.cadaeic.net/pilish.htm> (16/07/2019)).

Επιπλέον, προσθέτει ότι:

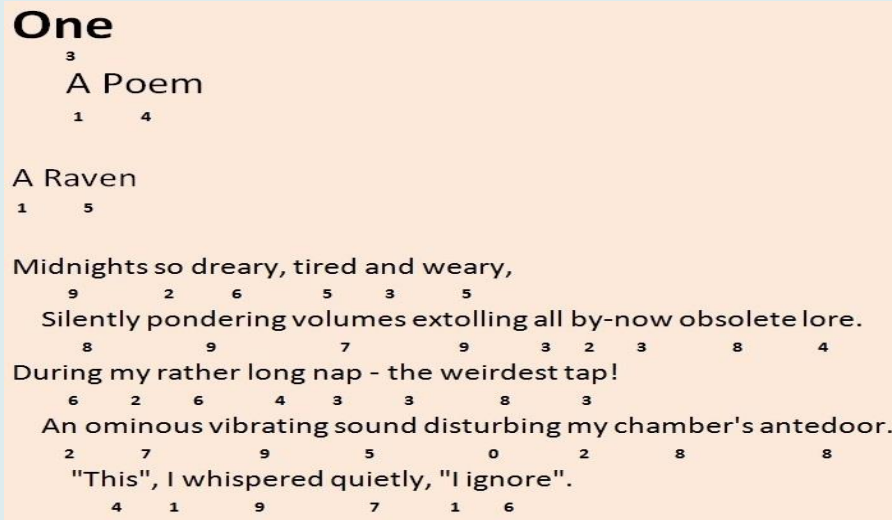
«Οποιοσδήποτε χαρακτήρας που δεν είναι γράμμα ή απόστροφος είναι ένας οριοθέτης, ο οποίος ισοδυναμεί με ένα κενό.» (Keith, M. (n.d.), “Writing in Pillish”, ανακτήθηκε από <http://www.cadaeic.net/pilish.htm> (16/07/2019)).

Επιπλέον, ένα κείμενο μπορεί επίσης να περιέχει αριθμούς και να αντιστοιχούν στα ψηφία του αριθμού π . Για να γίνει ξεκάθαρο, καθορίστηκαν δύο κατηγορίες για τη συγγραφή με τον αριθμό π (Keith, M. (n.d.):

- **«Αλφαβητικό π »**, στην οποία οι λέξεις αποτελούνται μόνο από γράμματα. Επομένως, αγνοούνται όλοι οι αριθμοί, δηλαδή, αν υπάρχει κάποιος αριθμός στο κείμενο, δεν θα αντιστοιχεί σε κανένα ψηφίο του π .
- **«Αλφαριθμητικό π »**, στην οποία οι λέξεις μπορεί να αποτελούνται από γράμματα και αριθμούς. Δηλαδή, εάν ο αριθμός «2019», με 4 ψηφία, υπάρχει μέσα στο κείμενο, θα αντιστοιχεί σε ένα ψηφίο 4 του αριθμού π . Ομοίως, ο τακτικός αριθμός «1^{ος}» αντιστοιχεί προς ένα ψηφίο 3 του αριθμού.

Πίσω στα κείμενα που γράφτηκαν με τη χρήση του αριθμού π , το 1995, ο Michael Keith, ξαναέγραψε το ποίημα του Edgar Allen Poe «The Raven» χρησιμοποιώντας τον αριθμό π , για την ακρίβεια τα πρώτα 740 ψηφία του π , σε ένα ποίημα που έγινε επίσημα γνωστό ως «Near a Raven».

Το 1996, ο συγγραφέας χρησιμοποιεί την προσαρμογή του έργου του «Cadaeic Cadenza», μια ιστορία που γράφτηκε σύμφωνα με τους κανόνες της «Τυπικής συγγραφής με αριθμό π » και του «Αλφαριθμητικού π », στους οποίους χρησιμοποιήθηκαν τα πρώτα 3835 ψηφία του αριθμού π .



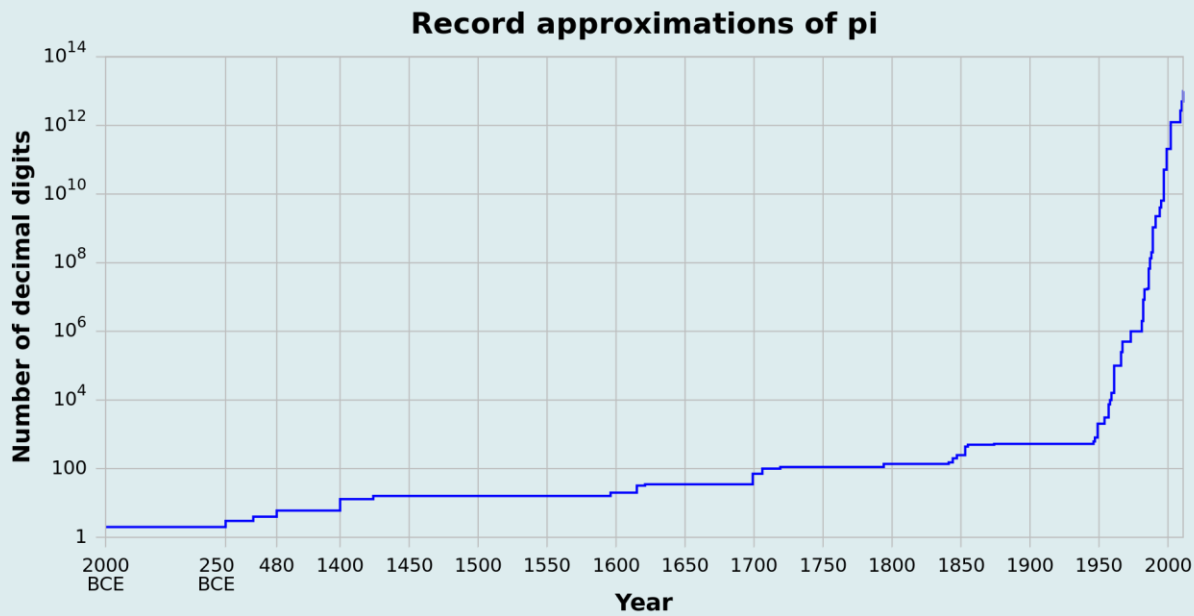
Εικ. 2 – Απόσπασμα από το έργο “Cadaeic Cadenza” του Michael Keith (1995) παρουσιάζοντας τον αριθμό των γραμμάτων σε κάθε λέξη, σύμφωνα με τα ψηφία του π (Πηγή: <http://myzlog.blogspot.com/2016/03/the-cadaeic-cadenza-is-short-story-that.html>)

Το 2010, ο Mike Keith έσπασε το δικό του ρεκόρ γράφοντας το βιβλίο «Not A Wake», σύμφωνα με τους κανόνες του Προτύπου συγγραφής με αριθμό π και του Αλφαριθμητικού π, μόνο που αυτή τη φορά το βιβλίο βασίζεται στα πρώτα 10000 ψηφία του αριθμού π.

8

Στα μαθηματικά, η έννοια του π ως λόγος της περιφέρειας του κύκλου προς τη διάμετρο του είναι γνωστή από την αρχαία εποχή, αλλά μόνο τον 18ο αιώνα ο Lambert απέδειξε ότι ο π είναι ένας άρρητος αριθμός.

Από τον 20ο αιώνα και μετά, συγκεκριμένα μετά το 1949, με τη βοήθεια ηλεκτρονικών υπολογιστών, ανακαλύφθηκε ένας αυξανόμενος αριθμός δεκαδικών ψηφίων του π. Το τρέχον ρεκόρ έκανε τον Ιανουάριο του 2019 η Emma Haruka Iwao, υπάλληλος της Google Japan, που βρήκε 31,4 τρισεκατομμύρια ψηφία (31.415.926.535.897 για την ακρίβεια) της μαθηματικής σταθεράς.



Εικ. 3 – Ιστορική εξέλιξη της ακριβούς καταγραφής των αριθμητικών προσεγγίσεων του π, μετρούμενη σε δεκαδικά ψηφία
 (Πηγή: https://en.wikipedia.org/wiki/Approximations_of_%CF%80#/media/File:Record_pi_approximations.svg)

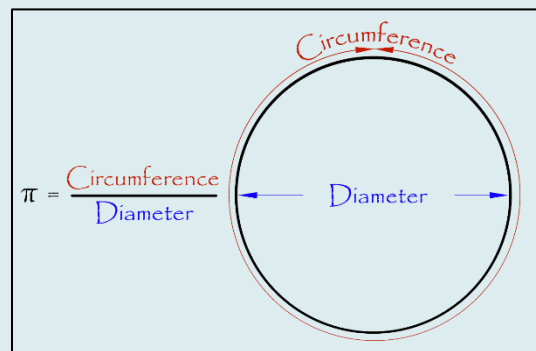
Γλωσσάρι

Συγγραφή με αριθμό π - ένα είδος συγγραφής με περιορισμούς στο οποίο ο αριθμός των γραμμάτων μιας σειράς λέξεων ταιριάζει με τη σειρά των ψηφίων του αριθμού π .

Συγγραφή με περιορισμούς – μια λογοτεχνική τεχνική στην οποία υπάρχουν περιορισμοί που κάνουν τον συγγραφέα να ακολουθεί ορισμένους κανόνες ή πρότυπα.

Τα μαθηματικά πίσω από τη συγγραφή με τον αριθμό π

Ο αριθμός π (που παραδοσιακά αναπαριστάμεται με το ελληνικό γράμμα π) είναι μια μαθηματική σταθερά οριζόμενη ως ο λόγος της περιφέρειας προς τη διάμετρο ενός κύκλου. Ο αριθμός π είναι ο πιο διάσημος άρρητος αριθμός στην ιστορία.



Εικ. 4 – Σταθερός λόγος του π
(Πηγή: <http://project314.org/images/-314/PIRatio.png>)

Για να διευκολυνθούν οι υπολογισμοί, η τιμή 3,14 χρησιμοποιείται τις περισσότερες φορές ως προσέγγιση του π. Ωστόσο, δεδομένου ότι είναι ένας άρρητος αριθμός, ο π είναι ένα άπειρος μη περιοδικός δεκαδικός (που σημαίνει ότι κάθε πιθανός αριθμητικός συνδυασμός εμφανίζεται στα δεκαδικά ψηφία του π). Χάρη στην τεχνολογία των ηλεκτρονικών υπολογιστών, έχει ήδη επιτευχθεί ακριβέστερη προσέγγιση με δισεκατομμύρια δεκαδικά ψηφία.

Εφαρμογές του π

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, ο αριθμός π είναι μια μαθηματική σταθερά οριζόμενη ως ο λόγος της περιφέρειας προς τη διάμετρο ενός κύκλου, οπότε ο π είναι συνδεδεμένος με την έννοια της περιμέτρου ενός κύκλου και χρησιμοποιείται επίσης για τον υπολογισμό του εμβαδόν ενός κύκλου, καθώς και για όγκους άλλων στερεών με κυρτές επιφάνειες. Σε αυτό το εργαλείο, θα εξεταστούν οι δύο πρώτες εφαρμογές.

Περίμετρος περιφέρειας


Η **περίμετρος**, P , μιας περιφέρειας αναπαριστάνεται ως: $P = \pi d$ ή $P = 2\pi r$, όπου d είναι η διάμετρος και r είναι η ακτίνα της περιφέρειας.

Εμβαδόν του κύκλου

Το εμβαδόν, A , του κύκλου αναπαριστάνεται ως: $A = \pi r^2$, όπου r είναι η ακτίνα του κύκλου.

ΕΡΓΑΣΙΕΣ

ΕΡΓΑΣΙΑ 1


 Μετατρέψτε το ακόλουθο κείμενο (γραμμένο σύμφωνα με την τυπική συγγραφή με αριθμό π) στα πρώτα 21 ψηφία του αριθμού π .

«Now I fall, a tired suburban in liquid under the trees,


Drifting alongside forests simmering red in the twilight over Europe.»

(Απόσπασμα από το βιβλίο Not A Wake του Mike Keith)


ΕΡΓΑΣΙΑ 2

 Γράψτε ένα κείμενο ή ένα ποίημα σύμφωνα με την τυπική συγγραφή με αριθμό π με τουλάχιστον 20 λέξεις.

ΕΡΓΑΣΙΑ 3

 Υπολογίστε την περίμετρο (την ακριβή τιμή και την κατά προσέγγιση τιμή χρησιμοποιώντας $\pi \approx 3,14$) μιας περιφέρειας με ακτίνα 5 εκ.

ΕΡΓΑΣΙΑ 4

 Υπολογίστε το εμβαδόν (την ακριβή τιμή και τη κατά προσέγγιση τιμή χρησιμοποιώντας $\pi \approx 3,14$) ενός κύκλου με ακτίνα 10 εκ.

ΜΑΘΕΤΕ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΑ...

Ο αριθμός π

<https://pt.wikipedia.org/wiki/Pi>

Υπολογίζοντας την τιμή του π

<https://www.youtube.com/watch?v=dBoG4eRSWG8>

Ακτίνα, διάμετρος, περιφέρεια και π

<https://www.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-area-and-perimeter/area-circumference-circle/v/circles-radius-diameter-and-circumference>

Γράφοντας με τον αριθμό π

<http://www.cadaeic.net/pilish.htm>

Το βιβλίο «Not A Wake» του Mike Keith

<http://www.cadaeic.net/notawake.htm>