



## ΜΕΡΟΣ IV: ΚΙΝΗΜΑΤΟΓΡΑΦΟΣ & ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΛΙΚΙΑΚΟ ΕΥΡΟΣ: 16-18

---

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 41: ΠΡΟΣΕΓΓΙΖΟΝΤΑΣ  
ΜΙΑ ΠΑΡΑΓΩΓΟ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ  
ΜΕΣΑ ΑΠΟ ΤΗΝ ΤΑΙΝΙΑ  
«ΑΦΑΝΕΙΣ ΗΡΩΙΔΕΣ»

---

C.I.P. Citizens In Power



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

## Οδηγός Εκπαιδευτικού

**Τίτλος:** Προσεγγίζοντας μια παραγωγό συνάρτησης μέσα από την ταινία «Αφανείς ηρώιδες» («Hidden Figures»)

**Ηλικιακό Εύρος:** 16-18 χρονών

**Διάρκεια:** 1 ώρα

**Μαθηματικές Έννοιες:** Μέθοδος Όιλερ, ορισμός μιας παραγώγου

**Καλλιτεχνικές Έννοιες:** Κινηματογράφος

**Γενικοί Σκοποί:** Οι μαθητές, μέσα από ένα ευχάριστο περιβάλλον, θα εξοικειωθούν με τις έννοιες τόσο εντός όσο και εκτός του μαθηματικού τομέα. Ακόμη και μέσω του τρίλεπτου τρέιλερ, οι μαθητές θα εμπνευστούν από την τεράστια συμβολή των έγχρωμων γυναικών στις ΗΠΑ, στις αρχές του 20ού αιώνα, στην πορεία τους να γράψουν ιστορία. Στο τέλος οι μαθητές θα εξασκηθούν σε ορισμένες μαθηματικές έννοιες της άλγεβρας, δηλαδή στον ορισμό της παραγώγου.

**Οδηγίες και Μεθοδολογίες:** Είναι προτιμότερο να ακολουθήσετε τη δομή αυτού του εργαλείου, καθώς ξεκινά με κάποιες απλές βασικές πληροφορίες σχετικά με τη σύνδεση μεταξύ των μαθηματικών και του κινηματογράφου, ενώ παράλληλα έχετε πρόσβαση σε περισσότερες λεπτομέρειες για τη συγκεκριμένη ταινία. Πρώτον, θα ήταν ωραίο να βλέπατε τις φωτογραφίες των τριών πρωταγωνιστριών και να διαβάζατε τη βιογραφία τους στο γλωσσάρι. Στη συνέχεια δίνεται η πλοκή, την οποία μπορεί να διαβάσει μόνος του κάθε μαθητής ή να την διαβάσει ένας από αυτούς δυνατά στην τάξη, πριν δουν το τρέιλερ της ταινίας, το οποίο μπορεί να οδηγήσει σε καταιγισμό ιδεών. Ο εκπαιδευτικός μπορεί να εγείρει και κοινωνικά ζητήματα (αναφέρονται συνοπτικά στην εισαγωγή) και μαθηματικά ζητήματα. π.χ. ρωτήστε τους μαθητές ποιος πιστεύουν ότι είναι ο ρόλος των μαθηματικών στην πυρηνική επιστήμη, προτού διαβάσουν τις πληροφορίες στην ενότητα «Τα μαθηματικά πίσω...». Στη συνέχεια, προς το τέλος, υπάρχουν δύο εργασίες: η πρώτη μπορεί να δοθεί ως εργασία για το σπίτι, ζητώντας από τους μαθητές να μάθουν περισσότερα για έναν σπουδαίο μαθηματικό, τον Λέοναρντ Όιλερ (Leonhard Euler). Η δεύτερη εργασία είναι μια μαθηματική άσκηση που βασίζεται στην έννοια της παραγώγου.

**Πηγές:** Βιογραφία των τριών πρωταγωνιστριών, το τρέιλερ της ταινίας, κάποιες εικόνες και δύο εργασίες.

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

**Συμβουλές για τον εκπαιδευτικό:** Είναι σημαντικό να δείξετε στους μαθητές το τρέιλερ στην αρχή για να τραβήξετε την προσοχή τους. Εξίσου σημαντικό είναι να δώσετε έμφαση τόσο στην κοινωνιολογική πλευρά της ταινίας (παρουσιάζοντας την πειθώ, το θάρρος, την επιμονή, την αφοσίωση των «γυναικών υπολογιστών» όπως ονομάστηκαν, σε συνδυασμό με τη σκληρή δουλειά και την οικογένεια) όσο και σε άλλα θέματα που αναφέρθηκαν νωρίτερα, όπως τα εμπόδια του να είσαι γυναίκα και Αφροαμερικανή εκείνη την εποχή στις ΗΠΑ.

### Επιθυμητά αποτελέσματα και δεξιότητες:

- ο Οι μαθητές θα είναι σε θέση να αναγνωρίσουν ότι τα μαθηματικά - από την απλούστερη μορφή τους έως την πιο περίπλοκη - είναι σημαντικά, όχι μόνο για την καθημερινότητά αλλά και για τα μεγαλύτερα επιτεύγματα της ανθρώπινης ιστορίας, που γίνονται γνωστά μέσω αυτής της ταινίας, όπως η εκτόξευση πυραύλου σε τροχιά και η ασφαλής επιστροφή του.
- ο Θα είναι σε θέση να χρησιμοποιούν τον τύπο που υπολογίζει την παράγωγο μιας συνάρτησης.

### Άσκηση αξιολόγησης του εργαλείου:

Η συγκεκριμένη διαμορφωτική στρατηγική ονομάζεται 3,2,1. Για περισσότερες στρατηγικές μπορείτε να επισκεφτείτε:

<https://www.bhamcityschools.org/cms/lib/AL01001646/Centricity/Domain/131/70%20Formative%20Assessments.pdf>

<b>3-2-1</b>	
Γράψτε 3 πράγματα που σας άρεσαν σε αυτό το εργαλείο:	1. 2. 3.
Γράψτε δύο πράγματα που μάθατε	1. 2.
Γράψτε ένα στοιχείο που θα μπορούσε να βελτιωθεί	1.

## Εισαγωγή

Σύμφωνα με τον Polster (2012) υπάρχουν περισσότερες από 700 ταινίες που σχετίζονται με τα μαθηματικά σε μεγάλο ή μικρότερο βαθμό. Οι ταινίες θεωρούνται ως μέσο ψυχαγωγίας, οι οποίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν στα μαθήματα σε μια προσπάθεια να γίνει η διδασκαλία των μαθηματικών διασκεδαστική και ενδιαφέρουσα για το νεαρό κοινό. Για αυτό το εργαλείο, έχει επιλεγεί για διάφορους λόγους μια πρόσφατη ταινία (2016) που ονομάζεται «Αφανείς ηρωίδες».

Ένας από τους λόγους οφείλεται στα κοινωνικά μηνύματα της σχετικά με την ενδυνάμωση των γυναικών και των έγχρωμων ανθρώπων στις αρχές του 20ου αιώνα. Πολλές συζητήσεις για διάφορα θέματα μπορούν να προκύψουν από αυτήν την ταινία, εάν το επιτρέψει βέβαια ο χρόνος, η σύνθεση της τάξης και η ηλικία των μαθητών (ακόμη βλέποντας και μόνο το τρέιλερ της ταινίας, μέσω του συνδέσμου που δίνεται στη συνέχεια). Μερικά από αυτά τα κοινωνιολογικά ζητήματα είναι η φυλή, το φύλο, ο συνδυασμός της οικογένειας και της σταδιοδρομίας, οι διαφορές (αν υπάρχουν) μεταξύ του σήμερα και του τότε, μεταξύ των χωρών κλπ.

Δεύτερον, δίνεται η δυνατότητα να γίνουν συζητήσεις και σύντομα έργα/έρευνες και/ή παρουσίαση για έναν διάσημο μαθηματικό, τον Λέοναρντ Όιλερ, του οποίου οι μέθοδοι (που χρησιμοποιήθηκαν αρχικά σε άλλον τομέα) ήταν χρήσιμες στον τομέα της πυρηνικής επιστήμης και εμφανίζονται και στην ταινία.

Τρίτον, όπως ανέφερε ο Kirk Long (2017) μέσω αυτής της ταινίας, είναι προφανές ότι τα μαθηματικά είναι παντού και οι μαθητές θα πρέπει να ενδιαφέρονται γι' αυτά. Έχει αποδειχθεί ότι μαθαίνοντας κάποιος μαθηματικά είναι σε θέση να δει τη σύνδεση μεταξύ των πραγμάτων, όπως και έκανε μια από τις τρεις γυναίκες, η Τζόνσον, στην ταινία «Αφανείς ηρωίδες».

## Βιογραφίες

Εικόνα 1: Κάθριν Τζόνσον <sup>1</sup>Εικόνα 2: Ντόροθι Βόγκαν <sup>2</sup>Εικόνα 3: Μέρι Τζάκσον <sup>3</sup>

**Κάθριν Τζόνσον (Katherine Coleman Goble Johnson)** (26 Αυγούστου 1918 – 24 Φεβρουαρίου 2020) ήταν Αφροαμερικανή μαθηματικός εργαζόμενη στη NASA, της οποίας οι υπολογισμοί στην τροχιακή μηχανική έπαιξαν καθοριστικό ρόλο στην επίτευξη της πρώτης και των ακόλουθων εκτοξεύσεων επανδρωμένων διαστημόπλοιων στο διάστημα. Κατά την 35ετή καριέρα της στη NASA και στον προκάτοχο οργανισμό αυτής, η Τζόνσον απέκτησε μεγάλη φήμη χάρη στην ικανότητά της να λύνει πολύπλοκους υπολογισμούς και βοήθησε τη διαστημική υπηρεσία να

<sup>1</sup> (Ανακτήθηκε από: [https://www.google.com/search?q=Katherine+Johnson&client=firefox-b-d&source=inms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwi\\_mL\\_0xOPIAhVQ\\_KQKHcSpB0EQ\\_AUIECgB&biw=1138&bih=527#imgrc=0jKkzCQCTbceSM:](https://www.google.com/search?q=Katherine+Johnson&client=firefox-b-d&source=inms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwi_mL_0xOPIAhVQ_KQKHcSpB0EQ_AUIECgB&biw=1138&bih=527#imgrc=0jKkzCQCTbceSM:))

<sup>2</sup> (Ανακτήθηκε από: [https://www.google.com/search?q=Dorothy+Vaughan&client=firefox-b-d&source=inms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwjns5aZxuPiAhUoMewKHVNHcAYQ\\_AUIECgB&biw=1138&bih=527#imgrc=IR7xXzbVxmyV-M:](https://www.google.com/search?q=Dorothy+Vaughan&client=firefox-b-d&source=inms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwjns5aZxuPiAhUoMewKHVNHcAYQ_AUIECgB&biw=1138&bih=527#imgrc=IR7xXzbVxmyV-M:))

<sup>3</sup> Ανακτήθηκε από: [https://www.google.com/search?q=Mary+Jackson&client=firefox-b-d&source=inms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwiX56KGx-PiAhWPbVAKHTL6Bf0Q\\_AUIECgB&biw=1138&bih=527#imgrc=pRLcd\\_QFW-XXhM:](https://www.google.com/search?q=Mary+Jackson&client=firefox-b-d&source=inms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwiX56KGx-PiAhWPbVAKHTL6Bf0Q_AUIECgB&biw=1138&bih=527#imgrc=pRLcd_QFW-XXhM:)

πρωτοπορήσει στη χρήση υπολογιστών για την πραγματοποίηση διαφόρων εργασιών.

Η δουλειά της Τζόνσον περιλάμβανε υπολογισμούς τροχιών, παραθύρων εκτόξευσης και επειγουσών διαδρομών επιστροφής για το Πρόγραμμα Μέρκιουρι, που σε αυτό συμμετείχαν οι Άλαν Σέπαρντ, ο πρώτος Αμερικανός στο διάστημα, και Τζον Γκλεν, ο πρώτος Αμερικανός σε τροχιά, και τροχιακών ραντεβού για το Apollo Lunar Module και το Apollo command module στις πτήσεις τους προς το φεγγάρι. Οι υπολογισμοί της ήταν εξίσου πολύ σημαντικοί στην αρχή του προγράμματος Space Shuttle και παράλληλα δούλεψε πάνω στα σχέδια για μια αποστολή στον Άρη. Το 2015, ο τότε Πρόεδρος Μπαράκ Ομπάμα, τη βράβευσε με το Προεδρικό Μετάλλιο της Ελευθερίας. Πρωτότυπη πηγή που ανακτήθηκε από τη Βικιπαίδεια: [https://en.wikipedia.org/wiki/Katherine\\_Johnson](https://en.wikipedia.org/wiki/Katherine_Johnson)

**Ντόροθυ Βόγκαν (Dorothy Johnson Vaughan)** (20 Σεπτεμβρίου 1910 – 10 Νοεμβρίου 2008) ήταν Αφροαμερικανή μαθηματικός και ένας «ανθρώπινος υπολογιστής» που εργάστηκε στην Εθνική Συμβουλευτική Επιτροπή Αεροναυτικής (NACA) και στη NASA στο ερευνητικό κέντρο Λάνγκλεϊ στο Χάμπτον της Βιρτζίνια. Το 1949, έγινε επικεφαλής της West Area Computers, η πρώτη Αφροαμερικανή γυναίκα που επέβλεπε μια ομάδα προσωπικού στο κέντρο. Αργότερα προήχθη επίσημα στη θέση. Κατά τη διάρκεια της 28χρονης καριέρας της, η Βόγκαν προετοίμασε την εισαγωγή των υπολογιστών στις αρχές της δεκαετίας του 1960, διδάσκοντας την ίδια και το προσωπικό της τη γλώσσα προγραμματισμού FORTRAN. Αργότερα έγινε επικεφαλής του τμήματος προγραμματισμού Analysis and Computation Division (ACD) στο Λάνγκλεϊ.

Πρωτότυπη πηγή που ανακτήθηκε από τη Βικιπαίδεια: [https://en.wikipedia.org/wiki/Dorothy\\_Vaughan](https://en.wikipedia.org/wiki/Dorothy_Vaughan)

**Μέρι Τζάκσον (Mary Jackson)** (9 Απριλίου 1921 – 11 Φεβρουαρίου 2005) ήταν Αφροαμερικανή μαθηματικός και μηχανικός αεροσκαφών στην Εθνική Συμβουλευτική Επιτροπή Αεροναυτικής (NACA), την οποία διαδέχθηκε η Εθνική Αεροπορική και Διαστημική Διοίκηση (NASA) το 1958. Εργάστηκε στο ερευνητικό κέντρο Λάνγκλεϊ στο Χάμπτον της Βιρτζίνια για το μεγαλύτερο μέρος της σταδιοδρομίας της. Ξεκίνησε ως «ανθρώπινος υπολογιστής» στο τμήμα West Area Computers. Παρακολούθησε μαθήματα μηχανικής για προχωρημένους και, το 1958, έγινε η πρώτη έγχρωμη γυναίκα μηχανικός της NASA. Μετά από 34 χρόνια στη NASA, η Τζάκσον είχε κερδίσει

τον ανώτατο τίτλο μηχανικού. Ωστόσο συνειδητοποίησε ότι δεν θα μπορούσε να κερδίσει περαιτέρω προαγωγές αν δεν γινόταν προϊσταμένη κάποιου τμήματος. Αποδέχθηκε μια υποβάθμιση για να γίνει διευθύντρια του Federal Women's Program, στο NASA Office of Equal Opportunity Programs, και του Affirmative Action Program. Σε αυτό το ρόλο, εργάστηκε για να βοηθήσει τόσο στην πρόσληψη όσο και στην προώθηση γυναικών στις θέσεις εργασίας της NASA στο τομέα της επιστήμης, της μηχανικής και των μαθηματικών.

Πρωτότυπη πηγή που ανακτήθηκε από τη Βικιπαίδεια:

[https://en.wikipedia.org/wiki/Mary\\_Jackson\\_\(engineer\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Mary_Jackson_(engineer))

## Υπόθεση της ταινίας «Αφανείς ηρωίδες»

Η ταινία διηγείται την απίστευτη ιστορία της Κάθριν Τζόνσον (την υποδύεται ηθοποιός Taraji P. Henson), της Ντόροθι Βόγκαν (την υποδύεται η ηθοποιός Octavia Spencer) και της Μέρι Τζάκσον (την υποδύεται ηθοποιός Janelle Monae) - τριών λαμπρών Αφροαμερικανών γυναικών που εργάζονται στη NASA. Είναι οι εγκεφαλοι πίσω από την εκτόξευση σε τροχιά του αστροναύτη Τζον Γκλεν, ένα θεαματικό επίτευγμα που εκτυλίχθηκε γύρω από μια διαστημική κούρσα. Το διορατικό τρίο ξεπέρασε όλες τις φυλετικές γραμμές και ενέπνευσε γενιές.

Η ιστορία ξεδιπλώνεται σε μια εποχή που οι Ηνωμένες Πολιτείες ανταγωνίζονται τη Ρωσία για να στείλουν έναν άνθρωπο στο διάστημα. Η NASA βρήκε το αδρανές ταλέντο σε μια ομάδα Αφροαμερικανών γυναικών μαθηματικών, οι εγκεφαλοι πίσω από μία από τις μεγαλύτερες επιχειρήσεις στην ιστορία των ΗΠΑ. Με βάση τις απίστευτα αληθινές ιστορίες ζωής αυτών των τριών γυναικών, επίσης γνωστών ως «ανθρώπινοι υπολογιστές», βλέπουμε πόσο γρήγορα προάχθηκαν στις βαθμίδες της NASA παράλληλα με πολλά από τα μεγαλύτερα μυαλά της ιστορίας που ασχολήθηκαν ειδικά με τον υπολογισμό της τεράστιας εκτόξευσης του αστροναύτη Τζον Γκλεν σε τροχιά, και να εγγυηθούν την ασφαλή επιστροφή του. Η Ντόροθι Βόγκαν, η Μέρι Τζάκσον και η Κάθριν Τζόνσον παρέμειναν στην ιστορία ως αληθινές Αμερικανίδες ηρωίδες με τη λαμπρότητα τους και την επιθυμία τους να κάνουν μεγάλα

όνειρα. Πέτυχαν κάτι καινούριο για την ανθρωπότητα. (Προσαρμοσμένο από -20th century Fox:

<https://www.imdb.com/title/tt4846340/plotsummary>)



## Το τρέιλερ της ταινίας:

Εδώ μπορείτε να δείτε το τρέιλερ: <https://www.youtube.com/watch?v=5wfrDhgUMGI>



## Τα μαθηματικά πίσω από την ταινία



Χρησιμοποιήστε αυτόν το σύνδεσμο για να εξοικειωθείτε με το μαθηματικό μέρος της ταινίας: [https://www.youtube.com/watch?v=v-pbGAts\\_Fg](https://www.youtube.com/watch?v=v-pbGAts_Fg)

Η αρχική ιδέα ήταν ότι για να φτάσει η Αμερική στο φεγγάρι χρειαζόταν ένα μεγαλύτερο πύραυλο. Πέρα από αυτό χρειαζόνταν και νέα είδη τροχιών, επειδή μέχρι τότε οι πύραυλοι εκτοξεύονταν με την ελπίδα να πετύχουν. Έτσι, τα νέα είδη μαθηματικών θεωρήθηκαν σημαντικά για τη μοντελοποίηση αυτών των τροχιών. Φυσικά πολλές μεταβλητές περιλαμβάνονταν σε αυτά τα είδη εξισώσεων και ήταν πολύ δύσκολο να υπολογισθούν με βάση τις λεπτομέρειες που ρωτούσαν τόσο οι στρατιωτικοί όσο και οι αστροναύτες. Ακόμη και το πιο μικρό λάθος στους υπολογισμούς σχετικά με το πότε έπρεπε να επιβραδύνει το διαστημικό σκάφος για να ξεκινήσει την κατάβαση στην ατμόσφαιρα θα μπορούσε ενδεχομένως να έχει ως αποτέλεσμα την καταστροφή του. Την ίδια στιγμή το Πολεμικό Ναυτικό ζητούσε από τη NASA να κατεβάσει το διαστημόπλοιο στα 20 τετραγωνικά μίλια ωκεανού. Η Κάθριν Τζόνσον ανέλαβε να λύσει αυτό το πρόβλημα και κατά την επίλυση του ανέφερε έναν από τους λόγους για τους οποίους τα μαθηματικά είναι σημαντικά και συναρπαστικά.

Στην ταινία, έχει μια στιγμή αναλαμπής κοιτάζοντας τον μαυροπίνακα και συνειδητοποιεί ότι τα «παλιά μαθηματικά» μπορεί να είναι το κλειδί. «Στρέφεται προς τη μέθοδο του Όιλερ, η οποία με απλά λόγια επιτρέπει στον μαθηματικό να προσεγγίσει αριθμητικά μια διαφορική εξίσωση χωρίς να τη λύσει στην ουσία. Είναι μια κουραστική διαδικασία, αλλά αυτή η διαδικασία (και άλλες που έχουν παρόμοια φιλοσοφία με αυτήν) είναι εκείνη που τρέχει τους μαθηματικούς εγκεφάλους των υπολογιστών σήμερα – κάτι που η Ντόροθυ Βόγκαν βοήθησε να εφαρμοστεί προς το τέλος της

ταινίας όταν χρησιμοποίησε τον τεράστιο πρώιμο υπολογιστή IBM για να ξεκινήσει τον έλεγχο των αριθμών που έγιναν από την Τζόνσον και άλλους υπολογιστές.»<sup>4</sup>

Η Τζόνσον αποκαλύπτει τον πιο ουσιαστικό λόγο για τον οποίο τα μαθηματικά είναι σημαντικά στη ζωή μας και αυτός είναι επειδή είναι αλληλένδετα και συνδέονται με όλα. Αν και ο Όιλερ χρησιμοποίησε αυτή τη μέθοδο σε ένα άλλο πλαίσιο, εδώ αποδείχθηκε ζωτικής σημασίας να χρησιμοποιηθεί για να προσγειωθούν οι άνθρωποι στο φεγγάρι. Ομοίως, η επίλυση αυτών των διαφορικών εξισώσεων δεν είναι μόνο σημαντική για τους πυρηνικούς φυσικούς καθώς επέτρεψαν την ύψιστη πρόοδο σχεδόν σε κάθε τομέα σπουδών, από την καλύτερη φροντίδα των ασθενών έως τα αυτόνομα αυτοκίνητα.

## Μερικοί τύποι

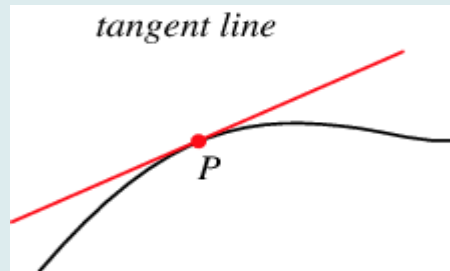
Η **μέθοδος Όιλερ**, που παρουσιάζεται μέσα στην ταινία, είναι μια αριθμητική μέθοδος για την επίλυση διαφορικής εξίσωσης πρώτου βαθμού πρώτης τάξης με μια δεδομένη αρχική τιμή. Είναι η πιο βασική ρητή μέθοδος για την αριθμητική ενσωμάτωση των συνήθων διαφορικών εξισώσεων. Η εις βάθος κατανόηση της μεθόδου είναι αρκετά δύσκολη και εμπίπτει στο πρόγραμμα σπουδών πανεπιστημίου. Ωστόσο, μπορούμε να αναφέρουμε ότι βασίζεται εξ ολοκλήρου στην απόκτηση ειδικών γνώσεων για τις «παραγώγους».

Η **παράγωγος μιας συνάρτησης** μιας πραγματικής μεταβλητής μετρά την ευαισθησία στην μεταβολή της τιμής συνάρτησης (τιμή εξόδου) σε σχέση με μια μεταβολή στο όρισμα της (τιμή εισόδου). Η παράγωγος είναι ένα θεμελιώδες εργαλείο λογισμού. Για παράδειγμα, η παράγωγος της θέσης ενός κινούμενου αντικειμένου σε σχέση με το χρόνο είναι η ταχύτητα του αντικειμένου: αυτό μετρά πόσο γρήγορα αλλάζει η θέση του αντικειμένου όταν ο χρόνος περνά.

---

<sup>4</sup> Τα μαθηματικά πίσω από την ταινία «Αφανείς ηρωίδες»- Γιατί το STEM είναι σημαντικό και τα μαθηματικά βρίσκονται παντού!, εκδόθηκε στις 04/02/2017 Lat και ανακτήθηκε στις 25/07/2019. <https://www.startalkradio.net/the-math-behind-hidden-figures-why-stem-is-important-and-math-is-everywhere/> Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

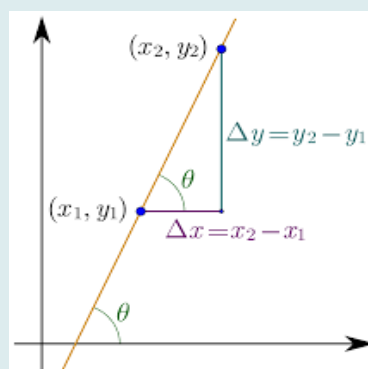
Η παράγωγος μιας συνάρτησης μιας μόνο μεταβλητής σε μια επιλεγμένη τιμή εισόδου, όταν υπάρχει, είναι η **κλίση της εφαπτόμενης γραμμής** στο γράφημα της συνάρτησης σε εκείνο το σημείο (σημείο P στην παρακάτω εικόνα). Η εφαπτομένη γραμμή είναι η καλύτερη γραμμική προσέγγιση της συνάρτησης κοντά στην τιμή εισόδου. Για το λόγο αυτό, η παράγωγος συχνά περιγράφεται ως ο «στιγμιαίος ρυθμός μεταβολής», ο λόγος της στιγμιαίας μεταβολής στην εξαρτώμενη μεταβλητή προς εκείνη της ανεξάρτητης μεταβλητής.



**Εικόνα 4:** Η παράγωγος της συνάρτησης στο σημείο P είναι η κλίση της εφαπτομένης γραμμής (με κόκκινο χρώμα) στο γράφημα της συνάρτησης (με μαύρο χρώμα) στο συγκεκριμένο αυτό σημείο.

Συνεπώς, η παράγωγος της συνάρτησης σχετίζεται σε μεγάλο βαθμό με τον τύπο που εξηγεί την κλίση.

$$\text{Slope} = \frac{\text{change in } Y}{\text{change in } X} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Ο τύπος εμφανίζεται εάν θεωρούμε ότι υπάρχει μεταβολή στον άξονα  $x$  από το σημείο  $x$  στο σημείο  $(x + \Delta x)$ , με ταυτόχρονη μεταβολή στον άξονα  $y$  από  $f(x)$  σε  $f(x + \Delta x)$ . Το ελληνικό γράμμα  $\Delta$  χρησιμοποιείται όταν θέλουμε να δείξουμε ότι αυτή η μεταβολή είναι πολύ μικρή. Ο τύπος υποδηλώνει ότι υπολογίζουμε αυτό το όριο όταν το  $\Delta x$  κατευθύνεται προς το 0.

**Μέθοδος Όιλερ:** Η μέθοδος του Όιλερ είναι μια αριθμητική μέθοδος για την επίλυση διαφορικής εξίσωσης πρώτου βαθμού πρώτης τάξης με μια δεδομένη αρχική τιμή. Είναι η πιο βασική ρητή μέθοδος για την αριθμητική ενσωμάτωση των συνήθων διαφορικών εξισώσεων και είναι η απλούστερη μέθοδος Runge-Kutta. Η μέθοδος Όιλερ πήρε το όνομά της από τον Λέοναρντ Όιλερ, ο οποίος την ανέλυσε στο βιβλίο του *Institutionum calculi integralis* (δημοσιεύθηκε το 1768-1870). Η μέθοδος Όιλερ είναι μέθοδος πρώτης τάξης, που σημαίνει ότι το τοπικό σφάλμα (σφάλμα ανά βήμα) είναι ανάλογο με το τετράγωνο του μεγέθους του βήματος και το παγκόσμιο σφάλμα (σφάλμα σε μια δεδομένη στιγμή) είναι ανάλογο με το μέγεθος του βήματος. Η μέθοδος Όιλερ συχνά χρησιμεύει ως βάση για τη δημιουργία πιο σύνθετων μεθόδων, π.χ., μέθοδος πρόβλεψης-διόρθωσης.



**Εικόνα 5:** Κάθριν Τζόνσον (την οποία υποδύεται η Taraji P. Henson) υπολογίζει τις τροχιές της διαστημικής πτήσης για το πρόγραμμα Μέρκιορι χρησιμοποιώντας τη μέθοδο του Όιλερ σε αυτή τη σκηνή από την ταινία *Αφανείς Ηρωίδες*.<sup>5</sup>

<sup>5</sup> **Credit:** <sup>TM</sup> και © 2017 Twentieth Century Fox Film Corporation. Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. Ανακτήθηκε

από: <https://www.startalkradio.net/the-math-behind-hidden-figures-why-stem-is-important-and-math-is-everywhere/>

## ΕΡΓΑΣΙΕΣ

### Εργασία 1

Δεδομένου ότι πολλά από τα μαθηματικά που χρησιμοποιούνται σε αυτή την ταινία βασίζονται στο έργο ενός από τους πιο διάσημους μαθηματικούς, **Λέοναρντ Όιλερ**, κάντε μια μικρή έρευνα και στη συνέχεια κάντε μια παρουσίαση 5-7 διαφανειών με θέμα αυτή τη γνωστή προσωπικότητα.

### Εργασία 2

Χρησιμοποιήστε τον τύπο που υπολογίζει την παράγωγο μιας συνάρτησης για να αποδείξετε ότι η παράγωγος του  $x^2$  είναι  $2x$ .

## Μάθετε περισσότερα...

Εάν θέλετε να διερευνήσετε περαιτέρω τα θέματα που αναφέρονται σε αυτό το εργαλείο, μπορείτε να το κάνετε μέσω των παρακάτω συνδέσμων:

20th Century Fox:

<http://www.foxmovies.com/movies/hidden-figures>

Τρέιλερ:

<https://www.youtube.com/watch?v=5wfrDhgUMGI>

Star Talk περιοδικό. Μπλοκ που δημοσιεύθηκε στις 4<sup>ης</sup> Φεβρουαρίου 2017 με τίτλο «Τα Μαθηματικά πίσω από την ταινία «Αφανείς Ηρωίδες»– Γιατί το STEM είναι σημαντικό και τα μαθηματικά βρίσκονται παντού:

<https://www.startalkradio.net/the-math-behind-hidden-figures-why-stem-is-important-and-math-is-everywhere/>

Το Μαθηματικό μέρος της ταινίας:

[https://www.youtube.com/watch?v=v-pbGAts\\_Fg](https://www.youtube.com/watch?v=v-pbGAts_Fg)

Η βιογραφία της Μέρι Τζάκσον:

[https://en.wikipedia.org/wiki/Mary\\_Jackson\\_\(engineer\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Mary_Jackson_(engineer))

Η βιογραφία της Ντόροθυ Βόγκαν:

[https://en.wikipedia.org/wiki/Dorothy\\_Vaughan](https://en.wikipedia.org/wiki/Dorothy_Vaughan)

Η βιογραφία της Κάθριν Τζόνσον:

[https://en.wikipedia.org/wiki/Katherine\\_Johnson](https://en.wikipedia.org/wiki/Katherine_Johnson)