ΜΕΡΟΣ IV: ΚΙΝΗΜΑΤΟΓΡΑΦΟΣ & ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΛΙΚΙΑΚΟ ΕΥΡΟΣ: 16-18

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 36: ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΣΤΟ «21» ΤΟΥ ROBERT LUKETIC

LogoPsyCom

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

Οδηγός Εκπαιδευτικού

Τίτλος: Πιθανότητες στην ταινία «21» του Robert Luketic

Ηλικιακό Εύρος: 16-18 χρονών

Διάρκεια: 2 ώρες

Μαθηματικές Έννοιες: Φιμπονάτσι, παραγοντικοί, μεταθέσεις, συνδυασμοί, τρίγωνο του Πασκάλ, πιθανότητα

Καλλιτεχνικές Έννοιες: Μπλακ τζακ, μέτρημα φύλλων

Γενικοί Σκοποί: Οι μαθητές να ανακαλύψουν τις μαθηματικές έννοιες που παρουσιάζονται στην ταινία και να αποκτήσουν μια πιο πρακτική άποψη της χρήσης των μαθηματικών σε ένα γνωστό παιχνίδι.

Οδηγίες και Μεθοδολογία: Οι μαθητές θα εξερευνήσουν τα μαθηματικά παίζοντας χαρτιά και βλέποντας τα προτεινόμενα βίντεο. Αυτό το εργαλείο θα βοηθήσει τους μαθητές σας να ανακαλύψουν τις διαφορετικές μαθηματικές έννοιες που απαιτούνται για να μάθουν την πιθανότητα.

Πηγές: Αυτό το εργαλείο παρέχει εικόνες και βίντεο που μπορείτε να χρησιμοποιήσετε στην τάξη σας. Τα θέματα που εξετάζονται σε αυτές τις πηγές θα σας βοηθήσουν επίσης να βρείτε άλλα υλικά για να εξατομικεύσετε και να δώσετε μια άλλη διάσταση στο μάθημά σας.

Συμβουλές για τον εκπαιδευτικό: Η μάθηση μέσα από την πράξη είναι πολύ αποτελεσματική, ειδικά για νεαρούς μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες. Πάντα να εξηγείτε την πρακτική χρήση κάθε μαθηματικής έννοιας.

Επιθυμητά αποτελέσματα και δεξιότητες: Στο τέλος αυτού του εργαλείου, ο μαθητής θα είναι σε θέση να:

- κατανοεί τους παραγοντικούς·
- χρησιμοποιεί τις μεταθέσεις και τους συνδυασμούς·
- υπολογίζει τις πιθανότητες.

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

Άσκηση αξιολόγησης εργαλείου:

Γράψτε 3 πράγματα που σας άρεσαν σε αυτό το εργαλείο:	1. 2. 3.
Γράψτε δύο πράγματα που μάθατε	1. 2.
Γράψτε ένα στοιχείο που θα μπορούσε να βελτιωθεί	1.

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

Εισαγωγή

Η παρακολούθηση μιας ταινίας μπορεί να είναι μια ενεργή ή παθητική ψυχαγωγική δραστηριότητα. Οι ταινίες μπορούν να αποτελέσουν πολύτιμες πηγές για τους μαθητές για να διερευνήσουν τα διάφορα θέματα που εξετάζονται. Μερικές από αυτές χρησιμοποιούν τα μαθηματικά στις πλοκές τους, στα οποία οι μαθητές συχνά δεν εστιάζουν παρόλο που είναι πιο πιθανό με βάση αυτά να καταλάβουν ένα θέμα που είδαν σε μια ταινία.

Βλέποντας τους χαρακτήρες να συλλογίζονται τα μαθηματικά προβλήματα και τις έννοιες, ο θεατής θέλει να καταλάβει αυτές τις έννοιες και να λύσει αυτά τα προβλήματα μαζί τους, όπως συχνά προσπαθεί να μαντέψει το τέλος μιας ταινίας. Εδώ όμως θα μάθει νέα πράγματα ακολουθώντας απλώς τους χαρακτήρες μέσα από την ιστορία.

Ως εκ τούτου, διδάσκοντας τους μαθητές τα μαθηματικά που κρύβονται πίσω από τις ταινίες μπορεί να αποτελέσει μια μεγάλη προστιθέμενη αξία στο μάθημα των μαθηματικών, που συχνά θεωρείται υπερβολικά αφηρημένο, δίνοντας στους μαθητές μια πιο πρακτική και πραγματική αίσθηση των πιθανών χρήσεων των μαθηματικών.

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

«21» του Robert Luketic

Σύνοψη

Εικόνα 1: Αφίσα της ταινίας «21»

Η ταινία «21» αφορά μια ομάδα μαθητών στο MIT που αποφασίζουν να χρησιμοποιήσουν το μέτρημα φύλλων για να κερδίσουν περισσότερα παιχνίδια Μπλακ τζακ στα καζίνο. Αυτή η μέθοδος είναι πολύ γνωστή και βασίζεται στις πιθανότητες.

Τρέιλερ ταινίας:
https://www.youtube.com/watch?v=oqkdB7It5Go

Μπλακ τζακ

Όπως γνωρίζετε, αυτή η ταινία αφορά το Μπλακ τζακ, αλλά γνωρίζατε ότι το Μπλακ τζακ ήταν αρχικά ένα γαλλικό παιχνίδι στη δεκαετία του '60 που ονομάζεται «Vingt-et-un», 21 στα γαλλικά, ακριβώς όπως ο τίτλος της ταινίας!
Σε αυτή την ταινία, ο Μπεν είναι πολύ καλός στα μαθηματικά και ο καθηγητής του ζητά να συμμετάσχει στη λέσχη μετρήματος φύλλων του για να παίξει στο Λας Βέγκας. Ο Μπεν χρειάζεται χρήματα για να πληρώσει το πανεπιστήμιο και συμφωνεί να παίξει μέχρι να κερδίσει το χρηματικό ποσό που χρειάζεται. Αυτή η ταινία βασίστηκε σε πραγματικά γεγονότα, υπήρξε πράγματι μια ομάδα στο MIT που εκπαιδεύτηκε να μετράει φύλλα και να παίζει Μπλακ τζακ.

Μάθετε περισσότερα σ' αυτό το ντοκιμαντέρ:
https://www.youtube.com/watch?v=QflVqavHHM0

Γλωσσάρι

MIT: Τεχνολογικό Ινστιτούτο Μασαχουσέτης, ένα πολύ γνωστό ιδιωτικό πανεπιστήμιο στις ΗΠΑ.

Μπλακ τζακ: ένα παιχνίδι καρτών που παίζεται με 52 φύλλα. Συχνά παίζεται στο καζίνο.

Μέτρημα φύλλων: μια τεχνική που χρησιμοποιείται σε παιχνίδια καζίνο όπως το Μπλακ τζακ για να υπολογίσει κάποιος τις πιθανότητες νίκης.

Vingt-et-un (21): ένα γαλλικό τυχερό παιχνίδι από τον 18ο αιώνα που προηγήθηκε του Μπλακ τζακ.

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

Τα μαθηματικά πίσω από την ταινία «21»

Εισαγωγική δραστηριότητα: Ακολουθία του Φιμπονάτσι:

Η πρώτη μαθηματική έννοια που εμφανίζεται στο «21» είναι η ακολουθία του Φιμπονάτσι στην τούρτα γενεθλίων του Μπεν. Καθώς σπουδάζει μαθηματικά στο MIT, οι φίλοι του έφτιαξαν μια ιδιαίτερη τούρτα για τα γενέθλιά του. Η ακολουθία του Φιμπονάτσι είναι αυτή στην οποία ξεκινάτε με τους αριθμούς 0 και 1 και κάθε επόμενος αριθμός είναι το άθροισμα των δύο προηγούμενων. Πάει κάπως έτσι: 0 + 1 = 1, 1 + 1 = 2, 1 + 2 = 3, 2 + 3 = 5, και ούτω καθεξής.

Εικόνα 2: Εικόνα την σκηνή της τούρτας στο «21»

Οι αριθμοί στην τούρτα του Μπεν είναι 0,1,1,2,3,5,8,13 ... Γιατί οι φίλοι του Μπεν σταμάτησαν εκεί; Μπορείτε να μαντέψετε την ηλικία του Μπεν;

1. Παραγοντικοί

Τα τυχερά παιχνίδια δεν εξαρτώνται πάντα τόσο από την τύχη. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε κάτι που λέγεται πιθανότητα για να μαντέψετε τις πιθανότητές σας να κερδίσετε το παιχνίδι.

Πριν μάθετε πώς να υπολογίζετε πιθανότητες, ας ξεκινήσουμε με ένα σύντομο βίντεο σχετικά με τον τρόπο με τον οποίο μπορούν να ταξινομηθούν 52 κάρτες: https://www.youtube.com/watch?v=uNS1QvDzCVw.

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

Το περιμένατε αυτό; Τώρα καταλαβαίνετε γιατί αυτοί οι φοιτητές έπρεπε να εκπαιδευτούν τόσο πολύ πριν πάνε στο Λας Βέγκας!

Όπως είδατε στο βίντεο, ο αριθμός των δυνατών διατάξεων για μια ομάδα στοιχείων ονομάζεται «Παραγοντικοί».

Θυμηθείτε τον τύπο:

Ο παράγοντας **n!** είναι ίσος με :

$$n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \ldots 3 \times 2 \times 1$$

ή

$$n! = n \times (n-1)!$$

Εάν θέλετε να υπολογίσετε ένα κλάσμα παραγοντικών, μην ξεχάσετε να το απλοποιήσετε ως εξής:

$$\frac{10!}{6!} = \frac{10x9x8x7x6x5x4x3x2x1}{6x5x4x3x2x1} = \frac{10x9x8x7x\cancel{6!}}{\cancel{6!}} = 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$$

Θυμηθείτε: είναι γενικά αποδεκτό ότι 0! = 1

2. Μεταθέσεις

Η μετάθεση ενός συνόλου στοιχείων είναι μια ταξινομημένη διάταξη όλων των στοιχείων αυτού του συνόλου.

Μια μετάθεση, γραμμένη $_nP_r$, ^nP_r, ή $P(n,r)$, μπορεί είτε να επιτρέψει επαναλήψεις είτε όχι:

- **Μεταθέσεις με επανάληψη**: αυτές είναι εύκολο να υπολογιστούν καθώς είναι n, το από το οποίο επιλέγονται, και r οι επιλογές.
  Ο τύπος είναι: $\mathbf{n^r = n \times n \times n\ldots}$ **(r φορές)**

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

Παράδειγμα:

Αν χρειαστεί να βρούμε έναν τριψήφιο κωδικό για να ξεκλειδώσουμε το τηλέφωνο όπου μπορεί να υπάρχουν επαναλήψεις, έχουμε 10 αριθμούς να διαλέξουμε και 3 επιλογές να κάνουμε.

n = 10 και r = 3

${}^{10}P_3 = 10^3 = 1000$

- **Μεταθέσεις χωρίς επανάληψη**: η διαφορά είναι ότι μειώνουμε τον αριθμό των επιλογών. Για να αποφευχθούν επαναλήψεις, ο τύπος δεν είναι πια n x n x n x … αλλά γίνεται **n x (n-1) x (n-2) x (n-3) … = n!** ο παραγοντικός. Ωστόσο, αν θέλουμε μόνο να επιλέξουμε r από αυτές, μπορούμε να μειώσουμε τον τύπο σε $\mathbf{{}^{n}P_r} = \frac{n!}{(n-r)!}$.

Παράδειγμα:

Παίζουμε μπιλιάρδο και έχουμε 16 μπάλες. Κάθε μία από αυτές εμφανίζεται μία φορά, επομένως δεν υπάρχουν επαναλήψεις. Υπάρχουν 16 x 15 x 14 x 13 x 12 x 11 x 2 x 1 μεταθέσεις.

Εάν θέλουμε να επιλέξουμε 5 από αυτές, ο υπολογισμός θα είναι διαφορετικός:

$${}^{16}P_5 = \frac{16!}{(16-5)!} = \frac{16!}{11!} = \frac{16 \text{ x } 15 \text{ x } 14 \text{ x } 13 \text{ x } 12 \text{ x } \cancel{11!}}{\cancel{11!}} = 16 \text{ x } 15 \text{ x } 14 \text{ x } 13 \text{ x } 12 = 524\,160$$

3. Συνδυασμοί:

Ο συνδυασμός ενός συνόλου στοιχείων είναι μια μη ταξινομημένη διάταξη όλων των στοιχείων αυτού του συνόλου.

- **Συνδυασμοί χωρίς επανάληψη**:

Ας υποθέσουμε ότι θέλουμε να παίξουμε Μπλακ τζακ και δέκα άτομα κάθονται σε πέντε καρέκλες γύρω από το τραπέζι. Αν προσπαθήσουμε να βρούμε τον αριθμό των μεταθέσεων που υπάρχει, θα χρησιμοποιούσαμε τον τύπο

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

$$^{n}P_{r} = \frac{n!}{(n-r)!}.$$

Ο υπολογισμός θα είναι:

$$^{10}P_5 = \frac{10!}{(10-5)!} = \frac{10!}{5!} = \frac{10 \text{ x } 9 \text{ x } 8 \text{ x } 7 \text{ x } 6 \text{ x } 5!}{5!} = 10 \text{ x } 9 \text{ x } 8 \text{ x } 7 \text{ x } 6 = 30\,240$$

Σε αυτή την περίπτωση, δεν μας νοιάζει η σειρά, οπότε πρέπει να διαιρέσουμε τον αριθμό με τρόπους ώστε να ταξινομήσουμε τα 5 άτομα:

$$^{n}C_{r} = \frac{n!}{(n-r)!} \text{ x } \frac{1}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Ας εφαρμόσουμε αυτόν τον τύπο στην περίπτωση μας:

$$^{10}C_5 = \frac{10!}{5!(10-5)!} = \frac{10!}{5! \text{ x } 5!} = \frac{10!}{120 \text{ x } 120} = \frac{3\,628\,800}{14\,400} = 252$$

Μπορείτε επίσης να χρησιμοποιήσετε το τρίγωνο του Πασκάλ, το οποίο εκτιμούν ιδιαίτερα οι μαθηματικοί από τότε που ανακαλύφθηκε.

Μπορείτε να μάθετε περισσότερα σχετικά με αυτό στο παρακάτω βίντεο: https://www.youtube.com/watch?v=XMriWTvPXHI&t=80s

Πρέπει να πάτε χαμηλά στη $n^{η}$ σειρά και να διαλέξετε τον $r^{ο}$ αριθμό (η πρώτη σειρά και αριθμός είναι οι γραμμές 0).

Ας το δοκιμάσουμε με αυτό το παράδειγμα:

Βρίσκεστε σε ένα παιχνίδι Μπλακ τζακ και πρέπει να καθίσουν 4 άτομα σε 3 καρέκλες. Σύμφωνα με το τρίγωνο του Πασκάλ, θα υπάρχουν 4 συνδυασμοί.

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1

Ας το ελέγξουμε με τον τύπο:

$$^{4}C_{3} = \frac{4!}{3!(4-3)!} = \frac{4!}{3!1!} = \frac{24}{6 \times 1} = 4$$

Εδώ είναι ένα άλλο παράδειγμα:

Εάν έχουμε ένα παιχνίδι 52 φύλλων τις οποίο θέλουμε να χωρίσουμε σε δύο χαρτιά για να παίξουμε το Μπλακ τζακ, πόσοι συνδυασμοί δύο χαρτιών υπάρχουν;

$$^{52}C_{2} = \frac{52!}{2!(52-2)!} = \frac{52!}{2!50!} = \frac{52 \times 51}{2!} = 1\,326 \text{ συνδυασμοί}$$

- **Συνδυασμοί με επαναλήψεις:** Εδώ, η σειρά δεν έχει σημασία αλλά μπορείτε να επαναλάβετε αρκετές φορές την ίδια επιλογή.

Οι φίλοι του Μπεν πρέπει να επιλέξουν 4 γεύσεις για την τούρτα γενεθλίων του ανάμεσα στις 7 γεύσεις που προσφέρονται. Ας τις ονομάσουμε A, B, C, D, E, F, και G. Πόσους συνδυασμούς με επαναλήψεις θα έχουμε;

A, B, C, D, E, F, G όπου:

- V είναι τα επιλεγμένα συστατικά
- → είναι οι κινήσεις (από A σε B, B σε C, C σε D, κτλ.)

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

A A D F	V V → → → V → → V →
C E E G	→ → V → → V V → → V
B C F F	→ V → V → → → V V →

…

Μπορείτε να παρατηρήσετε ότι υπάρχουν πάντα 6 → και 4 V. Αυτό μας φέρνει στη μετατροπή του τύπου για συνδυασμούς χωρίς επαναλήψεις και προκύπτει ο τύπος για συνδυασμούς με επαναλήψεις:

$$^{n}C_{r} = \frac{(r+n-1)!}{r!(n-1)!}$$

Ας εφαρμόσουμε αυτόν τον τύπο στο πρόβλημα μας:

$$^{7}C_{4} = \frac{(4+7-1)!}{4!(7-1)!} = \frac{10!}{4!6!} = \frac{10!}{24 \text{ x } 720} = \frac{3\,628\,800}{17\,280} = 210$$

4. Πιθανότητα

Η πιθανότητα χρησιμοποιείται για μια πιο ακριβή ιδέα για την πιθανότητα να συμβεί κάτι τυχαίο.

Γράφεται ως P(A) και είναι προσδιορισμένη ως νούμερο ανάμεσα στο 0 και το 1.

Θυμηθείτε: **$0 \leq P(A) \leq 1$**

Καθώς δύο συμπληρωματικά γεγονότα αποτελούν όλες τις πιθανότητες: **$P(A_C) + P(A) = 1$**

Για να το υπολογίσουμε, διαιρούμε τον αριθμό πιθανοτήτων της επιλογής μας με τον αριθμό των ίσων ενδεχομένων πιθανοτήτων:

$$\frac{\#\ \text{των πιθανοτήτων της επιλογής μας}}{\#\ \text{των ίσων ενδεχομένων πιθανοτήτων}}$$

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

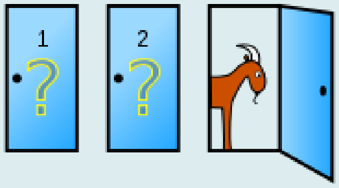
Αυτό σημαίνει ότι, για παράδειγμα, όταν ρίχνετε ένα ζάρι, έχετε $\frac{1}{6}$ πιθανότητες να φέρετε 4 και $\frac{2}{6}$ πιθανότητες να φέρετε 4 ή 5. Ωστόσο, είναι αδύνατο να φέρετε εξίσου 4 και 5, επομένως είναι $\frac{0}{6}$.

Παράδειγμα: Το πρόβλημα του Monty Hall

Σε ένα από τα μαθήματα του, ο καθηγητής του Μπεν αναφέρει ένα μαθηματικό πρόβλημα όπου:

- Υπάρχουν τρεις πόρτες μπροστά σας.
- Πίσω από μια από τις πόρτες υπάρχει ένα καινούριο αυτοκίνητο.
- Πίσω από τις άλλες δύο υπάρχουν κατσίκες.
- Θέλετε να επιλέξετε αυτή με το καινούριο αυτοκίνητο αλλά υπάρχει $\frac{1}{3}$ πιθανότητα να πάρετε το αυτοκίνητο και $\frac{2}{3}$ πιθανότητες να πάρετε την κατσίκα.

Ο Μπεν επιλέγει την πόρτα 1 και ο καθηγητής του δείχνει ότι πίσω από την πόρτα 3, υπάρχει μια κατσίκα. Του προτείνει να αλλάξει την απάντησή του. Τώρα που ξέρει πού βρίσκεται μία από τις κατσίκες, πρέπει να πάρει αυτή τη δεύτερη ευκαιρία;



Εικόνα 3: Οπτική αναπαράσταση του προβλήματος του Monty Hall

Μπορείτε να δείτε την απάντηση εδώ:
https://www.youtube.com/watch?v=8DMnAAvakh0

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

Εδώ είναι ένα άλλο παράδειγμα:

Έχετε 12 φύλλα στα χέρια σας και ο διπλανός σας πρέπει να διαλέξει ένα. Σε αυτά τα 12 φύλλα, έχετε τρία δεκάρια, πέντε Ρήγες, δύο άσους και δύο τεσσάρια. Ποια είναι η πιθανότητα ο διπλανός σας να επιλέξει Ρήγα;

Τα πιθανά αποτελέσματα είναι: {10, 10, 10, K, K, K, K, K, A, A, 4, 4}

Οπότε η πιθανότητα να διαλέξει Ρήγα είναι $P(K)=\frac{5}{12}$

Πριν προχωρήσουμε περαιτέρω, θα πρέπει να γνωρίζετε ορισμένους τύπους για αυτούς τους συγκεκριμένους υπολογισμούς:

Για να υπολογίσετε την πιθανότητα δύο γεγονότων που συμβαίνουν ταυτόχρονα, πολλαπλασιάστε τις πιθανότητές τους.

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

Σε ένα παιχνίδι με 52 φύλλα, ποιες είναι οι δυνατότητες να επιλέξετε μια Ντάμα και έναν Βαλέ;

$P(J \cap Q) = P(J) \times P(Q)$

$P(J \cap Q) = \frac{1}{13} \times \frac{1}{13} = \frac{1}{169} = 0{,}006$

Για να υπολογίσετε την πιθανότητα να συμβεί ένα από τα δύο γεγονότα, προσθέστε τις πιθανότητές τους και, στη συνέχεια, αφαιρέστε την πιθανότητα και των δύο που συμβαίνουν ταυτόχρονα.

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Για παράδειγμα, σε ένα παιχνίδι με 52 φύλλα, ποιες είναι οι πιθανότητες να επιλέξετε μια Ντάμα ή έναν Βαλέ;

$P(Q \cup J) = P(Q) + P(J) - P(Q \cap J)$

$P(Q \cup J) = \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{169} = \frac{13}{169} + \frac{13}{169} - \frac{1}{169} = \frac{25}{169} = \mathbf{0{,}148}$

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

ΕΡΓΑΣΙΑ

Ας παίξουμε Μπλακ τζακ:

Παίζουμε Μπλακ τζακ με 52 φύλλα. Κάθε φύλλο έχει τη δική του αξία. Ο στόχος του παιχνιδιού είναι να έχετε σύνολο 21 πόντους. Ένας άσος και ένα 10 είναι το καλύτερο χέρι. Ο άσος θα μετατραπεί σε 1 όταν το άθροισμα είναι μεγαλύτερο από 21. Όλοι οι παίκτες παίρνουν δύο φύλλα ανοιχτά. Ο κρουπιέρης παίρνει ένα φύλλο ανοιχτό και ένα κλειστό. Αν ο κρουπιέρης έχει Μπλακ τζακ (21 πόντους), αποκαλύπτει τα φύλλα του και κερδίζει το στοίχημα μαζί με τους παίκτες που έχουν επίσης Μπλακ τζακ. Εάν ο κρουπιέρης χάσει, είναι η σειρά των άλλων παικτών είτε να κρατήσουν τα φύλλα τους, είτε να πάρουν ένα ακόμα, είτε να τα χωρίσουν σε δύο διαφορετικά φύλλα ή να σταματήσουν και να πάρουν το μισό στοίχημα τους.

Ακολουθούν οι τιμές όλων των φύλλων:

Άσος	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Βαλές	Ντάμα	Ρήγας
1 ή 11	2	3	4	5	6	7	8	9	10	10	10	10

Εικόνα 4: Παιχνίδι με χαρτιά σε καζίνο

Έχουμε πέντε παίκτες γύρω από το τραπέζι. Έχουν 2 φύλλα. Μεταξύ αυτών των φύλλων, υπάρχουν τέσσερις άσοι, δύο δεκάρια, ένας Βαλές, ένα τέσσερα και δύο πεντάρια. Ποιες είναι οι πιθανότητες να πάρουν δύο φύλλα που έχουν άθροισμα μέχρι 21;

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

ΜΑΘΕΤΕ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΑ…

Παραγοντικοί:

https://www.youtube.com/watch?v=uNS1QvDzCVw

Το τρίγωνο του Πασκάλ:

https://www.youtube.com/watch?v=XMriWTvPXHI&t=80s

Πιθανότητες:

https://www.youtube.com/watch?v=3V2omKRX9gc

Πιθανότητες:

https://www.youtube.com/watch?v=Kgudt4PXs28

Η απάντηση του Μπεν στο πρόβλημα του Monty Hall :

https://www.youtube.com/watch?v=8DMnAAvakh0

Ντοκιμαντέρ για την ομάδα του MIT:

https://www.youtube.com/watch?v=QflVqavHHM0

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.