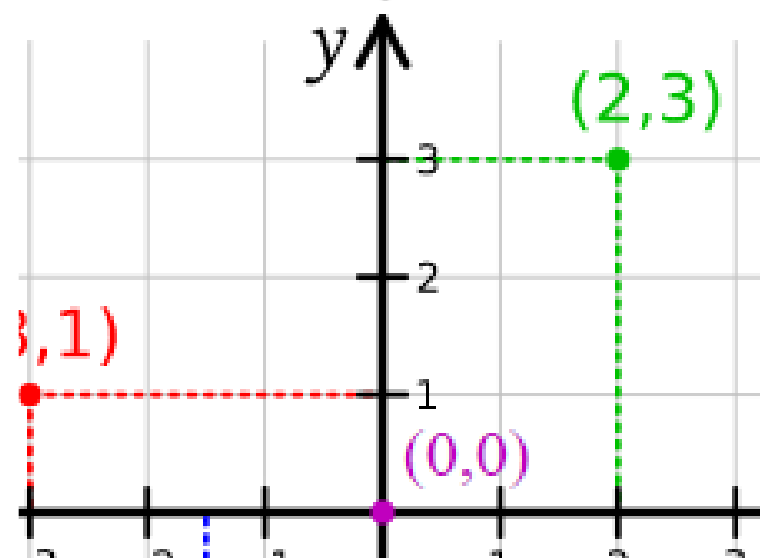
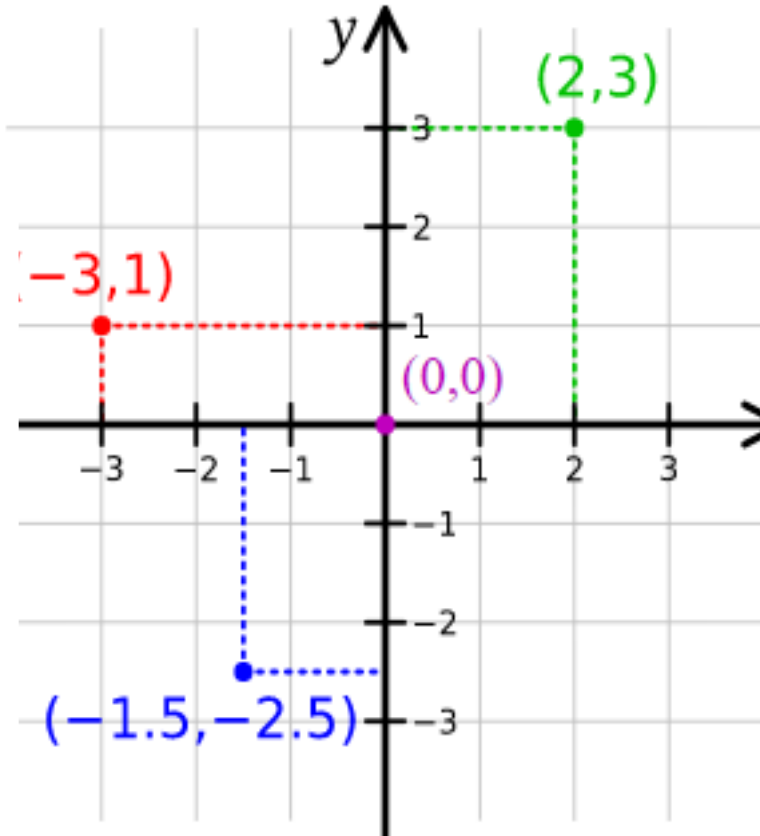


ΜΕΡΟΣ IV: Κινηματογράφος & Μαθηματικά

ΗΛΙΚΙΑΚΟ ΕΥΡΟΣ: 13 –15



Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων (Πηγή: K. Bolino from Wikimedia Commons (2008))

-1.5,

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 37: ΚΑΡΤΕΣΙΑΝΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ ΜΕΣΑ ΑΠΟ ΤΗΝ ΤΑΙΝΙΑ «ΤΟ ΒΑΣΙΛΕΙΟ ΤΩΝ ΟΥΡΑΝΩΝ»

SPEL – Sociedade Promotora de Estabelecimentos de Ensino



Οδηγός Εκπαιδευτικού

Τίτλος: Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων μέσα από την ταινία «Το Βασίλειο των Ουρανών» (Kingdom of Heaven)

Ηλικιακό Εύρος: 13 – 15 χρονών

Διάρκεια: 2 ώρες

Μαθηματικές Έννοιες: Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων

Καλλιτεχνικές Έννοιες: Ναυμαχία σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων

Γενικοί Σκοποί: Να κατανοήσουν οι μαθητές πώς να χρησιμοποιούν ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων, πώς να κερδίζουν πόντους σε αυτό και πώς να διαβάζουν τις συντεταγμένες των σημείων που παρουσιάζονται.

Οδηγίες και Μεθοδολογία: Εκτός από την επεξήγηση των θεωρητικών εννοιών, είναι σημαντικό να χρησιμοποιήσετε βίντεο και κείμενα για την καλύτερη κατανόηση του περιεχομένου.

Πηγές: Υπολογιστής με σύνδεση στο διαδίκτυο, πρόσβαση στην ιστοσελίδα: <https://www.desmos.com/>, επιτραπέζιο παιχνίδι Ναυμαχία.

Οδηγίες για τον εκπαιδευτικό: Ξεκινήστε εξηγώντας τις θεωρητικές έννοιες και, εάν είναι δυνατόν, χρησιμοποιήστε εικόνες, κείμενα και βίντεο για μια πιο αποτελεσματική επεξήγηση. Συνεχίστε δίνοντας διάφορα παραδείγματα για να κατανοήσουν πώς γίνεται η βαθμολόγηση πόντων και η ανάγνωση των συντεταγμένων, έτσι ώστε οι μαθητές να μπορούν στη συνέχεια να λύσουν τις ασκήσεις μόνοι τους. Καθοδηγήστε τους μαθητές στο παιχνίδι Ναυμαχία, βοηθώντας τους να κατανοήσουν τους κανόνες του.

Επιθυμητά αποτελέσματα και δεξιότητες: Στο τέλος αυτού του εργαλείου, ο μαθητής θα είναι σε θέση να:

- Χρησιμοποιεί το καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων·
- Κερδίζει βαθμούς στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων·
- Διαβάζει τις συντεταγμένες των σημείων σε ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων.

Άσκηση αξιολόγησης εργαλείου:

Γράψτε 3 πράγματα που σας άρεσαν σε αυτό το εργαλείο:	1. 2. 3.
Γράψτε δύο πράγματα που μάθατε	1. 2.
Γράψτε ένα στοιχείο που θα μπορούσε να βελτιωθεί	1.

Εισαγωγή

Μερικές φορές βρίσκουμε πτυχές που σχετίζονται με τα μαθηματικά σε τηλεοπτικές σειρές ή ταινίες. Σε αυτές τις περιπτώσεις, συχνά δεν δίνεται μεγάλη σημασία σε αυτές τις μαθηματικές έννοιες, επειδή δεν επηρεάζουν την ίδια την ιστορία. Ωστόσο, υπάρχουν μερικές περιπτώσεις στις οποίες την επηρεάζουν.

Μερικά παραδείγματα: «21» (ΗΠΑ, 2008) του Robert Luketic, «Proof» (ΗΠΑ, 2005) του John Madden, «A Beautiful Mind» (ΗΠΑ, 2001) του Ron Howard, «Enigma» (ΗΠΑ, 2001) του Michael Apted, «Pi» (ΗΠΑ, 1988) του Darren Aronofsky, «Good Will Hunting» (ΗΠΑ, 1997) του Gus Van Sant και «Cube» (Καναδάς, 1997) του Vincenzo Natali.

Σε αυτό το εργαλείο, θα συζητηθεί η ταινία «Το Βασίλειο των Ουρανών» (ΗΠΑ, 2005), του Ridley Scott, και θα εξεταστούν οι μαθηματικές έννοιες της, όπως το καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων.

Το Βασίλειο των Ουρανών

Η ταινία το Βασίλειο των Ουρανών (2005) είναι δραματική, περιπέτειας και πολεμική και βασίζεται σε πραγματικά γεγονότα της ζωής του Μπαλιάν, ενός νεαρού σιδηρουργού που γίνεται ο πιο αξιосέβαστος και γενναίος ιππότης του βασιλείου της Ιερουσαλήμ, προστατεύοντας τον λαό του από όλες τις εχθρικές απειλές.

Ο Μπαλιάν, συντετριμμένος από το θάνατο της συζύγου και του γιου του, αναζητείται από τον Γκόντφρεί του Ιμπελέν – έναν φημισμένο ευγενή από το Βασίλειο της Ιερουσαλήμ, ο οποίος είναι αφοσιωμένος στη διατήρηση της ειρήνης στους Άγιους Τόπους. Ο Μπάριसान ομολογεί ότι είναι ο πατέρας του και ο Μπαλιάν αφήνει το πένθος πίσω για να τον συνοδεύσει στην ιερή αποστολή του. Ο πατέρας του πεθαίνει νέος και ο Μπαλιάν κληρονομεί τη γη και τον τίτλο του στην Ιερουσαλήμ, μια πόλη όπου οι χριστιανοί, οι μουσουλμάνοι και οι Εβραίοι δυσκολεύονται να συνυπάρξουν ειρηνικά μεταξύ της Δεύτερης και της Τρίτης Σταυροφορίας, κατά τη διάρκεια του 12ου αιώνα. Ο Μπαλιάν γίνεται ο πιο αξιосέβαστος και γενναίος ιππότης, προστατεύοντας τον λαό του από τους δυναστές.

Το 1187 η Ιερουσαλήμ περικυκλώνεται από μουσουλμάνους, υπό την ηγεσία του σουλτάνου Σαλαντίν, και παρόλο που οι χριστιανοί ήταν λιγότεροι, ο Μπαλιάν δημιουργεί ένα σύστημα συντεταγμένων για την υπεράσπιση της πόλης, που του επιτρέπει να αποκτήσει μεγαλύτερη ακρίβεια και να κάνει όσο το δυνατόν καλύτερη χρήση των πολεμικών του πόρων. Με αυτή τη στρατηγική καταφέρνει να αντισταθεί για μερικές μέρες και τελικά καταλήγει σε συμφωνία με τον σουλτάνο, στα πλαίσια της οποίας ο Μπαλιάν συμβιβάστηκε να του δώσει την Ιερουσαλήμ με αντάλλαγμα μια ελεύθερη, ασφαλή διέλευση για όλους τους κατοίκους της.



Εικ. 1 – Το Βασίλειο των Ουρανών (2005)-
Αφίσα (Πηγή:https://pt.wikipedia.org/wiki/Kingdom_of_Heaven)

Γλωσσάρι

Χριστιανός: εκείνος που πιστεύει στο Χριστιανισμό (ομάδα μονοθεϊστικών θρησκειών που πιστεύουν στο δόγμα του Χριστού). Αυτός που πιστεύει στον Ιησού Χριστό.

Σταυροφορία: στρατιωτική εκστρατεία που καθοδήγησαν οι χριστιανοί κατά τη διάρκεια του Μεσαίωνα με στόχο την απελευθέρωση των ιερών τοπών, δηλαδή της Ιερουσαλήμ, από την ισλαμική εξουσία.

Ιερουσαλήμ: η σημερινή πρωτεύουσα του Ισραήλ, που βρίσκεται στα βουνά της Ιουδαίας ανάμεσα στη Μεσόγειο και τη Νεκρά Θάλασσα, είναι μια από τις αρχαιότερες πόλεις του κόσμου. Θεωρείται ιερή και από τις τρεις κύριες μονοθεϊστικές θρησκείες: Ιουδαϊσμός, Χριστιανισμός και Ισλαμισμός.

Εβραίοι: μέλη της εθνικής και θρησκευτικής ομάδας που προέρχονται από τις Φυλές του Ισραήλ ή από τους Εβραίους από την αρχαία Ανατολή.

Μουσουλμάνοι: οι οπαδοί της μονοθεϊστικής θρησκείας Ισλάμ, με επίκεντρο τη ζωή και τις διδασκαλίες του προφήτη Μωάμεθ.

Σουλτάνος: τίτλος που δόθηκε στους μονάρχες ορισμένων αραβικών ή ισλαμικών εθνών. Ο σουλτάνος είναι αυτός που έχει την εξουσία σε μια συγκεκριμένη περιοχή.

Ασφαλής διέλευση: γραπτή άδεια που δίνεται σε κάποιον, έτσι ώστε το άτομο να μπορεί να κινείται ελεύθερα οπουδήποτε, χωρίς να ενοχλείται.

Τα μαθηματικά πίσω από το «Το Βασίλειο των Ουρανών»

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, ο Μπαλιάν χρησιμοποίησε τα συστήματα συντεταγμένων για να υπερασπιστεί την Ιερουσαλήμ. Στην αναλυτική γεωμετρία υπάρχουν διάφορα συστήματα συντεταγμένων. Η βασική ιδέα πίσω από αυτές είναι η αναπαράσταση σημείων στο επίπεδο ή στο χώρο, μέσω της χρήσης συνόλων πραγματικών αριθμών, γνωστών ως συντεταγμένες. Σε αυτό το εργαλείο, θα επικεντρωθούμε στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων.

Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων

Η βάση της ένωσης μεταξύ της γεωμετρίας και της άλγεβρας είναι το σύστημα συντεταγμένων το οποίο, προς τιμήν του σημαντικού γαλλικού μαθηματικού και φιλόσοφου Ρενέ Ντεκάρτ ή Καρτέσιου, (1596-1650), είναι γνωστό ως καρτεσιανή συντεταγμένη ή απλά καρτεσιανό επίπεδο.

Η καρτεσιανή συντεταγμένη σχηματίζεται από δύο κάθετους άξονες που τέμνονται σε ένα σημείο που ονομάζεται η αρχή του συστήματος συντεταγμένων.

Ο οριζόντιος άξονας είναι ο άξονας x ή άξονας τετμημένων και ο κάθετος άξονας είναι ο y ή άξονας τεταγμένων.

Το θετικό τμήμα του άξονα x παραμένει στη δεξιά πλευρά της προέλευσης και το θετικό τμήμα του άξονα y παραμένει πάνω από την αρχή.

Οι άξονες χωρίζουν το σύστημα συντεταγμένων σε τέσσερα τεταρτημόρια, όπως φαίνεται στην εικόνα 2.

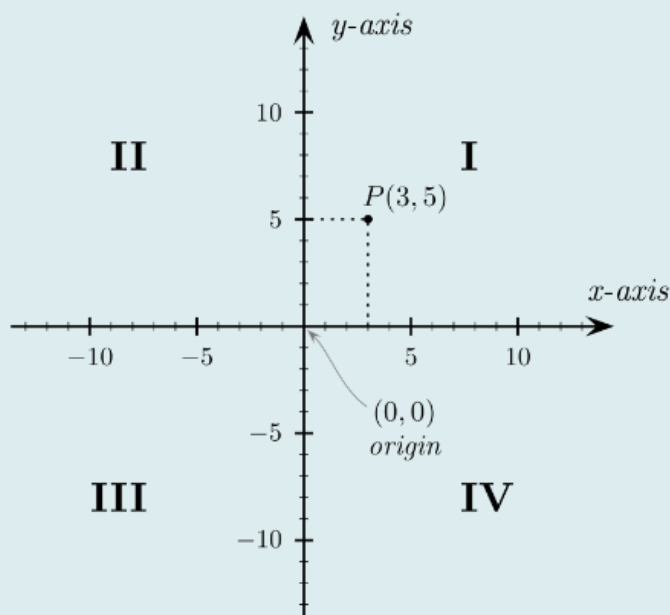
Κανονικά, στην αναλυτική γεωμετρία, χρησιμοποιούμε συστήματα συντεταγμένων στα οποία η μονάδα μέτρησης είναι η ίδια και για τους δύο άξονες, δηλαδή για μονομετρικά συστήματα. Εάν οι άξονες είναι κάθετοι, τότε έχουμε ένα ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων.



Εικ. 1 – Ρενέ Ντεκάρτ

(Πηγή:https://commons.wikimedia.org/wiki/Ren%C3%A9_Descartes#/media/File:Frans_Hals_-_Portret_van_Ren%C3%A9_Descartes.jpg)

Θα χρησιμοποιήσουμε το ορθοκανονικό καρτεσιανό σύστημα, εκτός αν αναφέρεται διαφορετικά.



Εικ. 2 – Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων

(Πηγή: https://commons.wikimedia.org/wiki/Two-dimensional_coordinates?uselang=pt#/media/File:Cartesian_coordinates_2D.svg)

Συντεταγμένες των σημείων

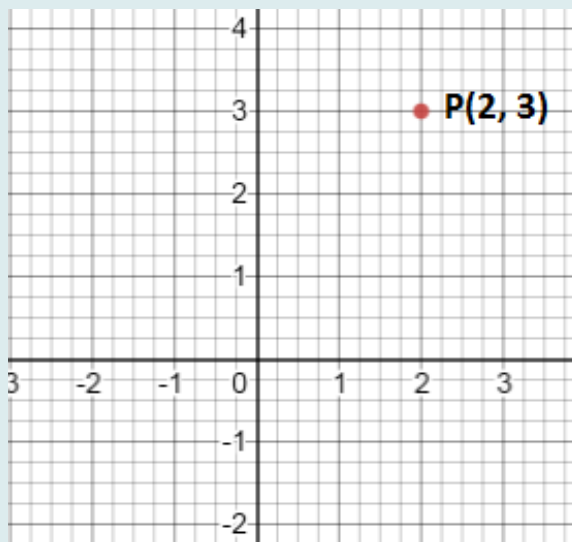
Σε κάθε σημείο του καρτεσιανού επιπέδου αντιστοιχεί ένα διατεταγμένο ζεύγος αριθμών και αντίστροφα. Αυτό το ζεύγος αριθμών είναι γνωστό ως οι συντεταγμένες ενός σημείου.

Παράδειγμα: $P(2, 3)$ τετμημένη = 2 και τεταγμένη = 3.

Τα σημεία του άξονα τετμημένων, xx , έχουν μηδενική τεταγμένη και τα σημεία του άξονα τεταγμένων, yy , έχουν μηδενική τετμημένη.

Τα σημεία των αξόνων των συντεταγμένων δεν ανήκουν σε κανένα από τα τεταρτημόρια.

Το σύνολο όλων των διατεταγμένων ζευγών πραγματικού αριθμού χαρακτηρίζεται ως \mathbb{R}^2 , δηλαδή $\mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R} = \{(x, y): x \text{ και } y \in \mathbb{R}\}$.



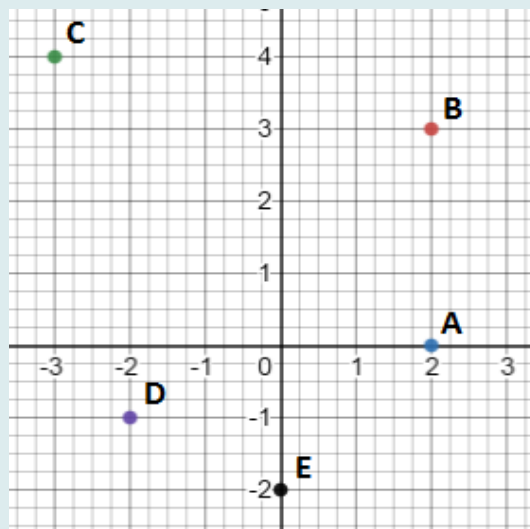
Εικ. 3 – Συντεταγμένες των σημείων

(Πηγή: <https://www.desmos.com/>)

ΕΡΓΑΣΙΕΣ

ΕΡΓΑΣΙΑ 1

Παρατηρήστε το σύστημα συντεταγμένων και γράψτε τις συντεταγμένες των σημείων που παρουσιάζονται.



Εικ. 4 – Συντεταγμένες των σημείων

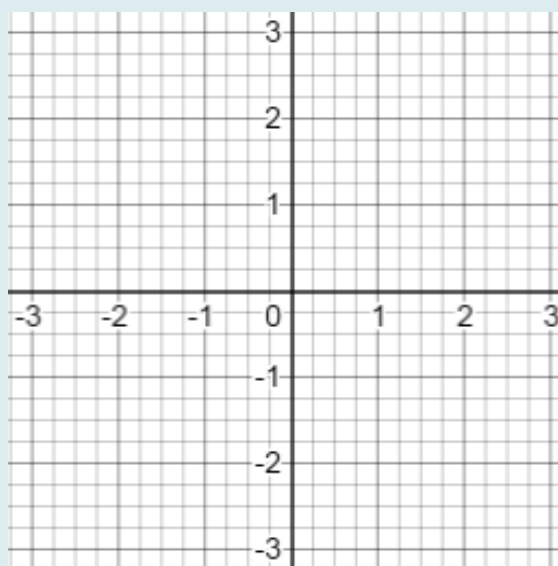
(Πηγές: <https://www.desmos.com/>)

ΕΡΓΑΣΙΑ 2

Σημειώστε τα ακόλουθα σημεία στο καρτεσιανό σύστημα:

$A(1, 3)$; $B(-2, 2)$; $C(0, -1)$; $D(-3, -1)$; $E(2, 0)$
και $F(2, -3)$.

Μετά την ολοκλήρωση της εργασίας, πηγαίνετε στο <https://www.desmos.com/> και σημειώστε τα ίδια σημεία σε ένα παρόμοιο καρτεσιανό σύστημα.



Εικ. 5 – Καρτεσιανό σύστημα

(Πηγή: <https://www.desmos.com/>)

ΕΡΓΑΣΙΑ 3

Ναυμαχίες με Καρτεσιανές συντεταγμένες. Δραστηριότητα για ομάδες τριών μαθητών (δύο παίκτες και ένας διαιτητής). Σημείωση: εκτυπώστε τα ταμπλό του παιχνιδιού που βρίσκονται στις επόμενες σελίδες και μοιράστε τα στους μαθητές.

Οργάνωση παιχνιδιού

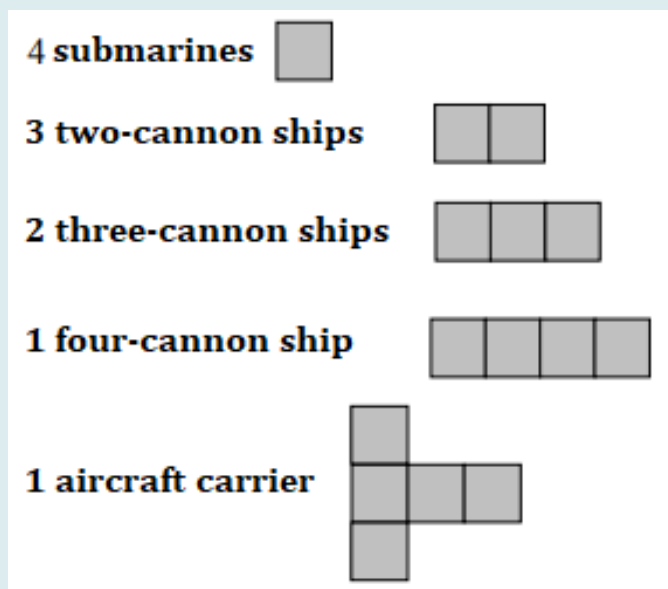
1. Κάθε παίκτης διανέμει το στόλο του πάνω στο ταμπλό, σημειώνοντας τα τετράγωνα στα οποία θα είναι αγκυροβολημένος με τον παρακάτω τρόπο: αεροπλανοφόρο (πέντε τετράγωνα), πλοίο με τέσσερα κανόνια (τέσσερα τετράγωνα), δύο πλοία με τρία κανόνια (τρία τετράγωνα το καθένα), και τέσσερα υποβρύχια (ένα τετράγωνο το καθένα), σύμφωνα με το σχήμα που φαίνεται στην εικόνα.

2. Εκτός από το αεροπλανοφόρο, τα σκάφη πρέπει να καταλαμβάνουν τα τετράγωνα στην προέκταση μιας γραμμής ή μιας στήλης. Για παράδειγμα, ένα πλοίο τεσσάρων κανονιών πρέπει να καταλαμβάνει τέσσερα τετράγωνα σε μια γραμμή ή στήλη.

3. Δύο πλοία δε μπορούν να ακουμπούν ή να αλληλεπικαλύπτονται.

4. Θα πρέπει να υπάρχει τουλάχιστον ένα πλοίο σε κάθε τεταρτημόριο.

5. Ο διαιτητής πρέπει να παρατηρεί εάν οι παίκτες σημειώνουν σωστά τις βολές και στα δύο ταμπλό (τόσο στο κύριο όσο και στο βοηθητικό ταμπλό).



Εικ. 6 –Στόλος

(Ανακτήθηκε από:

<http://www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=1320conceudo/conteudo.php?conteudo=1320>)

Κανόνες παιχνιδιού

- Οι παίκτες δεν πρέπει να αποκαλύπτουν την τοποθεσία του στόλου τους στον αντίπαλό τους.
- Οι παίκτες αποφασίζουν ποιος θα είναι ο πρώτος που θα πυροβολήσει.
- Κάθε παίκτης, στη σειρά του, θα προσπαθεί να πυροβολήσει το στόλο του αντιπάλου. Για να γίνει αυτό, ο παίκτης θα υποδείξει τις συντεταγμένες x και y αυτού του σημείου (πυροβολισμός) στο καρτεσιανό επίπεδο.
- Οι παίκτες θα πρέπει να έχουν κατά νου ότι οι συντεταγμένες x και y είναι διατεταγμένο ζεύγος (x, y) και ότι ο πρώτος αριθμός θα μαντέψει πρέπει να αφορά τον άξονα x και μετά τον άξονα y .
- Ο αντίπαλος σημειώνει το αντίστοιχο σημείο στο ταμπλό του και λέει στον επιτιθέμενο εάν χτύπησε πλοίο ή νερό. Εάν χτύπησε πλοίο, ο άλλος παίκτης πρέπει να πει ποιο ήταν. Στην περίπτωση που βυθιστεί, θα πρέπει επίσης να ειπωθεί. Ένα πλοίο βυθίζεται όταν χτυπηθούν όλα τα τετράγωνα που καταλαμβάνει.
- Για να μπορέσουν οι παίκτες να ελέγχουν τις βολές που έριξαν στον αντίπαλό τους, θα πρέπει να σημειώνουν κάθε σημείο στο καρτεσιανό επίπεδο συντεταγμένων που αντιστοιχεί στο ταμπλό του αντιπάλου.
- Για να χτυπηθεί ένα πλοίο, αρκεί οι παίκτες να χτυπήσουν μια από τις κορυφές των τετραγώνων όπου είναι αγκυροβολημένο.
- Για να βυθιστεί ένα πλοίο, οι παίκτες πρέπει να χτυπήσουν τουλάχιστον δύο κορυφές κάθε τετραγώνου όπου το σκάφος είναι αγκυροβολημένο.
- Αν ο παίκτης χτυπήσει τον στόχο, έχει το δικαίωμα να παίξει και άλλο γύρο μέχρι να χτυπήσει νερό ή να βυθίσει όλα τα πλοία.
- Εάν ο παίκτης χτυπήσει το νερό, χάνει τη σειρά του. Το ίδιο συμβαίνει όταν ένας παίκτης σημειώνει το λάθος σημείο, σε οποιοδήποτε ταμπλό. Αυτά τα λάθη πρέπει να επισημαίνονται από τον διαιτητή.
- Το παιχνίδι τελειώνει όταν ένας από τους παίκτες βυθίσει όλο το στόλο του αντιπάλου.

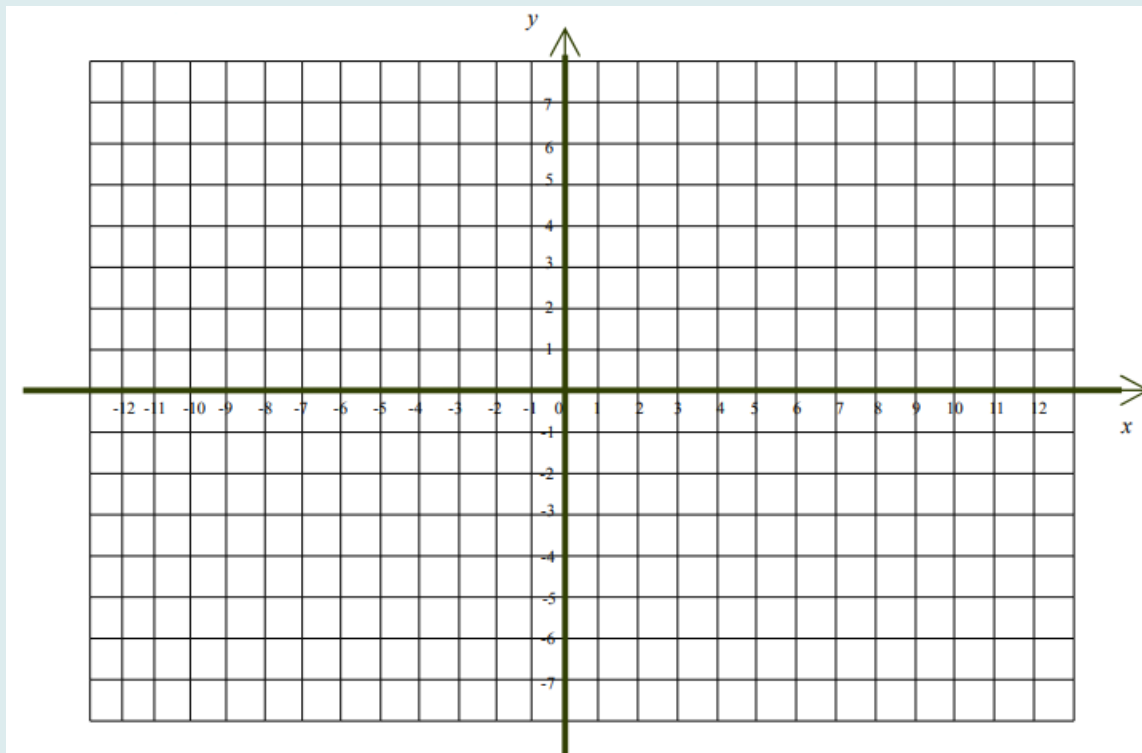
Ανακτήθηκε από:

<http://www.matematica.seed.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=1320>.

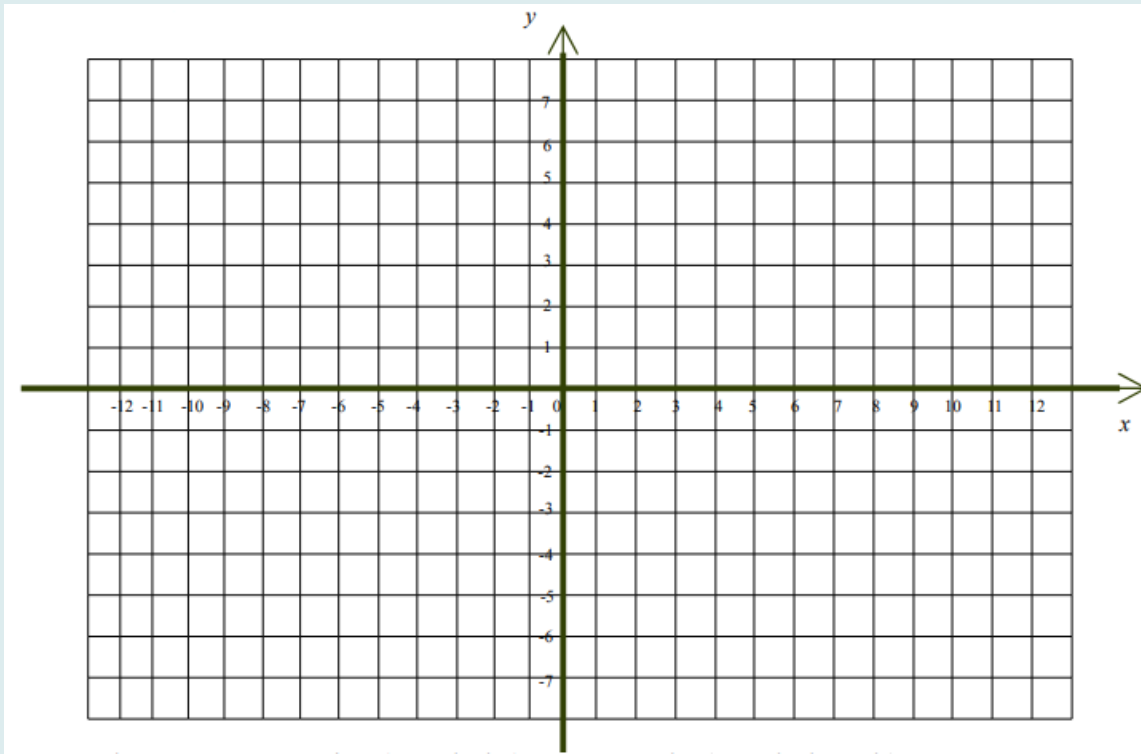
Παρόμοιες πληροφορίες μπορούν να βρεθούν εδώ: https://www.callmedrob.com/?page_id=1805 (EN).

Ταμπλό για τη Ναυμαχία με Καρτεσιανές συντεταγμένες

Το παιχνίδι μου



Βολές στο ταμπλό του αντιπάλου μου



ΜΑΘΕΤΕ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΑ...

Η υπόθεση της ταινίας το Βασίλειο των Ουρανών (2005)

https://www.imdb.com/title/tt0320661/?ref=mv_sr_1?ref=mv_sr_1

[https://en.wikipedia.org/wiki/Kingdom_of_Heaven_\(film\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Kingdom_of_Heaven_(film))

Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων

<https://www.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-coord-plane/coordinate-plane-4-quad/v/the-coordinate-plane>

https://mathinsight.org/cartesian_coordinates

Ναυμαχία (παιχνίδι)

[https://en.wikipedia.org/wiki/Battleship_\(game\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Battleship_(game))

Εξερευνήστε τα μαθηματικά με τη διαδικτυακή εφαρμογή Desmos

<https://www.desmos.com/>