

ΜΕΡΟΣ II: Μουσική & Μαθηματικά

ΗΛΙΚΙΑΚΟ ΕΥΡΟΣ: 13 – 15

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 17: Η ΜΟΥΣΙΚΗ ΚΑΙ Η ΧΡΥΣΗ ΤΟΜΗ

LogoPsyCom



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

Οδηγός Εκπαιδευτικού

Τίτλος: Μουσική και Χρυσή Τομή

Ηλικιακό Εύρος: 13-15 ετών

Διάρκεια: 2 ώρες

Μαθηματικές Έννοιες: Χρυσός Αριθμός, Χρυσή Τομή, ακολουθία Φιμπονάτσι

Καλλιτεχνικές Έννοιες: Αρχαία Ελληνική Μουσική, Μούσες, Αρμονία

Γενικοί Σκοποί: Να ανακαλύψουν οι μαθητές τις μαθηματικές έννοιες που κρύβονται σε μουσικές συνθέσεις και να δουν την πιο πρακτική πλευρά της χρήσης των μαθηματικών.

Οδηγίες και Μεθοδολογία: Οι μαθητές θα εξερευνήσουν και τα δύο πεδία στο σύνολό τους, ακούγοντας ή παίζοντας μουσική και παρακολουθώντας τα προτεινόμενα βίντεο που αναλύουν μουσικές συνθέσεις. Θα ανακαλύψουν τη βάση των μαθηματικών εννοιών που αναλύονται.

Πηγές: Αυτό το εργαλείο παρέχει βίντεο που μπορείτε να χρησιμοποιήσετε στην τάξη σας. Τα θέματα που εξετάζονται στο εργαλείο θα σας βοηθήσουν να βρείτε επιπλέον υλικό για να εξατομικεύσετε και να δώσετε μια διαφορετική διάσταση στο μάθημα σας.

Συμβουλές για τον εκπαιδευτικό: Η εκμάθηση μέσα από την πράξη είναι πολύ αποτελεσματική, ειδικά για νεαρούς μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες. Πάντα να εξηγείτε την πρακτική χρήση της κάθε μαθηματικής έννοιας.

Επιθυμητά αποτελέσματα και δεξιότητες:

Στο τέλος αυτού του εργαλείου, ο μαθητής θα είναι σε θέση να:

ο Κατανοεί το συλλογισμό πίσω από τη μουσική σύνθεση.

ο Κατανοεί τη χρήση της Χρυσής Τομής στη μουσική.

ο Χρησιμοποιεί τη χρυσή τομή για να εντοπίσει το αποκορύφωμα μιας μουσικής σύνθεσης.

Άσκηση αξιολόγησης εργαλείου:

Γράψτε 3 πράγματα που σας άρεσαν σε αυτό το εργαλείο:	1. 2. 3.
Γράψτε δύο πράγματα που μάθατε	1. 2.

Γράψτε ένα στοιχείο που θα μπορούσε να βελτιωθεί

1.

Εισαγωγή

Η μουσική και τα μαθηματικά δεν φαίνεται να έχουν μια προφανή σύνδεση για όσους δεν έχουν συνθέσει ή διαβάσει μια παρτιτούρα. Ωστόσο, φαίνεται ξεκάθαρα ότι ο συγχρονισμός των μουσικών συνθέσεων και η δομή της παρτιτούρας με μέτρα παραπέμπει σε έναν μαθηματικό τρόπο σκέψης.

Πολλοί ερευνητές έχουν μελετήσει τον αντίκτυπο των μαθηματικών στις τέχνες. Η μουσική ήταν ένα από τα σημεία εστίασης των μελετών τους και διαπιστώθηκε ότι, ανά τους αιώνες, πολλοί μαθηματικοί είχαν διερευνήσει αυτό το ερώτημα. Ο Πυθαγόρας, ο Leonardo Bonacci (επίσης γνωστός ως Φιμπονάτσι) και πολλοί άλλοι έχουν συμβάλει στην έρευνα. Διαφορετικές πτυχές των μαθηματικών, που κυμαίνονται από τη βασική γεωμετρία και τις ακολουθίες αριθμών έως την τριγωνομετρία, έχουν αποδειχθεί ότι χρησιμοποιούνται σε μουσικές συνθέσεις.

Μέσα σε αυτό το εργαλείο, θα επικεντρωθούμε στη δυνατότητα εφαρμογής των μαθηματικών σε μουσικές συνθέσεις, διερευνώντας τις επιλογές που προσφέρει η χρυσή τομή στη μουσική σύνθεση.

Η Θεία αναλογία στη μουσική

Η θεία αναλογία, ή Χρυσή Τομή (που συμβολίζεται με το γράμμα ϕ), θεωρείται ως η πιο τέλεια αναλογία και μπορεί να παρατηρηθεί σε πολλά διαφορετικά πεδία όπως είναι η τέχνη, η φύση, ακόμη και η μουσική. Κάποιοι ισχυρίζονται ότι είναι μάλλον απίθανο όλοι οι καλλιτέχνες και μουσικοί να δομούν το έργο τους γύρω από αυτόν τον συγκεκριμένο αριθμό. Ωστόσο, σκόπιμα ή όχι, αυτός ο αριθμός έχει συμπεριληφθεί σε πολλές καλλιτεχνικές και μουσικές συνθέσεις.

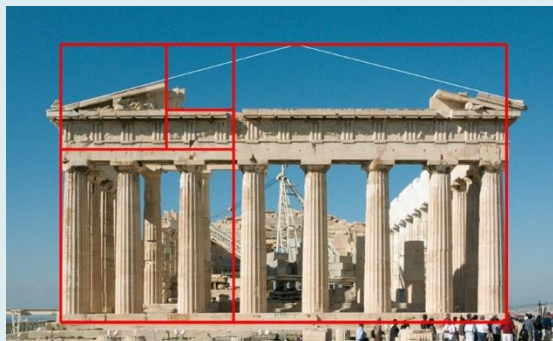
Η Ακολουθία Φιμπονάτσι, η οποία συνδέεται στενά με τη Χρυσή Τομή, μπορεί επίσης να παρατηρηθεί σε πολλά έργα τέχνης αλλά και στη φύση.

Ακολουθούν ορισμένα οπτικά παραδείγματα:

- Το ηλιοτρόπιο περιέχει την ακολουθία του Φιμπονάτσι.
- Ο ελληνικός ναός έχει τις θείες αναλογίες του χρυσού ορθογωνίου.



Εικόνα 1: Ηλιοτρόπιο με ακολουθία Φιμπονάτσι



Εικόνα 2: Ελληνικός Ναός με θείες αναλογίες


Μπορείτε να δείτε αυτό το βίντεο για να μάθετε περισσότερα σχετικά με τον τρόπο με τον οποίο η Ακολουθία Φιμπονάτσι αναπαρίσταται στη φύση:

<https://www.youtube.com/watch?v=GkxCIW46to>.

Η Ακολουθία Φιμπονάτσι βασίζεται στις τέλει αναλογίες της Χρυσής Τομής, γεγονός που εμπνέει τους μουσικούς να τη χρησιμοποιούν στις συνθέσεις τους. Καθώς

¹ Η εικόνα ανακτήθηκε από : <https://www.telitec.com/2019/05/27/golden-ratio/>

χρησιμοποιείται στην τέχνη και στην αρχιτεκτονική για να καθορίσει τις τέλειες διαστάσεις, η Χρυσή Τομή μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί στη μουσική σύνθεση για να προσδιορίσει την κορύφωση της μελωδίας. Συνεπώς, η κορύφωση τοποθετείται εκεί όπου η αναλογία του συνόλου των μέτρων ως προς τα μέτρα της κορύφωσης φτάνει το ϕ .

 Οι μουσικοί σε αυτό το βίντεο προσπαθούν να συνθέσουν με βάση την Ακολουθία Φιμπονάτσι και τη Χρυσή Τομή:

<https://www.youtube.com/watch?v=9mozMHgg9Sk>

Θα βρείτε πολλές διαφορετικές ερμηνείες για το πώς η Χρυσή Τομή και η ακολουθία Φιμπονάτσι μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε μουσικές συνθέσεις. Κάποιοι αποφασίζουν να παίξουν έναν αριθμό νोटών που αντιστοιχούν στους αριθμούς Φιμπονάτσι, κάποιοι θα διαμοιράσουν αυτούς τους αριθμούς στα πλήκτρα του πιάνου τους, κ.λπ.

Γλωσσάρι

Θεία Αναλογία: είναι η ίδια με τη Χρυσή Τομή αλλά ονομάζεται και θεία αναλογία λόγω της ανεξήγητης παρουσίας της γύρω μας.

Φιμπονάτσι (περ. 1170-1240): Ο Λεονάρντο Μπονάτσι ήταν Ιταλός μαθηματικός που δημιούργησε μια διάσημη ακολουθία που συνδέεται με τη Θεία Αναλογία.

Κορύφωση: το αποκορύφωμα από κάτι, το πιο συναρπαστικό σημείο του οτιδήποτε.

Μπάρα: ή μέτρο, που είναι ο τρόπος που διαχωρίζεται μια παρτιτούρα



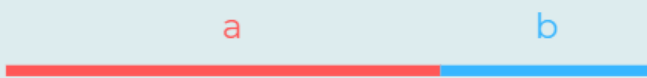
Τα μαθηματικά πίσω από τη μουσική σύνθεση

Η Χρυσή Τομή:

Ο Χρυσός αριθμός είναι ένας αρκετά ξεχωριστός αριθμός στα μαθηματικά. Η τιμή του είναι περίπου 1.618 και χρησιμοποιείται συχνά στην τέχνη, στη μουσική, στην αρχιτεκτονική, κ.λπ.

Χρησιμοποιούμε το ελληνικό γράμμα 'φ' για να αναφερθούμε σε αυτό.

Η χρυσή τομή είναι η χρήση αυτού του αριθμού σε διαφορετικούς κλάδους. Φανταστείτε να χωρίσουμε μια γραμμή σε **δύο** διαφορετικά μέρη α και β. Όταν χρησιμοποιούμε τη χρυσή τομή, **ολόκληρο** το μήκος που διαιρείται από τη **μεγάλη** πλευρά είναι ίσο με τη **μεγάλη πλευρά** που διαιρείται από τη **μικρή πλευρά**.



Εικόνα 3: Η γραμμή διαιρεμένη σύμφωνα με τη Χρυσή Τομή

Για τη διευκόλυνση σας, να θυμάστε αυτόν τον τύπο:

$$\varphi = \frac{(a+b)}{a} = \frac{a}{b} = \mathbf{1,618}$$

Γνωρίζετε ότι οι μουσικές συνθέσεις γράφονται σε παρτιτούρες. Αυτές παρτιτούρες αποτελούνται από μπάρες ή μέτρα. Σε αυτές, θα βρείτε τις νότες για να παίξετε. Για να εντοπίσετε τη Χρυσή Τομή στις μουσικές συνθέσεις που ακούτε, θα πρέπει να χρησιμοποιήσετε αυτόν τον τύπο.

Παρακάτω είναι κάποια βήματα που πρέπει να ακολουθήσετε:

Φανταστείτε ότι η παρτιτούρα είναι αυτή η γραμμή και θέλετε να εφαρμόσετε αυτή την αναλογία σε αυτήν.

- Μετρήστε τον αριθμό των μέτρων
- Πάρτε τον συνολικό αριθμό των μέτρων = $(a + b)$
- Διαιρέστε το με φ για να βρείτε a
- Διαιρέστε το a με φ για να βρείτε b

ΕΡΓΑΣΙΑ

Αυτή η εργασία θα σας επιτρέψει να χρησιμοποιήσετε τα μαθηματικά που έχετε μάθει για τη Χρυσή Τομή σε μια μουσική σύνθεση.

Ας την ακούσουμε!

Ξέρετε ποιος είναι ο Claude Debussy; Ήταν ένας πολύ γνωστός Γάλλος συνθέτης που έζησε από το 1862 έως το 1918. Ήταν ένας από τους πρώτους συνθέτες που χρησιμοποίησαν τον ιμπρεσιονισμό στο έργο τους. Φαινομενικά δεν έχει καμία σχέση με τα μαθηματικά. Ωστόσο, μερικές από τις συνθέσεις του δείχνουν σαφώς μια επιμονή στην εφαρμογή της Χρυσής Τομής.

Το «Dialogue du vent et de la mer» είναι μία από αυτές.

 Μπορείτε να το ακούσετε εδώ: <https://www.youtube.com/watch?v=aIE3sOwEu3g>

Αυτό που γνωρίζετε είναι: Η εισαγωγή εκτείνεται σε **55 μουσικά μέτρα**.

Συμπληρώστε τις ακόλουθες πληροφορίες:

1. Βρείτε το a

2. Βρείτε το b

3. Επαληθεύστε τα αποτελέσματά σας

4. Σχεδιάστε μια γραμμή για να εκφράσετε αυτή την αναλογία διαιρώντας τις διαστάσεις με το 10

ΜΑΘΕΤΕ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΑ...

Βίντεο σχετικά με τη χρήση του Φιμπονάτσι και της Χρυσής Τομής στη μουσική σύνθεση:

<https://www.youtube.com/watch?v=9mozmHgg9Sk>

Μάθετε πώς ο Φιμπονάτσι και η Χρυσή Τομή αναπαρίστανται στη φύση:

<https://www.youtube.com/watch?v=GkxCIW46to>

Πώς να συνθέσετε ένα τραγούδι με την Ακολουθία Φιμπονάτσι και τη Χρυσή Τομή:

<http://www.faena.com/aleph/articles/how-to-compose-a-song-with-the-golden-ratio-and-the-fibonacci-sequence/>

Ερευνητική εργασία για τη μαθηματική μελέτη της μουσικής:

http://eprints.ma.man.ac.uk/1548/1/covered/MIMS_ep2010_103.pdf

Περισσότερα παραδείγματα της εφαρμογής της Χρυσής Τομής στη μουσική:

<https://www.cmuse.org/classical-pieces-with-the-golden-ratio/>

Βίντεο σχετικά με το πώς οι συνθέτες χρησιμοποιούν τη Χρυσή Τομή και την Ακολουθία Φιμπονάτσι:

<https://www.youtube.com/watch?v=yAyi8e5RDXw>