

ΜΕΡΟΣ IV: ΚΙΝΗΜΑΤΟΓΡΑΦΟΣ & ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΛΙΚΙΑΚΟ ΕΥΡΟΣ: 16-18

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 35: ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΟΥ ΒΑΥΕΣ ΣΤΗΝ ΤΑΙΝΙΑ «ΕΠΙΣΤΡΟΦΗ ΣΤΟ ΜΕΛΛΟΝ» ΤΟΥ ΡΟΜΠΕΡΤ ΖΕΜΕΚΙΣ

LogoPsyCom



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

Οδηγός Εκπαιδευτικού

Τίτλος: Το θεώρημα του Bayes στην ταινία «Επιστροφή στο Μέλλον» του Ρόμπερτ Ζεμέκις

Ηλικιακό Εύρος: 16-18 χρονών

Διάρκεια: 2 ώρες

Μαθηματικές Έννοιες: Πιθανότητα, θεώρημα του Bayes

Καλλιτεχνικές Έννοιες: Λαϊκή μυθοπλασία, Επιστημονική φαντασία, Φουτουριστές, Θεωρία της σχετικότητας

Γενικοί Σκοποί: Οι μαθητές να ανακαλύψουν τις μαθηματικές έννοιες του θεωρήματος Bayes που υπάρχουν στην ταινία και να αποκτήσουν μια πιο πρακτική άποψη για τα μαθηματικά.

Οδηγίες και Μεθοδολογία: Δώστε στους μαθητές τη δυνατότητα να εξερευνήσουν τα μαθηματικά παίζοντας με το σενάριο και παρακολουθώντας τα προτεινόμενα βίντεο. Οι μαθητές σας θα ανακαλύψουν τις διαφορετικές μαθηματικές έννοιες που απαιτούνται για να μάθουν τις πιθανότητες.

Πηγές: Αυτό το εργαλείο παρέχει βίντεο και ηλεκτρονικές πηγές. Τα θέματα που εξετάζονται σε αυτές τις πηγές θα αποτελέσουν έμπνευση για να βρείτε άλλα υλικά για να εξασκηθείτε και να δώσετε μια άλλη διάσταση στο μάθημά σας.

Συμβουλές για τον εκπαιδευτικό: Η μάθηση μέσα από την πράξη είναι πολύ αποτελεσματική, ειδικά για νεαρούς μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες. Πάντα να εξηγείτε την πρακτική χρήση κάθε μαθηματικής έννοιας.

Επιθυμητά αποτελέσματα και δεξιότητες: Στο τέλος αυτού του εργαλείου, ο μαθητής θα είναι σε θέση να:

- ο κατανοεί και να χρησιμοποιεί τις πιθανότητες
- ο κατανοεί τι είναι η δεσμευμένη πιθανότητα
- ο χρησιμοποιεί το θεώρημα του Bayes.

Άσκηση αξιολόγησης εργαλείου:

Γράψτε 3 πράγματα που σας άρεσαν σε αυτό το εργαλείο:	1. 2. 3.
Γράψτε δύο πράγματα που μάθατε	1. 2.
Γράψτε ένα στοιχείο που θα μπορούσε να βελτιωθεί	1.

Εισαγωγή

Η παρακολούθηση μιας ταινίας μπορεί να είναι μια ενεργή ή παθητική ψυχαγωγική δραστηριότητα. Οι ταινίες μπορούν να αποτελέσουν πολύτιμες πηγές για τους μαθητές για να διερευνήσουν τα διάφορα θέματα που εξετάζονται. Μερικές από αυτές χρησιμοποιούν τα μαθηματικά στις πλοκές τους, στα οποία οι μαθητές συχνά δεν εστιάζουν παρόλο που είναι πιο πιθανό με βάση αυτά να καταλάβουν ένα θέμα που είδαν σε μια ταινία.

Βλέποντας τους χαρακτήρες να συλλογίζονται τα μαθηματικά προβλήματα και τις έννοιες, ο θεατής θέλει να καταλάβει αυτές τις έννοιες και να λύσει αυτά τα προβλήματα μαζί τους, όπως συχνά προσπαθεί να μαντέψει το τέλος μιας ταινίας. Εδώ όμως θα μάθει νέα πράγματα ακολουθώντας απλώς τους χαρακτήρες μέσα από την ιστορία.

Ως εκ τούτου, διδάσκοντας τους μαθητές τα μαθηματικά που κρύβονται πίσω από τις ταινίες μπορεί να αποτελέσει μια μεγάλη προστιθέμενη αξία στο μάθημα των μαθηματικών, που συχνά θεωρείται υπερβολικά αφηρημένο, δίνοντας στους μαθητές μια πιο πρακτική και πραγματική αίσθηση των πιθανών χρήσεων των μαθηματικών.

«Επιστροφή στο Μέλλον» του Ρόμπερτ Ζεμέκις

Σύνοψη




Εικόνα 1: Τίτλος της ταινίας
Πηγή: http://en.m.wikipedia.org/wiki/List_of_Back_to_the_Future_characters

Επιστροφή στο Μέλλον είναι μια τριλογία που ξεκινά με την ιστορία ενός έφηβου, του Μάρτι, ο οποίος ταξιδεύει κατά λάθος στο χρόνο, καταλήγοντας στο 1955. Γνωρίζει τους γονείς του όταν ήταν νέοι και γίνεται το καρδιοχτύπι της μητέρας του. Στη συνέχεια θα πρέπει να βεβαιωθεί ότι οι γονείς του ερωτεύονται ο ένας τον άλλον και δημιουργούν οικογένεια. Βοηθός του σε αυτή την περιπέτεια είναι ένας επιστήμονας που ονομάζεται Έμετ «Ντοκ» Μπράουν.

 Τρέιλερ ταινίας: <https://www.youtube.com/watch?v=qvsgGtivCgs>

Γνωρίζατε ότι κάποιες από τις τεχνολογικές καινοτομίες και τα χαρακτηριστικά της κοινωνίας που προβλήθηκαν στη δεύτερη ταινία ήταν πολύ κοντά στη σημερινή πραγματικότητα;

 Παρακολουθήστε το ακόλουθο βίντεο από το China Uncensored για να δείτε σε τι είχε δίκιο η ταινία!

https://www.youtube.com/watch?v=mV_Z3Zx0xls

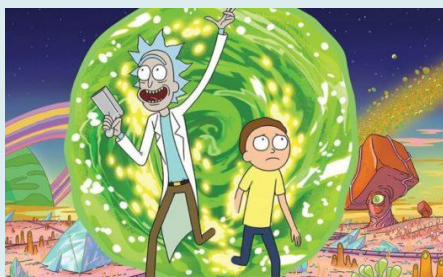
 Μπορείτε επίσης να δείτε σε τι είχε άδικο στο παρακάτω βίντεο:

<https://www.youtube.com/watch?v=xvWEIxdTB6Y>


Η ταινία «Επιστροφή στο Μέλλον» είναι μια τριλογία επιστημονικής φαντασίας στην οποία μπορούμε να δούμε πώς οι συγγραφείς απεικόνισαν τον σύγχρονο κόσμο μας το 1985. Η επιστημονική φαντασία είναι ένα είδος που είχε μεγάλο αντίκτυπο, δεδομένου ότι προωθεί την επιστημονική και τεχνολογική καινοτομία και την αντισυμβατική σκέψη. Συνδέεται με άλλα είδη, όπως ο τρόμος ή η φαντασία. Η Επιστροφή στο Μέλλον αποτέλεσε έμπνευση για μια σειρά κινουμένων σχεδίων επιστημονικής φαντασίας από τον Justin Roiland και τον Dan Harmon για το Cartoon Network που ίσως έχετε ακούστά: τους Rick και Morty. Αν κοιτάξετε τους χαρακτήρες, μπορείτε εύκολα να δείτε τις ομοιότητες:



Εικόνα 2: Μάρτι και Έμετ στην ταινία «Επιστροφή στο Μέλλον»¹



Εικόνα 3: Rick και Morty στο κινούμενο σχέδιο «Rick and Morty»²

 Μπορείτε να παρακολουθήσετε το βίντεο για να μάθετε περισσότερα σχετικά με το πώς η επιστημονική φαντασία μας βοηθά να προβλέψουμε το μέλλον:

<https://www.youtube.com/watch?v=paXKoZ1pr5w>

¹ <https://www.therakyatpost.com/2015/10/21/its-october-21-2015-the-day-marty-mcfly-came-back-to-the-future/>

² <http://popvinylworld.com/new-gamestop-exclusive-rick-and-morty-blips-chips-mystery-box-now-available-for-pre-order/>

Γνωρίζουμε ότι τα ταξίδια στο χρόνο χρησιμοποιούνται συχνά στην επιστημονική φαντασία, αλλά τι γίνεται με την πραγματικότητα;

Θα μπορούσαμε να ταξιδέψουμε άμεσα;

Μερικοί επιστήμονες έχουν επεξεργαστεί μερικές θεωρίες σχετικά με αυτό το θέμα.

Θέλετε να μάθετε για αυτές;



Μπορείτε να παρακολουθήσετε αυτό το βίντεο TED-Ed:

<https://www.youtube.com/watch?v=7H3ksmxwpWc>

Γλωσσάρι

Επιστημονική φαντασία: ένα καλλιτεχνικό, λογοτεχνικό, κινηματογραφικό είδος που ενισχύει την επιστημονική και την τεχνολογική καινοτομία.

Φουτουριστής: άτομο που προσπαθεί να προβλέψει το μέλλον.

Think tank (Δεξαμενή σκέψης): ένας οργανισμός που διεξάγει έρευνες για ορισμένα θέματα που αφορούν την πολιτική, την κοινωνία, την οικονομία κλπ.

Θεωρία σχετικότητας: Η θεωρία του Άλμπερτ Αϊνστάιν ήταν μια σημαντική ανακάλυψη στους τομείς της φυσικής και της αστρονομίας τον 20^ο αιώνα και, μεταξύ άλλων, παρουσίασε τον χρόνο και το διάστημα σαν μια οντότητα που ονομάζεται χωροχρόνος.

Κβαντική μηχανική: περιγράφει τον κόσμο στις μικρότερες δυνατές κλίμακες ενεργειακών επιπέδων ατόμων και υποατομικών σωματιδίων.

Διαστολή του χρόνου: προέρχεται από τη θεωρία της σχετικότητας και είναι μια διαφορά στο χρόνο που υπολογίζεται από δύο παρατηρητές, είτε λόγω μιας διαφοράς στην ταχύτητα μεταξύ τους, είτε επειδή τοποθετούνται διαφορετικά σε σχέση με ένα πεδίο βαρύτητας.

Τα μαθηματικά πίσω από την ταινία «Επιστροφή στο Μέλλον»

Πιθανότητα

Όπως μπορεί να θυμάστε, η πιθανότητα μπορεί να υπολογιστεί με διαφορετικούς τύπους. Ας τους θυμηθούμε γρήγορα!

Αυτοί είναι οι ορισμοί και οι τύποι που πρέπει να θυμηθούμε:

Η πιθανότητα χρησιμοποιείται για να πάρουμε μια πιο ακριβή ιδέα για την πιθανότητα να συμβεί κάτι τυχαίο.

Γράφεται $P(A)$ και είναι προσδιορισμένη ως νούμερο ανάμεσα στο 0 και το 1.

Θυμηθείτε: $0 \leq P(A) \leq 1$

Καθώς δύο συμπληρωματικά γεγονότα αποτελούν όλες τις δυνατότητες: $P(A^c) + P(A) = 1$

Για να υπολογίσετε την πιθανότητα δύο γεγονότων που συμβαίνουν ταυτόχρονα, πολλαπλασιάστε τις πιθανότητές τους.

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

Για να υπολογίσετε την πιθανότητα να συμβεί ένα από τα δύο γεγονότα, προσθέστε τις πιθανότητές τους και, στη συνέχεια, αφαιρέστε την πιθανότητα να συμβούν και τα δύο ταυτόχρονα.

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Δεσμευμένη πιθανότητα

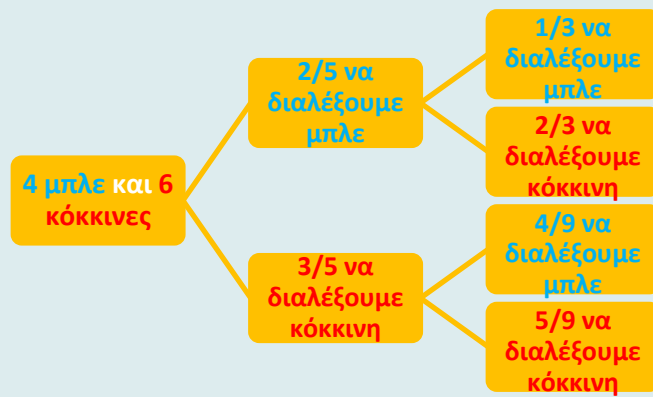
Υπάρχουν δύο τύποι γεγονότων: ανεξάρτητα γεγονότα και εξαρτώμενα γεγονότα.

Ανεξάρτητα γεγονότα είναι εκείνα που δεν επηρεάζονται από οποιοδήποτε άλλο γεγονός, όπως το ρίξιμο των ζαριών.

Τα εξαρτώμενα γεγονότα είναι εκείνα που επηρεάζονται από προηγούμενα γεγονότα, όπως όταν έχετε ένα πακέτο με καραμέλες και επιλέγετε μια κόκκινη καραμέλα στην αρχή. Η πιθανότητα να πετύχετε ξανά μια κόκκινη καραμέλα θα είναι διαφορετική τη δεύτερη φορά.

Ονομάζεται **δεσμευμένη πιθανότητα** και μπορεί να παρουσιαστεί υπό τη μορφή ενός δενδροειδές διαγράμματος.

Παράδειγμα: εάν έχουμε δέκα καραμέλες μεταξύ των οποίων έχετε **τέσσερις μπλε** και **έξι κόκκινες**:



Ας δούμε πώς να το γράψουμε αυτό στη μαθηματική σημειογραφία:

- Το γεγονός A είναι ότι επιλέγουμε την **μπλε** καραμέλα
- Το γεγονός B είναι ότι επιλέγουμε την **κόκκινη** καραμέλα

$P(A | B)$ σημαίνει ότι η πιθανότητα A συμβαίνει δεδομένου ότι έχει συμβεί η B. Επιλέξαμε μια **κόκκινη** καραμέλα την πρώτη φορά. Ποια είναι η πιθανότητα να πάρουμε μια **μπλε** καραμέλα τη δεύτερη φορά;

$$P(B | A) = \frac{4}{9}$$

Αλλά πώς το υπολογίζουμε αυτό χωρίς τη χρήση του δενδροειδές διαγράμματος;

Με το Θεώρημα του Bayes

Το θεώρημα του Bayes χρησιμοποιείται για να βρούμε μια δεσμευμένη πιθανότητα όταν γνωρίζουμε ήδη άλλες πιθανότητες.

Ο τύπος έχει ως εξής:

$$P(\mathbf{A} | \mathbf{B}) = \frac{P(\mathbf{A}) P(\mathbf{B}|\mathbf{A})}{P(\mathbf{B})}$$

Στο οποίο:

$P(\mathbf{A} | \mathbf{B})$ είναι η πιθανότητα \mathbf{A} να συμβεί δεδομένου ότι η \mathbf{B} έχει συμβεί.

Ας χρησιμοποιήσουμε την ταινία για ένα άλλο παράδειγμα.

Φανταστείτε ότι έχετε ταξιδέψει με τη χρονομηχανή DeLorean.

Θα μπορούσε να σας έχει στείλει είτε στο 1861, το 1955, το 1985 ή το 2019, με ίσες πιθανότητες.

$$P(1871) = \frac{1}{4} = \mathbf{0,25}$$

$$P(1955) = \frac{1}{4} = \mathbf{0,25}$$

$$P(1985) = \frac{1}{4} = \mathbf{0,25}$$

$$P(2019) = \frac{1}{4} = \mathbf{0,25}$$

Κοιτάζετε γύρω σας και βλέπετε ένα ατμοκίνητο τρένο!

Αυτό μπορεί να σημαίνει μόνο ένα πράγμα: πιθανότατα δεν βρίσκεστε στο 2019!

Ας υποθέσουμε ότι υπάρχουν μόνο δύο τύποι συρμών: ατμού και ηλεκτρικού ρεύματος.

Γνωρίζουμε ότι το 1871, **όλα** τα τρένα ήταν με ατμό, που σημαίνει ότι:

$$P(\text{Άτμος} | 1871) = 1$$

Το 1955, υπήρχαν ακόμη **λιγότερες** ατμοκίνητες αμαξοστοιχίες.

Με την πάροδο του χρόνου, το φαινόμενο αυτό συνεχίστηκε μέχρις ότου τα περισσότερα τρένα έγιναν ηλεκτρικά:

$$P(\text{Άτμος} | 1955) = 0,5$$

$$P(\text{Άτμος} | 1985) = 0,05$$

$$P(\text{Άτμος} | 2019) = 0,01$$

Οι πιθανότητες έχουν αλλάξει τώρα που έχουμε αυτά τα στοιχεία!

Ας υπολογίσουμε την πιθανότητα να βρίσκεστε στο έτος 2019 αν δούμε ένα ατμοκίνητο τρένο:

$$P(2019 | \text{Άτμος}) = \frac{P(2019) P(\text{Άτμος}|2019)}{P(\text{Άτμος})}$$

Πρέπει ακόμα να μάθουμε την πιθανότητα του ατμού σε κάθε χρόνο!

Γνωρίζουμε:

- $P(2019) = 25\% (0.25)$
- $P(\text{Άτμος} | 2019) = 1\% (0.01)$

Το οποίο σημαίνει ότι:

- υπάρχει 25% πιθανότητα να βρίσκεστε στο 2019, οπότε υπάρχει 1% πιθανότητα να δείτε ένα ατμοκίνητο τρένο.
- Μπορούμε επίσης να συμπεράνουμε ότι υπάρχει 75% πιθανότητα να βρίσκεστε σε οποιοδήποτε άλλο έτος.
- Η πιθανότητα να δείτε ένα ατμοκίνητο τρένο σε οποιοδήποτε άλλο έτος είναι:

$$\frac{0,5+0,05+1}{3} = \mathbf{0,516}, \text{ or } 51,6\%.$$

$$P(\text{Άτμος}) = (0,25 * 0,01) + (0,75 * 0,516) = 0,39$$

Thus,

$$P(2019 | \text{Άτμος}) = \frac{P(2019) P(\text{Άτμος}|2019)}{P(\text{Άτμος})} = \frac{0,25 * 0,01}{0,39} = \frac{0,0025}{0,39} = \mathbf{0,0064}$$

$$P(1985 | \text{Άτμος}) = \frac{P(1985) P(\text{Άτμος}|1985)}{P(\text{Άτμος})} = \frac{0,25 * 0,05}{0,39} = \frac{0,0125}{0,39} = \mathbf{0,032}$$

$$P(1955 | \text{Άτμος}) = \frac{P(1955) P(\text{Άτμος}|1955)}{P(\text{Άτμος})} = \frac{0,25 * 0,5}{0,39} = \frac{0,125}{0,39} = \mathbf{0,32}$$

$$P(1871 | \text{Άτμος}) = \frac{P(1871) P(\text{Άτμος}|1871)}{P(\text{Άτμος})} = \frac{0,25 * 1}{0,39} = \frac{0,25}{0,39} = \mathbf{0,64}$$

Θα νομίζατε ότι έχετε φτάσει στο 1871, έτσι;

Ωστόσο, βλέπετε ένα μπουκάλι Coca-Cola, το οποίο υπάρχει μόνο από το 1886 και έπειτα.

Τώρα γνωρίζετε ότι δεν βρίσκεστε στο 1871 αλλά πρέπει να συγκεντρώσετε περισσότερες πληροφορίες!

ΕΡΓΑΣΙΑ

Αυτή η εργασία θα σας βοηθήσει να χρησιμοποιήσετε το πλαίσιο της ταινίας για να αναπτύξετε τις δεξιότητές σας με τα μαθηματικά παίζοντας με τις πιθανότητες.

Ας συνεχίσουμε την προηγούμενη άσκηση για να μάθουμε σε ποιο έτος βρίσκεστε ακριβώς!

Καθώς βγαίνετε από το DeLorean, ένα αυτοκίνητο σχεδόν τρέχει κατά πάνω σας.

Ας δούμε τι φαίνεται και τι γνωρίζετε:

- Είναι μια Ferrari 328.
- Η παραγωγή της ξεκίνησε το **1985** και το **12%** του πληθυσμού είχε μία.
- Το **3%** των συλλεκτών αυτοκινήτων την οδηγούν το **2019**.



Εικόνα 4: Ferrari 328

Υπολογίστε το $P(1985 | \text{Ferrari}328)$ και το $P(2019 | \text{Ferrari}328)$ με βάση τους νέους υπολογισμούς.

Θυμηθείτε ότι το $P(1985)$ δεν είναι πλέον 0,25 αλλά 0,032 και το $P(2019)$ έχει γίνει 0,0064!

Χρησιμοποιήστε τις απαντήσεις στο προηγούμενο μέρος της άσκησης στους υπολογισμούς σας.

ΜΑΘΕΤΕ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΑ...

TED-Ed βίντεο για το πώς η επιστημονική φαντασία μπορεί να βοηθήσει στην πρόβλεψη του μέλλοντος:

<https://www.youtube.com/watch?v=paXKoZ1pr5w>

TED-Ed βίντεο σχετικά με τη δυνατότητα του ταξιδιού στο χρόνο:

<https://www.youtube.com/watch?v=7H3ksmxwpWc>

Για ποια πράγματα είχε δίκιο η ταινία:

https://www.youtube.com/watch?v=mV_Z3Zx0xls

Για ποια πράγματα είχε άδικο:

<https://www.youtube.com/watch?v=xvWEIxdTB6Y>

TED-Ed βίντεο σχετικά με την πιθανότητα:

<https://www.youtube.com/watch?v=IAiNqQi30-Y&t=159s>

Άλλα παραδείγματα της λογικής του Bayes:

<https://fs.blog/2018/09/bayes-theorem/>