

# ΜΕΡΟΣ V: ΛΟΓΟΤΕΧΝΙΑ & ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΛΙΚΙΑΚΟ ΕΥΡΟΣ: 16-18

---

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 42: ΠΡΟΣΕΓΓΙΖΟΝΤΑΣ  
ΤΟΥΣ ΤΡΙΓΩΝΙΚΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ  
ΜΕΣΩ ΤΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ «Ο  
ΑΓΑΠΗΜΕΝΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ  
ΤΥΠΟΣ ΤΟΥ ΚΑΘΗΓΗΤΗ»

---

C.I.P. Citizens in Power



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



## Οδηγός Εκπαιδευτικού

**Τίτλος:** Προσεγγίζοντας Τριγωνικούς Αριθμούς μέσω του Μεταφρασμένου βιβλίου «Ο αγαπημένος μαθηματικός τύπος του καθηγητή» της Γυόκο Ογκάουα/ Yoko Ogawa (2009).

**Ηλικιακή Ομάδα:** 16-18 χρονών

**Διάρκεια:** 1.5-2 ώρες (αναλόγως των εργασιών που θα επιλεγούν να υλοποιηθούν)

**Μαθηματικές Έννοιες:** Τριγωνικοί Αριθμοί

**Καλλιτεχνική Σύνδεση με:** Λογοτεχνία

**Γενικοί Σκοποί:** Αρχικά οι μαθητές θα προσδιορίσουν μέσω του εισαγωγικού μέρους τη σύνδεση και τα θετικά της εκμάθησης μαθηματικών μέσω λογοτεχνικών κειμένων. Στη συνέχεια, θα ασχοληθούν συγκεκριμένα με ένα από τα πιο σημαντικά λογοτεχνικά δημιουργήματα που συνδέονται με τα μαθηματικά, ερχόμενοι σε επαφή και με τη σπουδαία συγγραφέα και την επισκόπηση του βιβλίου. Θα έχουν επίσης την ευκαιρία να διαβάσουν ένα μικρό απόσπασμα του βιβλίου προερχόμενο από το Κεφάλαιο 4 και να αναλύσουν ορισμένες από τις μαθηματικές του έννοιες μέσω του αμιγώς μαθηματικού έργου.

**Οδηγίες και Μεθοδολογία:** Είναι προτιμότερο να ακολουθήσετε τη δομή αυτού του εργαλείου καθώς ξεκινά με μερικές απλές βασικές πληροφορίες σχετικά με τη σύνδεση μεταξύ λογοτεχνικών κειμένων και μαθηματικών γενικά, ενώ παράλληλα γίνεται όλο και πιο λεπτομερές με τα συνεπαγόμενα οφέλη του. Περιέχει βιογραφία της συγγραφέως και μια επισκόπηση του βιβλίου πριν οδηγηθούμε στο απόσπασμα από το Κεφάλαιο 4, που σχετίζεται με τους Τριγωνικούς Αριθμούς και τέλος τη μαθηματική εργασία.

**Πηγές:** Αυτό το εργαλείο παρέχει μια επισκόπηση του βιβλίου, εικόνες τόσο της συγγραφέως όσο και του βιβλίου, ένα τρέιλερ του YouTube από την ταινία «Ο αγαπημένος μαθηματικός τύπος του καθηγητή» που βασίζεται στο βιβλίο και το κυρίως μαθηματικό έργο.



**Συμβουλές για τον εκπαιδευτικό:** Θα είναι σημαντικό να προσελκύσετε το ενδιαφέρον των μαθητών σας ξεκινώντας δίνοντας έμφαση στον τρόπο με τον οποίο συσχετίζεται η λογοτεχνία με τα μαθηματικά και τα πολλά οφέλη που θα έχουν χρησιμοποιώντας το εργαλείο, και έχοντας την ευκαιρία να έρθουν σε επαφή με πραγματικό απόσπασμά του βιβλίου. Αυτό θα τους βοηθήσει να δουν και να κατανοήσουν το αναλυτικό μέρος μιας περίπλοκης φόρμουλας, που σχετίζεται με τριγωνικούς αριθμούς, προκειμένου να την καταλάβουν πλήρως και τελικά να την εφαρμόσουν στο μαθηματικό έργο που δίνεται.

### **Επιθυμητά αποτελέσματα και δεξιότητες:**

- ο Κατανόηση της συσχέτισης λογοτεχνίας με τα μαθηματικά
- ο Επαφή με τη σπουδαία συγγραφέα Γυόκο Ογκάουα και το βιβλίο «Ο αγαπημένος μαθηματικός τύπος του καθηγητή»
- ο Εφαρμογή τριγωνικών αριθμών στο Μαθηματικό Έργο μέσω αναλυτικής κατανόησης

### **ΑΣΚΗΣΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΕΡΓΑΛΕΙΟΥ**

Ως μέρος της αντανάκλασης ή / και της διαμορφωτικής αξιολόγησης μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τις παρακάτω κάρτες εξόδου, είτε από ένα έντυπο που έχετε εκ των προτέρων τυπώσει είτε απλά θέτοντας αυτές τις ερωτήσεις επί τόπου στους μαθητές και οι οποίοι μπορούν να καταγράψουν τις απαντήσεις τους σε ένα χαρτί ανώνυμα, ενώ φεύγοντας θα το τοποθετήσουν είτε στην έδρα είτε σε ένα κουτί. Η συγκεκριμένη διαμορφωτική στρατηγική ονομάζεται 3, 2, 1. Για περισσότερες στρατηγικές αξιολόγησης μπορείτε να επισκεφθείτε: [https://www.alfavita.gr/ekraideysi/248903\\_60-ergaleia-tehnikes-drastiriotites-gia-diamorfotiki-axiologisi-sti-sholiki-taxi](https://www.alfavita.gr/ekraideysi/248903_60-ergaleia-tehnikes-drastiriotites-gia-diamorfotiki-axiologisi-sti-sholiki-taxi)



<b>3-2-1</b>	
Γράψτε 3 πράγματα που σας άρεσαν σε αυτό το εργαλείο	1. 2. 3.
Γράψτε δύο πράγματα που μάθατε	1. 2.
Γράψτε ένα στοιχείο που θα μπορούσε να βελτιωθεί	1.



## Εισαγωγή

Σύμφωνα με τον Cohen (2013) «Η μελέτη των μαθηματικών που σχετίζονται με τη μυθοπλασία και την ποίηση βοηθά τους μαθητές να αναπτύξουν μια εκτίμηση και για τα δύο, μαθηματικά και λογοτεχνία και να κατανοήσουν τη σύνδεση μεταξύ τους». Υπάρχουν πολλές μελέτες που προέρχονται από ερευνητές όπως οι Gowney (2008, 2009), Bahls (2009), Glaz και Liang (2009), Glaz (2010, 2011) και Ivy (2004, 2009) εξηγώντας πώς η λογοτεχνία μπορεί να συνδεθεί με τα μαθηματικά στα πλαίσια της εκπαίδευσης. Γενικά, η σύνδεση των μαθηματικών με τις τέχνες, όπως ο κινηματογράφος, το θέατρο και οι γλώσσες, θεωρήθηκε ως μια χρήσιμη στρατηγική για τη διδασκαλία των μαθηματικών για διάφορους λόγους. Έρευνες έχουν αποδείξει ότι η προσφορά ενός περιβάλλοντος που θεωρείται λιγότερο αγχώδες και πιο ασφαλές ψυχολογικά αυξάνει την έμπνευση και κατ' επέκταση τα καλά αποτελέσματα των μαθητών (Jensen, 1998). Όταν οι μαθητές ανησυχούν, τα επιτεύγματα τους μειώνονται επειδή κυριεύονται από ένα αγχώδες και ανησυχητικό συναίσθημα, αποσπώντας τους από τα πραγματικά μαθηματικά έργα και την ουσία (Covington 1999). Αυτοί οι μαθητές που ανησυχούν, χάνουν πολλές από τις πληροφορίες που θα μπορούσαν να μάθουν, επειδή η εστίασή τους κυριεύεται από το φόβο τους προς τα μαθηματικά, αντί του έργου που πρέπει να υλοποιηθεί (Siegel 1999). Η αποτελεσματική χρήση της λογοτεχνίας που σχετίζεται με τα μαθηματικά μπορεί να συμβάλει στη μείωση του άγχους που αισθάνονται οι «μαθηματικοφοβικοί» (Zambo, 2005).

Ένα πολύ ευρέως διαδεδομένο άρθρο από τους Furner, Yahya και Duffy (2005), που εισηγείται 20 στρατηγικές για τη διδασκαλία των μαθηματικών, περιλαμβάνει μεταξύ αυτών των στρατηγικών και τη χρήση της λογοτεχνίας και τονίζει αυτά τα οφέλη:

- Διδάσκει μαθηματικές έννοιες στο πλαίσιο μιας ιστορίας
- Περιλαμβάνει ολοκληρωμένες μελέτες με ανάγνωση, γραφή, ομιλία, ακρόαση και ούτω καθεξής
- Αναπτύσσει τη μαθηματική σκέψη



- Προλαμβάνει το μαθηματικό άγχος και δημιουργεί ένα λιγότερο μαθηματικό-ανήσυχο περιβάλλον στην τάξη
- Επιτρέπει ποικίλες ερμηνείες
- Κάνει ιστορικές, πολιτιστικές και πρακτικές συνδέσεις
- Επιτρέπει τη χρήση αντικειμένων που χρησιμοποιούνται ως βοηθήματα διδασκαλίας και σχετίζονται με την ιστορία του λογοτεχνικού κειμένου
- Αξιολογεί την κατανόηση του παιδιού με την ανάγνωση / ερωταπαντήσεις
- Προσφέρει ένα ευρύ φάσμα βιβλίων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη διδασκαλία των περισσότερων μαθηματικών εννοιών
- Οδηγεί στην επίλυση προβλημάτων και την ενεργό συμμετοχή από το πλαίσιο της ιστορίας
- Παρέχει μια κοινή εμπειρία για μαθητές και καθηγητές (Furner et al, 2005, σελ. 22)

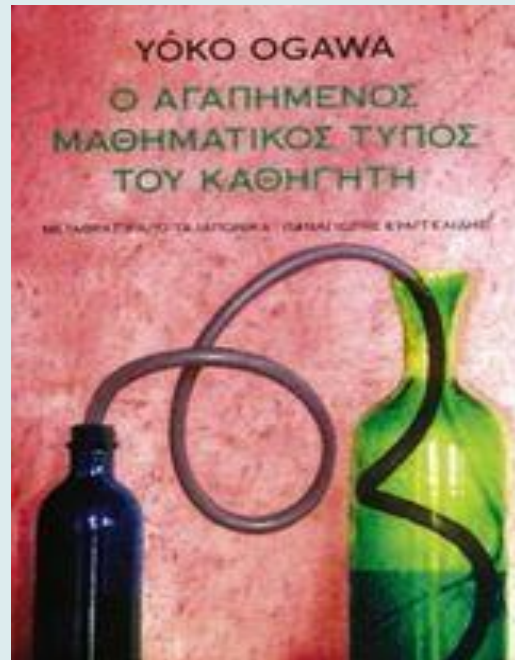
Υπάρχουν πολλά λογοτεχνικά βιβλία σε διάφορες γλώσσες που σχετίζονται με τα μαθηματικά. Δίνοντας ένα δειγματικό αυτών, είναι «The Devotion of suspect X» από τον Keigo Higashino (1958), «Ο πόλεμος των μαθηματικών» του Jason Socrates Bardi (2006), «Logicomix» (σύνθεση των λέξεων logic, λογική, και comics) του Απόστολου Δοξιάδη (2009), «Μαθηματικά Μυστήρια: Η Ομορφιά και η Μαγεία των Αριθμών» από τον Calvin Clawson (1999) και τέλος αυτό που επιλέχθηκε για αυτό το εργαλείο, που είναι «Ο αγαπημένος μαθηματικός τύπος του καθηγητή» της Γυόκο Ογκάουα/ Yoko Ogawa (2009), ένα λαμπρό ιαπωνικό μυθιστόρημα μεταφρασμένο και στα Αγγλικά και τα Ελληνικά.

**«Ο αγαπημένος μαθηματικός τύπος του καθηγητή»** αποτελείται από 11 κεφάλαια, που ασχολούνται με διάφορες μαθηματικές έννοιες, όπως οι τετραγωνικές ρίζες, οι φίλοι αριθμοί, η θεωρία των αριθμών, οι πρώτοι αριθμοί, ο τύπος του Gauss και οι πρώτοι του Μερσέν. Εδώ θα δοθεί μια επισκόπηση του βιβλίου και ένα μαθηματικό έργο που σχετίζεται με το Κεφάλαιο 4 και τους Τριγωνικούς αριθμούς.

## Βιογραφία



Εικόνα 1: Γυόκο Ογκάουα (Ανακτήθηκε από:  
[https://www.google.com/search?q=yoko+ogawa&client=firefox-b-d&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=0ahUKewiMsdjB\\_ODiAhXCEVAKHX7WCOIQ\\_AUIECgB&biw=1138&bih=527#imgrc=l3mrvd3faKalvM](https://www.google.com/search?q=yoko+ogawa&client=firefox-b-d&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=0ahUKewiMsdjB_ODiAhXCEVAKHX7WCOIQ_AUIECgB&biw=1138&bih=527#imgrc=l3mrvd3faKalvM))



Εικόνα 2: Το εξώφυλλο του βιβλίου "Ο αγαπημένος μαθηματικός τύπος του καθηγητή" (Ανακτήθηκε από:

[https://www.google.com/search?q=%CE%B7+%CF%85%CF%80%CE%B7%CF%81%CE%B5%CF%84%CF%81%CE%B9%CE%B1+%CE%BA%CE%B1%CE%B9+%CE%BF+%CE%BA%CE%B1%CE%B8%CE%B7%CE%B3%CE%B7%CF%84%CE%B7%CF%82+Yoko+Ogawa&client=firefox-b-d&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=0ahUKewia\\_JSvisjjAhU56KYKHwtmDdUQ\\_AUIESgB&biw=1138&bih=560#imgrc=byc\\_I-M2gTYzBM](https://www.google.com/search?q=%CE%B7+%CF%85%CF%80%CE%B7%CF%81%CE%B5%CF%84%CF%81%CE%B9%CE%B1+%CE%BA%CE%B1%CE%B9+%CE%BF+%CE%BA%CE%B1%CE%B8%CE%B7%CE%B3%CE%B7%CF%84%CE%B7%CF%82+Yoko+Ogawa&client=firefox-b-d&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=0ahUKewia_JSvisjjAhU56KYKHwtmDdUQ_AUIESgB&biw=1138&bih=560#imgrc=byc_I-M2gTYzBM):

Η **Γυόκο Ογκάουα** γεννήθηκε το 1962 στην επαρχία της Οκαγιάμα, της Ιαπωνίας. Φοίτησε στο Πανεπιστήμιο Ουασέντα του Τόκυο, παρακολουθώντας λογοτεχνία και τέχνες και από όπου και αποφοίτησε το 1984. Καθώς δούλευε σ' ένα ιατρικό Πανεπιστήμιο στην Οκαγιάμα, άρχισε παράλληλα να γράφει νουβέλες. Το 1988 κέρδισε το βραβείο Καϊέν για νέους συγγραφείς με τη νουβέλα της «Όταν σπάζει η πεταλούδα». Η φήμη της μεγάλωσε όταν τα επόμενα λογοτεχνικά έργα της – «Ο τέλειος θάλαμος





αρρώστων», «Η πισίνα των καταδύσεων», «Το τσάι που δεν κρυώνει» και το «Ημερολόγιο εγκυμοσύνης» - ήταν υποψήφια για το βραβείο Ακουταγκάουα. Κέρδισε τελικά το βραβείο το 1991 σε ηλικία 29 ετών, με το έργο «Ημερολόγιο εγκυμοσύνης». Τα αφηγήματα της Ογκάουα χαρακτηρίζονται από βαθύ ενδιαφέρον για τον κόσμο του πνεύματος -ιδιαίτερα το σημείο συνάντησης των ζωντανών με τους νεκρούς. Άλλα έργα της είναι: η «Περιθωριακή αγάπη», η «Αντζελίνα», η «Μυστική κρυστάλλωση», «Η μνήμη της Άννα Φρανκ», «Το κορίτσι που κεντούσε», «Ευγενική παράκληση», «Παγωμένη μυρωδιά», «Ξενοδοχείον Ίρις», «Σιωπηλό κορμί, απρεπής κηδεία» κ.ά.

Πηγή: <https://www.public-cyprus.com.cy/product/books/greek-books/literature/translated-literature/o-agarimenos-mathimatikos-typos-toy-kathigiti/prod641327pp/>

## Περίληψη του βιβλίου «Ο αγαπημένος μαθηματικός τύπος του καθηγητή»

Πρόκειται για την ιστορία ενός λαμπρού εξηντάχρονου καθηγητή μαθηματικών, ο οποίος, ύστερα από ένα αυτοκινητιστικό ατύχημα, έχει μνήμη μόλις ογδόντα λεπτών. Η αδερφή του προσλαμβάνει για αυτόν μια οικονόμο η οποία είναι υπεύθυνη για την καθαριότητα του σπιτιού του και για να τον φροντίζει. Κάθε πρωί, η οικονόμος αναγκάζεται να συστήνεται από την αρχή στον καθηγητή λόγω του ότι δεν τη θυμάται, αλλά έτσι ανθίζει και μια παράξενη αλλά συνάμα όμορφη σχέση μεταξύ τους. Ο καθηγητής μπορεί να μη θυμάται τι έφαγε για πρωινό, άλλα στο μυαλό του είναι ακόμα ζωντανές οι μαθηματικές εξισώσεις. Όταν ο καθηγητής μαθαίνει ότι η οικονόμος έχει ένα δεκάχρονο γιο τον οποίο μεγαλώνει μόνη της (πράγμα αρκετά παράξενο για την τότε εποχή) την προτρέπει να του τον γνωρίσει. Έτσι, ξεκινά μεταξύ τους μια θαυμάσια σχέση. Ο καθηγητής βρίσκει έξυπνους μαθηματικούς γρίφους - βασιζόμενος άλλοτε στο νούμερο του παπουτσιού της οικονόμου και άλλοτε στην ημερομηνία γέννησής της- και οι αριθμοί αποκαλύπτουν έναν κόσμο όμορφο, καινούργιο και αλλιώτικο για την οικονόμο και το γιό της. Με κάθε νέα εξίσωση, οι τρεις ψυχές σφυρηλατούν μια στοργή πιο μυστήρια από τους νοητούς αριθμούς και ένα





δεσμό βαθύ και ουσιαστικό. Η Ογκάουα γι' αυτό το βιβλίο, που κυκλοφόρησε στην Ιαπωνία το 2004, τιμήθηκε με το λογοτεχνικό βραβείο Γιομιούρι -το Μεγάλο Βραβείο των Βιβλιοπωλών- και το βραβείο της Εταιρείας Μαθηματικών, επειδή όπως λέγεται αποκάλυψε στον αναγνώστη την ομορφιά αυτού του επιστημονικού κλάδου.

Το παραπάνω κείμενο είναι προσαρμοσμένο από την αρχική πηγή:

<https://www.public-cyprus.com.cy/product/books/greek-books/literature/translated-literature/o-agapimenos-mathimatikos-typos-toy-kathigiti/prod641327pp/>



«Ο αγαπημένος μαθηματικός τύπος του καθηγητή» υπάρχει και ως ταινία η οποία κυκλοφόρησε το Γενάρη του 2006 στην Ιαπωνία από τον Takashi Koizumi. Είναι βασισμένη στο βιβλίο. Το τρέιλερ μπορείτε να το βρείτε στο σύνδεσμο <https://www.youtube.com/watch?v=pOV-jadkgAw> (χωρίς υποτίτλους)



## Απόσπασμα από το Κεφάλαιο 4



τελικά εἶχε πειραχτεῖ ὁ τένοντας. Ἦταν μιὰ παλιὰ κλι-  
νική ποῦ σοῦ προκαλοῦσε κατάθλιψη καὶ μόνον ποῦ κα-  
θόσουν καὶ περίμενες. Τὸ ταβάνι ἦταν μαυρισμένο, οἱ  
παντόφλες<sup>1</sup> κολλοῦσαν ἀπ' τὴ βρομιὰ καὶ οἱ ἀφίσεις  
στοὺς τοίχους μὲ τὶς ὀδηγίες γιὰ τὸν ἀπογαλακτισμό,  
καθὼς καὶ τὰ ἡμερολόγια τῶν ἐμβολιασμῶν, εἶχαν κιτρι-  
νίσει. Μόνον ἡ λάμπα ἀπὸ τὸ δωμάτιο τῶν ἀκτινογρα-  
φιῶν ἔριχνε πρὸς τὸ μέρος μας ἓνα ἀσθενικὸ φῶς. Πα-  
ρότι ἐπρόκειτο γιὰ μιὰ ἐξέταση ρουτίνας, ἀπλῶς δηλαδὴ  
γιὰ νὰ μὴν ἀνησυχοῦμε, ὁ Ροῦτ ἀργοῦσε νὰ βγεῖ ἀπὸ τὸ  
δωμάτιο τοῦ ἱατροῦ.

– Γνωρίζετε μήπως τοὺς τριγωνικοὺς ἀριθμοὺς ;

Ὁ καθηγητὴς μοῦ ἔδειξε μὲ τὸ χέρι μιὰ ἐπιγραφὴ ποῦ  
τὴν ἀποτελοῦσε ἓνα τρίγωνο καὶ ἡ ὁποία προειδοποιοῦσε  
γιὰ τοὺς κινδύνους ραδιενέργειας τῶν ἀκτίνων.

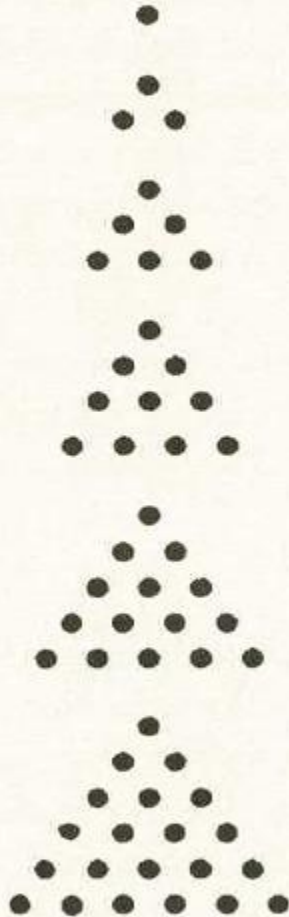
– Ὁχι, ἀπάντησα ἐγώ.

Παρότι ἡ ἀναφορὰ του σὲ ἀριθμοὺς ἔδειχνε ὅτι ἡ

ἀρχική ταραχή είχε κοπάσει, μοῦ φαινόταν ὅτι μέσα του ἐπέμενε ἀκόμα μιὰ ἀνησυχία.

– Εἶναι πραγματικά κομψοί.

Ὁ καθηγητής βάλθηκε νὰ ἀραδιάζει στή σειρά, στήν πίσω μεριά ἑνὸς ἐρωτηματολογίου ποῦ εἶχε πάρει ἀπὸ τὴ ρεσεψιὸν, μαῦρα στρογγυλὰ σημάδια.



– Γιά πεῖτε μου, τί νομίζετε ;

– Μμμ, γιά νὰ δοῦμε... Σὰν κάποιος μεθοδικὸς ἄνθρωπος νὰ ἔχει μαζέψει ξύλα... Ἡ νὰ ἔχει βάλει στή σειρά μαῦρα φασόλια...

- Αυτό είναι. Ὁ μεθοδικὸς ἄνθρωπος, αὐτὸ εἶναι τὸ σημαντικό στοιχείο. Στὴν πρώτη βαθμίδα ὑπάρχει ἓνα. Στὴ δεύτερη δύο. Στὴν τρίτη τρία... Δὲν ὑπάρχει εὐκολότερος τρόπος κατασκευῆς ἑνὸς τριγωνικοῦ σχήματος ἀπ' αὐτόν.

Ἐριξα μιὰ ματιὰ στὸ τριγωνικὸ σχῆμα. Τὸ χέρι τοῦ καθηγητῆ ἔτρεμε ἐλαφρά. Τὰ μαῦρα στρογγυλὰ σημάδια ἔμοιαζαν νὰ ἐπιπλέουν στὸ μισοσκοτάδα.

- Στὴ συνέχεια, ἂν μετρήσουμε τὸν ἀριθμὸ τῶν μαῦρων στρογγυλῶν σημείων ποὺ περιέχονται σὲ κάθε τρίγωνο σχῆμα, θὰ ἔχουμε 1, 3, 6, 10, 15, 21. Ἄν τὸ ἐκφράσουμε μὲ μαθηματικοὺς τύπους ἔχουμε :

$$1$$

$$1 + 2 = 3$$

$$1 + 2 + 3 = 6$$

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$$

Μὲ ἄλλα λόγια, οἱ τριγωνικοὶ ἀριθμοί, εἴτε τὸ θέλουμε εἴτε ὄχι, ἐκφράζουν τὸ ἄθροισμα τῶν φυσικῶν ἀριθμῶν ἀπὸ τὸ 1 μέχρι κάποιο ἀριθμὸ. Ἐὰν ἐνώσουμε δύο τριγωνικὰ σχήματα, τὰ πράγματα διευρύνονται ἀκόμα περισσότερο. Ἐπειδὴ εἶναι κουραστικὸ νὰ καθόμαστε νὰ γράφουμε τόσο πολλὰ μαῦρα βουῦλες, ἄς τὸ κάνουμε μὲ τὸν τέταρτο τριγωνικὸ ἀριθμὸ, τὸ 10, τί λέτε ;





“Αν καὶ δὲν ἔκανε κρῦο, τὸ τρέμουλο τῶν χεριῶν του γινόταν ὄλο καὶ μεγαλύτερο καὶ οἱ μαῦρες βοῦλες ἄρχι-σαν νὰ ὑφίστανται κάποιες παραμορφώσεις. Ἐβαζε τὰ δυνατὰ του συγκεντρώνοντας ὅλη τὴ νευρική ἐνέργεια στὴν ἄκρη τοῦ μολυβιοῦ. Τὰ σημειώματα στὸ σακάκι του ἦταν διάστικτα μὲ αἷμα καὶ σχεδὸν δὲν διέκρινες οὔτε τὰ μισὰ ἀπ’ αὐτὰ ποὺ ἔγραφαν.

– Εἶστε ἔτοιμη; Κοιτάζετε καλὰ. Ἐνώσαμε δύο ἀπὸ τὶς τέταρτες τριγωνικὲς φόρμες καὶ ἔχουμε ἓνα παραλληλόγραμμο μὲ τέσσερις μαῦρες βοῦλες στὴν κάθετη πλευρὰ καὶ πέντε στὴν ὀριζόντια. Οἱ μαῦρες βοῦλες ποὺ περιέχονται στὸ ἐσωτερικὸ αὐτοῦ τοῦ παραλληλόγραμμου εἶναι στὸ σύνολό τους  $4 \times 5 = 20$ . Καταλαβαίνετε τώρα, ἔτσι δὲν εἶναι; Ἐὰν τὸ μειώσουμε στὸ μισό ἔχουμε  $20 \div 2 = 10$ , τὸ ὁποῖο ἰσοῦται μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν φυσικῶν ἀριθμῶν ἀπὸ τὸ 1 μέχρι τὸ 4. Ἡ ἀκόμα, ἐὰν κοιτάξουμε κάθε γραμμὴ τοῦ παραλληλόγραμμου, ἔχουμε τὸ ἐξῆς:

$$\begin{array}{r} 1 \ 2 \ 3 \ 4 \\ + \ + \ + \ + \\ \hline 4 \ 3 \ 2 \ 1 \\ \hline 5 \ 5 \ 5 \ 5 \end{array}$$

– Ἐτσι ἐπιτυγχάνουμε ἄμεσα τὸν 10ο τριγωνικὸ ἀριθμὸ, ὁ ὁποῖος εἶναι τὸ ἄθροισμα τῶν ἀκέραιων φυσικῶν ἀριθμῶν ἀπὸ τὸ 1 μέχρι τὸ 10, ἢ στὴ συνέχεια τὸν 100ό τριγωνικὸ ἀριθμὸ.

Ἐὰν ἔχουμε ἀπὸ τὸ 1 μέχρι τὸ 10:

$$\frac{10 \times 11}{2} = 55$$

Ἐὰν ἔχουμε ἀπὸ τὸ 1 μέχρι τὸ 100 :

$$\frac{100 \times 101}{2} = 5.050$$

Ἐὰν ἔχουμε ἀπὸ τὸ 1 μέχρι τὸ 1000 :

$$\frac{1.000 \times 1.001}{2} = 500.500$$

Ἐὰν ἔχουμε ἀπὸ τὸ 1 μέχρι τὸ 10.000...

Συνειδητοποίησα ὅτι ὁ καθηγητὴς ἔκλαιγε. Ἄφησε τὸ μολύβι νὰ πέσει ἀπ' τὰ χέρια του καὶ ἐκεῖνο κύλησε μπροστὰ στὰ πόδια του. Παρόλο πὺ τυπικὰ ἦταν ἡ πρώτη φορά πὺ τὸν ἔβλεπα νὰ κλαίει, εἶχα τὴν αἴσθησι ὅτι τὸν εἶχα νιώσει ἤδη πολλὲς φορές σὲ παρόμοια κατάστασι. Αἰσθάνθηκα ὅτι ἀπὸ πολὺ παλιὰ μέσα στὸν χρόνο στεκόμουν ἐκεῖ μὲ τὸν ἴδιο τρόπο ἀκίνητη μπροστὰ στοὺς ἀδύναμους λυγμούς του χωρὶς νὰ μπορῶ νὰ κάνω τὸ παραμικρό. Ἐβαλα τὸ χέρι μου πάνω στὸ δικό του.

– Καταλαβαίνετε; Ὅπως βλέπετε, μποροῦμε νὰ φτάσουμε στὸ ἄθροισμα τῶν φυσικῶν ἀριθμῶν.

– Ναί, καταλαβαίνω.

– Βάζουμε στὴ σειρὰ τὰ μαῦρα φασόλια σὲ σχῆμα τριγώνου. Αὐτὸ εἶναι ὅλο.

– Ναί, τὸ βλέπω.

– Καταλάβετε στ' ἀλήθεια αὐτὸ πὺ σᾶς εἶπα;

– Ὅλα εἶναι ἐντάξει. Δὲν χρειάζεται ν' ἀνησυχεῖτε.

Σᾶς παρακαλῶ, μὴν κλαῖτε. Οἱ τριγωνικοὶ ἀριθμοὶ εἶναι τόσο ὄμορφοι, εἶπα ἐγώ.



Ἐκείνη τὴ στιγμή ὁ Ροῦτ βγήκε ἀπὸ τὸ ἰατρεῖο.  
– “Ὅπως τὰ ἔλεγα. Ὅλα καλά.  
Ὁ Ροῦτ μᾶς κούνησε μὲ ἐπιτηδευμένη ζωντάνια τὸ  
τυλιγμένο σὲ ἐπιδέσμους ἀριστερό του χέρι γιὰ νὰ μᾶς  
δείξει πόσο καλά ἦταν.





## Το Μαθηματικό Υπόβαθρο του Αποσπάσματος

### Γλωσσάρι

**Διαδοχικοί αριθμοί:** αριθμοί που ακολουθούν ο ένας τον άλλον με τη σειρά. Για παράδειγμα: 1, 2, 3, 4, 5,.... ή -100, -99, -98, -97,.... είναι σύνολα διαδοχικών αριθμών.

**Τριγωνικός αριθμός:** Ένας τριγωνικός αριθμός ή ένας αριθμός τριγώνου μετράει αντικείμενα τοποθετημένα σε ισόπλευρο τρίγωνο. Ο  $n$ -οστός τριγωνικός αριθμός είναι ο αριθμός των κουκίδων στην τριγωνική διάταξη με  $n$  κουκκίδες σε μία πλευρά και είναι ίσος με το άθροισμα των  $n$  φυσικών αριθμών από 1 έως  $n$ . Η ακολουθία των τριγωνικών αριθμών (ακολουθία A000217 στο OEIS), ξεκινώντας από τον 0ο τριγωνικό αριθμό, είναι

0, 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, 91, 105, 120, 136, 153, 171, 190, 210, 231, 253, 276, 300, 325, 351, 378, 406, 435, 465, 496, 528, 561, 595, 630, 666 ...

**Θεωρία των Αριθμών:** είναι ο κλάδος των Θεωρητικών μαθηματικών, που ασχολείται με τις ιδιότητες των ακεραίων αριθμών, καθώς και με προβλήματα που προκύπτουν από τη μελέτη αυτή. Ανάλογα από το είδος των προβλημάτων και από τις μεθόδους επίλυσής τους η Θεωρία Αριθμών χωρίζεται σε επιμέρους κλάδους. Η Θεωρία Αριθμών, από τη σκοπιά του ευρύτερου κλάδου της Άλγεβρας, συχνά αποκαλείται ως Αριθμητική. Σημαντικοί κλάδοι της θεωρίας αριθμών είναι η Άλγεβρική Θεωρία Αριθμών, η Αναλυτική Θεωρία Αριθμών, η Γεωμετρική Θεωρία Αριθμών, η Υπολογιστική Θεωρία Αριθμών και η Πιθανοθεωρητική Θεωρία Αριθμών. Σημαντικά θεωρήματα της Θεωρίας Αριθμών είναι το Θεμελιώδες θεώρημα αριθμητικής, το Μικρό θεώρημα του Φερμά, το θεώρημα του Όιλερ και το Κινεζικό Θεώρημα Υπολοίπων. Εξέχουσα θέση κατέχει επίσης το έργο του γερμανού μαθηματικού επιστήμονα Καρλ Φρίντριχ Γκάους, το οποίο αποτέλεσε τομή στην Ιστορία των Μαθηματικών. Βασικό αντικείμενο μελέτης της θεωρίας αριθμών είναι οι πρώτοι αριθμοί.



**Πρώτοι Αριθμοί:** (ή απλά πρώτος) είναι ένας φυσικός αριθμός μεγαλύτερος της μονάδας με την ιδιότητα οι μόνοι φυσικοί διαιρέτες του να είναι η μονάδα και ο εαυτός του. Ένας φυσικός αριθμός μεγαλύτερος της μονάδας, ο οποίος δεν είναι πρώτος αριθμός ονομάζεται σύνθετος αριθμός. Για παράδειγμα, ο αριθμός 5 είναι πρώτος, επειδή μόνο οι αριθμοί 1 και 5 τον διαιρούν εξίσου, ενώ ο 6 είναι σύνθετος επειδή έχει διαιρέτες τους 2 και 3 εκτός των 1 και 6. Το μηδέν και το ένα δεν είναι πρώτοι αριθμοί. Το μηδέν συχνά δεν θεωρείται καν φυσικός αριθμός.

Η ακολουθία των 25 πρώτων αριθμών είναι η εξής:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, ...

**Τετραγωνικός αριθμός:** ένας τετραγωνικός αριθμός είναι το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού ενός αριθμού με τον εαυτό του. Το τετράγωνο είναι το ίδιο με το να ανεβάζουμε έναν αριθμό στη δύναμη του 2, και συμβολίζεται με εκθέτη τον αριθμό 2. Για παράδειγμα, το τετράγωνο του 3 μπορεί να γραφτεί ως  $3^2$ , που είναι ο αριθμός 9.

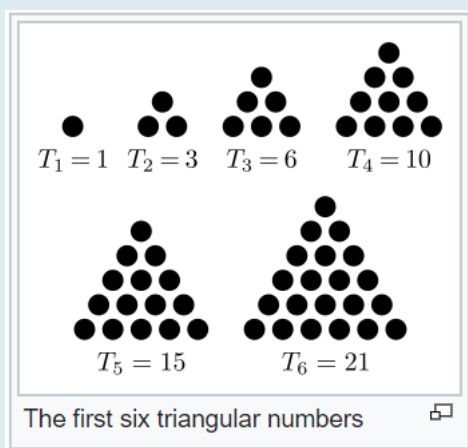
Οι ορισμοί ανακτήθηκαν από:

[https://en.wikipedia.org/wiki/Triangular\\_number?fbclid=IwAR03qFwv1dxaBAIXkdh\\_gAmGALDjdl5Evr448uJyAVAZueMYTHD-CAjoaII](https://en.wikipedia.org/wiki/Triangular_number?fbclid=IwAR03qFwv1dxaBAIXkdh_gAmGALDjdl5Evr448uJyAVAZueMYTHD-CAjoaII)

Ένας τριγωνικός αριθμό μετράει αντικείμενα τοποθετημένα σε ισόπλευρο τρίγωνο. Ο n-οστός τριγωνικός αριθμός είναι ο αριθμός των κουκίδων στην τριγωνική διάταξη με n κουκίδες σε μία πλευρά και είναι ίσος με το άθροισμα των n φυσικών αριθμών από 1 έως n.

Ο n-οστός τριγωνικός αριθμός εκφράζεται ως  $T_n$ .

Οι πρώτοι έξι τριγωνικοί αριθμοί απεικονίζονται παρακάτω:



### Οι 6 πρώτοι τριγωνικοί αριθμοί

Για παράδειγμα,  $T_3=6$  όπου  $n=3$  είναι το μέγεθος της πλευράς του τριγώνου, όπου 6 είναι ο αριθμός των κουκίδων που χρειάζονται για να απεικονιστεί το τρίγωνο.

Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την πιο κάτω φόρμουλα για να υπολογίζετε τον τριγωνικό αριθμό:

$$T_n = \sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$



## ΕΡΓΑΣΙΑ

- (α) Χρησιμοποιήστε τον παραπάνω τύπο για να υπολογίσετε τους τριγωνικούς αριθμούς  $T_4$  και  $T_5$
- (β) Εκτιμήστε τον αριθμό των κουκίδων καθώς και το μήκος της τριγωνικής διάταξης για το  $T_4$  και  $T_5$
- (γ) Κάντε τις τριγωνικές διατάξεις για τις  $T_4$  και  $T_5$
- (δ) Εκτιμήστε το άθροισμα του  $T_4 + T_5$
- (ε) Αποδείξτε ότι το άθροισμα των δύο διαδοχικών τριγωνικών αριθμών είναι πάντα ένας τετραγωνικός αριθμός (τέλειο τετράγωνο)
- Σημείωση: Ανατρέξτε στο Γλωσσάρι για τους ορισμούς: διαδοχικοί αριθμοί / ακέραιοι, τετραγωνικός αριθμός.**
- (στ) Τα αποτελέσματα του (δ) αντικατοπτρίζουν ό, τι αποδείχθηκε στο (ε);



## Μάθετε περισσότερα...

Αν θέλετε να διερευνήσετε περαιτέρω τα θέματα που αναφέρονται σε αυτό το εργαλείο, μπορείτε να ακολουθήσετε τους παρακάτω συνδέσμους:

**Βιβλία που αναφέρθηκαν στην εισαγωγή και συνδέουν τη λογοτεχνία με τα μαθηματικά:**

Cohen, M. D. (2013). *Truth & beauty: Mathematics in literature*. (No. 106).

Mathematics Teacher. Retrieved from

<http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&AuthType=ip,sso&db=eric&AN=EJ1018180&site=eds-live&custid=s1098328>

<http://www.nctm.org/publications/article.aspx?id=35612>

Furner, J. M., Yahya, N., & Duffy, M. L. (2005). Teach mathematics: Strategies to reach all students. *Intervention in School and Clinic*, 41, 16–23.

Zambo, R. (2005). The Power of Two: Linking Mathematics and Literature.

*Mathematics Teaching in the Middle School*, 10(8), 394-399. Retrieved from

<http://www.jstor.org/stable/41182121>

**Περίληψη Βιβλίου:**

<https://www.public-cyprus.com.cy/product/books/greek-books/literature/translated-literature/o-agapimenos-mathimatikos-typos-toy-kathigiti/prod641327pp/>

**Το βιβλίο στα Αγγλικά:**

<https://ibaracaldo.files.wordpress.com/2013/06/ogawa-yoko-the-housekeeper-and-the-professor.pdf>