

ΜΕΡΟΣ V: ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑ & ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΛΙΚΙΑΚΟ ΕΥΡΟΣ: 13-15

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 46: ΠΡΩΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ ΣΤΟ
ΠΟΙΟΣ ΣΚΟΤΩΣΕ ΤΟ ΣΚΥΛΟ ΤΑ
ΜΕΣΑΝΥΧΤΑ ΤΟΥ ΜΑΡΚ ΧΑΝΤΟΝ

LogoPsyCom



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

Οδηγός Εκπαιδευτικού

Τίτλος: Πρώτοι αριθμοί στο «Ποιος σκότωσε το σκύλο τα μεσάνυχτα» (The curious incident of the dog in the night-time) του Μαρκ Χάντον

Ηλικιακό Εύρος: 13-15 χρονών

Διάρκεια: 2 ώρες

Μαθηματικές Έννοιες: πρώτοι αριθμοί, πρώτοι του Μερσέν, τέλειοι αριθμοί.

Καλλιτεχνικές Έννοιες: Μυθιστόρημα με φόνο και μυστήριο, εσωτερικός αφηγητής, δομή μυθιστορήματος.

Γενικοί Σκοποί: Οι μαθητές να ανακαλύψουν τις μαθηματικές έννοιες που παρουσιάζονται μέσα στο βιβλίο και να μάθουν πώς να αναπτύξουν τον μαθηματικό συλλογισμό στην καθημερινή ζωή.

Οδηγίες και Μεθοδολογία: Οι μαθητές θα εξερευνήσουν τα μαθηματικά μέσω της λογοτεχνίας, εφαρμόζοντάς τα σε πραγματικές καταστάσεις και διαβάζοντας αποσπάσματα από το βιβλίο. Οι μαθητές σας θα ανακαλύψουν τις διαφορετικές μαθηματικές έννοιες για να μάθουν τους πρώτους και τέλειους αριθμούς.

Πηγές: Αυτό το εργαλείο παρέχει διαδικτυακές πηγές που μπορείτε να χρησιμοποιήσετε στην τάξη σας. Τα θέματα που εξετάζονται σε αυτές τις πηγές θα σας βοηθήσουν να βρείτε άλλα υλικά για να εξατομικεύσετε και να δώσετε μια άλλη διάσταση στο μάθημά σας.

Συμβουλές για τον εκπαιδευτικό: Η μάθηση μέσα από την πράξη είναι πολύ αποτελεσματική, ειδικά για νεαρούς μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες. Πάντα να εξηγείτε την πρακτική πλευρά κάθε μαθηματικής έννοιας.

Επιθυμητά αποτελέσματα και δεξιότητες: Στο τέλος αυτού του εργαλείου, ο μαθητής θα είναι σε θέση να:

- ο διακρίνει τους πρώτους και σύνθετους αριθμούς·
- ο κατανοεί τι είναι οι πρώτοι του Μερσέν·
- ο εντοπίζει τους τέλειους αριθμούς χρησιμοποιώντας τις νέες μαθηματικές έννοιες.

Άσκηση αξιολόγησης εργαλείου:

Γράψτε 3 πράγματα που σας άρεσαν σε αυτό το εργαλείο:	1. 2. 3.
Γράψτε δύο πράγματα που μάθατε	1. 2.
Γράψτε ένα στοιχείο που θα μπορούσε να βελτιωθεί	1.

Εισαγωγή

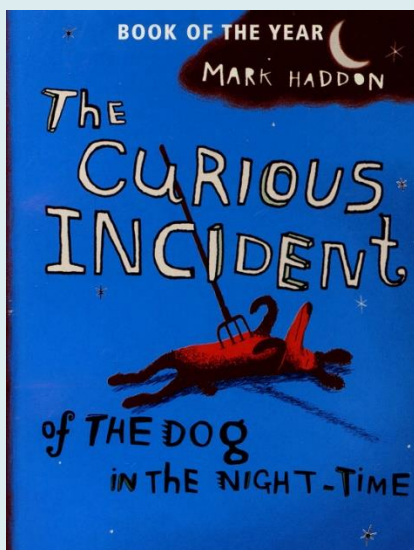
Η ανάγνωση μπορεί να μας βοηθήσει να κατανοήσουμε τον κόσμο γύρω μας με έναν τρόπο που δεν περιμέναμε. Επομένως, τα βιβλία αποτελούν πολύτιμους πόρους για τους μαθητές για να διερευνήσουν νέα θέματα και ιδέες που κρύβονται μέσα στην ιστορία. Μερικοί από τους συγγραφείς χρησιμοποιούν τα μαθηματικά στις ιστορίες τους, στα οποία οι μαθητές συχνά δεν εστιάζουν παρόλο που είναι πιο πιθανό με βάση αυτά να καταλάβουν ένα θέμα που έχουν ήδη διαβάσει.

Βλέποντας τους χαρακτήρες να συλλογίζονται τα μαθηματικά προβλήματα και τις έννοιες, οι αναγνώστες θέλουν να κατανοήσουν αυτές τις έννοιες και να λύσουν αυτά τα προβλήματα μαζί τους, με τον ίδιο τρόπο που προσπαθούν συχνά να μαντέψουν το τέλος μιας ιστορίας. Εδώ, θα μάθουν νέα πράγματα ακολουθώντας μόνο τις σκέψεις του αφηγητή και παρατηρώντας τη δομή του βιβλίου.

Ως εκ τούτου, διδάσκοντας τους μαθητές τα μαθηματικά που κρύβονται πίσω από μερικά γνωστά βιβλία μπορεί να αποτελέσει μια μεγάλη προστιθέμενη αξία στο μάθημα των μαθηματικών, δίνοντας στους μαθητές μια πιο εμπυθιστική αντίληψη για τις πιθανές χρήσεις των μαθηματικών.

«Ποιος σκότωσε το σκύλο τα μεσάνυχτα» του Μαρκ Χάντον

1. Σύνοψη



Εικόνα 1: Εξώφυλλο του βιβλίου «Ποιος σκότωσε το σκύλο τα μεσάνυχτα» του Μαρκ Χάντον

Αυτό το μυθιστόρημα που γράφτηκε από τον Μαρκ Χάντον το 2003, διηγείται την ιστορία ενός δεκαπεντάχρονου αγοριού, του Κρίστοφερ, που έχει σύνδρομο Άσπεργκερ και βλέπει τον κόσμο με μια μαθηματική οπτική. Η ιστορία αρχίζει όταν ανακαλύπτει ότι το κανίς του γείτονά του έχει δολοφονηθεί. Εξηγεί ότι του αρέσουν τα σκυλιά περισσότερο από μερικούς ανθρώπους, γι 'αυτό και επέλεξε να γράψει για τη δολοφονία ενός σκυλιού. Ενώ διερευνούν τη δολοφονία, ο Κρίστοφερ θα πρέπει να αντιμετωπίσει έναν κόσμο που δεν γνωρίζει καλά, γι 'αυτό η βοηθός του, η Σόμπαν, τον συμβουλεύει να γράψει ένα βιβλίο για την εμπειρία του.

2. Κρίστοφερ

Ο βασικός χαρακτήρας, ο Κρίστοφερ, έχει αυτισμό, και πιο συγκεκριμένα, έχει σύνδρομο Άσπεργκερ. Αυτό το σύνδρομο τον κάνει να βιώνει τον κόσμο διαφορετικά, μέσω μιας άλλης οπτικής. Είναι παθιασμένος με τα μαθηματικά και την επιστήμη και του αρέσει όταν τα πράγματα είναι σαφή και ρητά. Δείχνει επίσης ότι έχει δυσκολίες να κατανοήσει τα συναισθήματα άλλων ανθρώπων, να καταλάβει αστεία και να αντιμετωπίσει τις αγχωτικές συμπεριφορές, που είναι μερικά από τα χαρακτηριστικά του φάσματος του αυτισμού. Στο βιβλίο ο Κρίστοφερ είναι ο εσωτερικός αφηγητής της ιστορίας, βοηθώντας με αυτόν τον τρόπο τον αναγνώστη να καταλάβει την αντίληψή

του για τον κόσμο που τον περιβάλλει. Εξηγεί ότι το μυθιστόρημα είναι ένα μυθιστόρημα με φόνο και μυστήριο επειδή είναι ο μόνος τύπος μυθιστορήματος που του αρέσει καθώς υπάρχουν γρίφοι για να λύσει. Η αγάπη του για τα μαθηματικά και την επιστήμη γίνεται αντιληπτή γρήγορα στο βιβλίο αφού παρατηρήσετε τους αριθμούς των κεφαλαίων. Αργότερα εξηγεί ότι, καθώς αγαπά τους πρώτους αριθμούς, αποφάσισε να χρησιμοποιήσει μόνο αυτούς τους αριθμούς για να απαριθμήσει τα κεφάλαια του μυθιστορήματός του. Στη συνέχεια, εξηγεί ποιοι είναι οι πρώτοι αριθμοί.



3. Το απόσπασμα:

«Τα κεφάλαια στα βιβλία αριθμούνται συνήθως με τα απόλυτα αριθμητικά 1, 2, 3, 4, 5, 6 και πάει λέγοντας. Εγώ όμως αποφάσισα να αριθμήσω τα κεφάλαιά μου με πρώτους αριθμούς 2, 3, 5, 7, 11, 13 και πάει λέγοντας, γιατί μου αρέσουν οι πρώτοι αριθμοί. Και να πώς ανακαλύπτεις ποιοι αριθμοί είναι πρώτοι. Κατ' αρχάς γράφεις όλους τους θετικούς ακέραιους αριθμούς του κόσμου.

Ύστερα βγάζεις από τη μέση όλους τους αριθμούς που είναι πολλαπλάσιοι του 2.

Ύστερα βγάζεις όλους τους αριθμούς που είναι πολλαπλάσιοι του 3. Ύστερα βγάζεις όλους τους αριθμούς που είναι πολλαπλάσιοι του 4, ύστερα του 5, του 6, του 7 και πάει λέγοντας. Οι αριθμοί που απομένουν είναι οι πρώτοι αριθμοί.

Ο κανόνας της ανακάλυψης των πρώτων αριθμών είναι στ' αλήθεια απλός, αλλά κανένας δεν επεξεργάστηκε ποτέ έναν απλό τύπο που να σου λέει αν ένας πάρα πολύ μεγάλος αριθμός είναι πρώτος αριθμός ή αν θα είναι πρώτος ο επόμενος. Αν ένας αριθμός είναι πραγματικά πολύ πολύ μεγάλος, μπορεί ένας ηλεκτρονικός υπολογιστής να χρειαστεί χρόνια για να ανακαλύψει αν είναι πρώτος αριθμός.

Οι πρώτοι αριθμοί μάς χρησιμεύουν για να γράφουμε κώδικες και στην Αμερική είναι καταχωρισμένοι ως Στρατιωτικό Υλικό. Αν βρεις έναν με πάνω από 100 ψηφία, πρέπει

να ενημερώσεις τη CIA κι αυτοί σου τον αγοράζουν προς 10.000 δολάρια. Όμως αυτός δεν είναι και πολύ καλός τρόπος για να βγάζεις το ψωμί σου.

Οι πρώτοι αριθμοί είναι αυτό που απομένει αφού αφαιρέσεις όλα τα στερεότυπα. Εγώ πιστεύω ότι οι πρώτοι αριθμοί είναι σαν τη ζωή: είναι πολύ λογικοί αλλά δε θα μπορούσες ποτέ να επεξεργαστείς τους κανόνες τους, ακόμα κι αν έτρωγες όλο σου τον καιρό να τους σκέφτεσαι.»

(Μαρκ Χάντον (2003) Ποιος σκότωσε το σκύλο τα μεσάνυχτα, εκδόσεις Ψυχογιός)

Τώρα που ο Κρίστοφερ εξήγησε τι είναι οι πρώτοι αριθμοί μέσω της λογοτεχνίας, ας τους δούμε με έναν πιο μαθηματικό τρόπο!



Εδώ είναι το ακουστικό βιβλίο αν θέλετε να ακούσετε την ιστορία αντί να την διαβάσετε (το απόσπασμα ξεκινά στις 15:43):

https://www.youtube.com/watch?v=PgZx_lrgWKE.

Γλωσσάρι

Σύνδρομο Άσπεργκερ: είναι μια διαταραχή του φάσματος του αυτισμού, που χαρακτηρίζεται από σημαντικές δυσκολίες στην κοινωνική αλληλεπίδραση και στη λεκτική επικοινωνία.

Εσωτερικός αφηγητής: ένας χαρακτήρας που διηγείται την ιστορία του βιβλίου χρησιμοποιώντας το πρόσωπο «εγώ».

Μυθιστόρημα με φόνο και μυστήριο: ένα μυθιστόρημα που διηγείται την ανακάλυψη και την επίλυση μιας δολοφονίας.

Απόλυτοι αριθμοί: είναι οι αριθμοί που εκφράζουν μια ποσότητα (σε αντίθεση με τους τακτικούς αριθμούς που εκφράζουν τη σειρά όπως πρώτος, δεύτερος, κλπ.).

CIA: η Κεντρική Υπηρεσία Πληροφοριών, είναι μια υπηρεσία της Ομοσπονδιακής Κυβέρνησης των ΗΠΑ που λειτουργεί στις Ηνωμένες Πολιτείες.

Τα μαθηματικά πίσω από το λογοτεχνικό έργο «Ποιος σκότωσε το σκύλο τα μεσάνυχτα»

Τα μαθηματικά καθορίζουν κυριολεκτικά το μυθιστόρημα αφού ολόκληρο το βιβλίο χωρίζεται σύμφωνα με τους πρώτους αριθμούς και ο αφηγητής που είναι και ο βασικός χαρακτήρας της ιστορίας μιλά για την επιστήμη και τα μαθηματικά σε όλη την αφήγηση.

Πρώτοι αριθμοί

Εδώ είναι ο μαθηματικός ορισμός των πρώτων αριθμών:

Ένας **πρώτος αριθμός** είναι ένας ακέραιος αριθμός μεγαλύτερος του 1 ο οποίος δεν μπορεί να διαιρεθεί από άλλον αριθμό πέρα από τον ίδιο ή από το 1.

Παραδείγματα: 2, 3, 5, 7, 11, 13 και ούτω καθεξής.

Αυτοί οι αριθμοί πρέπει να διακρίνονται από τους σύνθετους αριθμούς, οι οποίοι ορίζονται ως εξής:

Ένας **σύνθετος αριθμός** είναι ένας ακέραιος αριθμός μεγαλύτερος του 1 ο οποίος μπορεί να διαιρεθεί από άλλους αριθμούς πέρα από τον ίδιο ή το 1.

Παραδείγματα: 4, 6, 8, 9, 10, 12 και ούτω καθεξής.

Μπορείτε να μαντέψετε αν πρόκειται για πρώτους ή σύνθετους αριθμούς;

55	
41	
37	
49	
17	

Όπως λέει ο Κρίστοφερ, είναι πολύ δύσκολο να γνωρίζουμε αν ένας πολύ μεγάλος αριθμός είναι πρώτος ή σύνθετος. Δεν υπάρχει κανένας τύπος που να μας επιτρέπει να το κάνουμε αυτό γρήγορα για οποιονδήποτε αριθμό. Ακόμη και οι υπολογιστές χρειάζονται χρόνια για να το βρουν. Ωστόσο, μερικές τεχνικές μπορούν να σας βοηθήσουν!

Τώρα, θα επικεντρωθούμε σε ένα συγκεκριμένο είδος πρώτων αριθμών για να καταλήξουμε σε αυτό που ονομάζεται «τέλειοι αριθμοί». Θα καταλάβετε γιατί αρέσουν τόσο πολύ στον Κρίστοφερ τα μαθηματικά!

Πρώτοι του Μερσέν

Ο Marin Mersenne ήταν Γάλλος μαθηματικός τον 17ο αιώνα ο οποίος βρήκε ένα πρότυπο πρώτων αριθμών που προέκυψαν από τον ακόλουθο τύπο:

Για μερικούς πρώτους n

$$M_n = 2^n - 1$$

10

Η λίστα των πρώτων αριθμών του ξεκινάει κάπως έτσι:

n	2	3	5	7	13	17	19	31
$2^n - 1$	3	7	31	127	8191	131071	524287	2147483647

Τέλειοι αριθμοί

Ξέρετε ποιος ήταν ο Ευκλείδης; Ήταν Έλληνας μαθηματικός το 300 π.Χ. Είναι γνωστός κυρίως για τα 13 βιβλία του σχετικά με τη Γεωμετρία, που ονομάζονται «Στοιχεία».

Ο Ευκλείδης δούλεψε επίσης πάνω σε πρώτους αριθμούς και βρήκε αυτό που ονομάζεται «τέλειοι αριθμοί». Για να τους βρει, χρησιμοποίησε επίσης τον τύπο $2n - 1$.

Εδώ είναι ο τύπος στον οποίο βασίζονται οι πρώτοι αριθμοί του:

Ένας άρτιος τέλειος αριθμός είναι ίσος με το άθροισμα των θετικών παραγόντων του (εκτός από τον ίδιο).

Αν το $(2n - 1)$ είναι πρώτος, τότε το $2n-1 (2n - 1)$ είναι ένας άρτιος τέλειος αριθμός.

Εδώ είναι κάποια παραδείγματα:

n	$2^n - 1$	$2^{n-1}(2^n - 1)$	Τέλειος;	n = πρώτος;	$2^n - 1$ πρώτος;
1	1	1	Όχι	Όχι	Όχι
2	3	6	Ναι	Ναι	Ναι
3	7	28	Ναι	Ναι	Ναι
4	15	120	Όχι	Όχι	Όχι

ΕΡΓΑΣΙΕΣ

Τα κεφάλαια του μυθιστορήματος:

Ο Κρίστοφερ χρειάζεται τη βοήθειά σας να γράψει ένα άλλο μυθιστόρημα!

Μπορείτε να τον βοηθήσετε να απαριθμήσει τα κεφάλαια του;

Εδώ βρίσκεται ό,τι γνωρίζετε:

- Έχει γράψει επτά κεφάλαια
- Θέλει να χρησιμοποιήσει τους τέλειους αριθμούς για να απαριθμήσει τα κεφάλαια του.
- Μερικές φορές, το $2^n - 1$ δεν είναι πρώτος αριθμός!

Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε αυτό το ηλεκτρονικό εργαλείο για να ελέγξετε αν

 μεγάλοι αριθμοί είναι πρώτοι ή όχι:

https://www.mathsisfun.com/prime_numbers.html

Πώς θα το κάνετε?

n	$2^n - 1$	$2^{n-1}(2^n - 1)$	n = πρώτος;	$2^n - 1$ πρώτος;	Τέλειος;

ΜΑΘΕΤΕ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΑ...

Εικόνα εξωφύλλου:

<http://www.markhaddon.com/curious.htm>

Ολόκληρο το ακουστικό βιβλίο:

https://www.youtube.com/watch?v=PgZx_lrgWKE

Άρθρο σχετικά με την προσαρμογή του βιβλίου στο δράμα:

https://www.walesonline.co.uk/whats-on/arts-culture-news/curious-incident-dog-night-time-maths-8994208?fbclid=IwAR2cyL2QAaJhZF8JtZObdb3q4rboqkZB_eqo9ZptBqOacKeWv9dUal4240A

Ανάλυση του βασικού χαρακτήρα του βιβλίου:

<https://vinhanley.com/2017/10/03/an-analysis-of-the-character-of-christopher-boone/>

Ανάλυση του βιβλίου:

<https://www.shmoop.com/curious-incident/>

Ένα διασκεδαστικό αίνιγμα για τους πρώτους αριθμούς από το Ted-ED:

https://www.youtube.com/watch?v=Uj3_Kqkl9Zo

Βίντεο για τους πρώτους του Μερσέν και τους τέλειους αριθμούς:

<https://www.youtube.com/watch?v=T0xKHwQH-4I>