

ΜΕΡΟΣ ΙΙ: ΜΟΥΣΙΚΗ & ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΛΙΚΙΑΚΟ ΕΥΡΟΣ: 13-15

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 14: ΛΟΓΟΙ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ ΣΤΙΣ ΜΟΥΣΙΚΕΣ ΝΟΤΕΣ

C.I.P. Citizens In Power



Οδηγός Εκπαιδευτικού

Τίτλος: Λόγοι συχνοτήτων στις μουσικές νότες

Ηλικιακό Εύρος: 13-15

Διάρκεια: 60-70 λεπτά

Μαθηματικές Έννοιες: Διαστήματα, Συχνότητες, Λόγοι, Λογάριθμοι

Καλλιτεχνικές Έννοιες: Τα μαθηματικά πίσω από τις μουσικές νότες.

Γενικοί Σκοποί: Να δουν οι μαθητές ότι η πρόσθεση διαστημάτων είναι ίση με τον πολλαπλασιασμό συχνοτήτων.

Οδηγίες και Μεθοδολογία: Το εργαλείο βασίζεται σε μια γενική εισαγωγή στη σχέση μεταξύ μαθηματικών και μουσικής, αλλά στη συνέχεια γίνεται λίγο πιο δύσκολο στο τμήμα «Τα μαθηματικά πίσω από...». Έγινε η προσπάθεια να γίνει όσο το δυνατόν πιο εύκολο και κατανοητό μέσα από εικόνες, παραδείγματα και βίντεο από το YouTube.

Πηγές: YouTube, βιβλία, περιοδικά, εικόνες και γλωσσάρι.

Συμβουλές για τον εκπαιδευτικό: Μπορείτε να ξεκινήσετε με κάποιες γενικές ερωτήσεις για να κεντρίσετε το ενδιαφέρον των μαθητών για το αν και πώς πιστεύουν ότι τα μαθηματικά και η μουσική σχετίζονται. Στη συνέχεια, μπορείτε να διαβάσετε γρήγορα την εισαγωγή πριν μεταβείτε στην ενότητα «Τα Μαθηματικά πίσω από τη Μουσική».

Επιθυμητά αποτελέσματα και δεξιότητες: Βρείτε ένα παράδειγμα μη-ποσοτικοποιημένου διαστήματος, εξάγετε έναν πραγματικό αριθμό μέσα από το λόγο της συχνότητάς του και χρησιμοποιήστε τον τύπο για να υπολογίσετε τον λόγο του διαστήματος που προκύπτει.

Άσκηση αξιολόγησης εργαλείου:

3-2-1	
Γράψτε 3 πράγματα που σας άρεσαν σε αυτό το εργαλείο	1. 2. 3.
Γράψτε δύο πράγματα που μάθατε	1. 2.
Γράψτε ένα στοιχείο που θα μπορούσε να βελτιωθεί	1.

Εισαγωγή

Πολλοί μαθητές αγαπούν τη μουσική ενώ αντιπαθούν τα μαθηματικά, χωρίς να γνωρίζουν πως η μουσική και τα μαθηματικά σχετίζονται μεταξύ τους. Για την ακρίβεια, λέγεται ότι τα μαθηματικά μπορούν να μας βοηθήσουν να εξηγήσουμε τη μουσική εμπειρία. Οι Grandin, Peterson και Shaw (1998) έδειξαν ότι η μουσική βελτιώνει τις δεξιότητες συλλογισμού, οι οποίες έχουν καθοριστικό ρόλο στην εκμάθηση μαθηματικών εννοιών, όπως ο αναλογικός συλλογισμός, και στη βελτίωση των ικανοτήτων στη γεωμετρία. Οι Rauscher κ.ά. (1997) υποστηρίζουν ότι η μουσική προάγει την ανάπτυξη τέτοιων νοητικών δεξιοτήτων και ιδιαίτερα την αναγνώριση μοτίβων και τη χρήση λογικής.

Ο Πυθαγόρας στην αρχαία Ελλάδα, ακόμη και από τον 6ο αιώνα π.Χ., συνειδητοποίησε ότι μπορούν να παραχθούν διαφορετικοί ήχοι με διαφορετικά βάρη και ταλαντώσεις. Αυτό οδήγησε στην ανακάλυψη ότι το τονικό ύψος μιας ταλαντευόμενης χορδής είναι ανάλογο και εξαρτάται από το μήκος της. Οι χορδές που έχουν κοπεί στη μέση είναι μία οκτάβα υψηλότερες από την αρχική χορδή. Συνεπώς, όσο πιο κοντή είναι η χορδή, τόσο υψηλότερο είναι το τονικό ύψος. Ο Πυθαγόρας ανακάλυψε επίσης ότι νότες ορισμένων συχνοτήτων ακούγονται καλύτερα με πολλαπλές συχνότητες της εν λόγω νότας. Για παράδειγμα, μια νότα 220Hz ακούγεται καλύτερα με νότες 440Hz, 660Hz και τα συναφή. Με αυτόν τον τρόπο, μπορείτε ήδη να δείτε ότι από τα βασικά στοιχεία μέχρι και την πιο πολύπλοκη σύνθεση, τα μαθηματικά συνυπάρχουν με τη μουσική.



Εικόνα 1: Διατονική κλίμακα με την έννοια του Πυθαγόρα (Ανακτήθηκε από: https://www.google.com/search?q=pythagoras+and+music&client=firefox-b-d&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwjN9r7B_IPjAhXJCuwKHcEKD6AQ_AUIECgB&biw=1138&bih=527#imgrc=pAHlvMTRAjeGWM)

Mathematics and Music



- Pythagoras heard blacksmiths striking different sized anvils and producing different notes – in harmony
- He realised there was a mathematical explanation – ratios!

Εικόνα 2: Πυθαγόρας και μουσική (Ανακτήθηκε από:

https://www.google.com/search?q=pythagoras+and+music&client=firefox-b-d&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwjN9r7B_IPjAhXJCuwKHcEKD6AQ_AUIECgB&biw=1138&bih=527#imgrc=kjndmRILmsTNLM)



Συχνότητες, διαστήματα και λόγοι στη μουσική

Μερικές κοινές μαθηματικές έννοιες που σχετίζονται με τη μουσική είναι οι συχνότητες, οι κλίμακες και οι λόγοι.

Ο Πυθαγόρας έκανε τις ανακαλύψεις του «παιζοντας» με μια τεντωμένη χορδή. Παρακάτω μπορείτε να δείτε μια τεντωμένη χορδή δεμένη στα άκρα της. Όταν

αγγίζεται, ταλαντεύεται. Όπως όλοι γνωρίζουμε, όταν ένα όργανο ταλαντεύεται, ένα κύμα πίεσης που ταξιδεύει μέσα από τον αέρα φθάνει στο αυτί μας ως ήχος.



Ο Πυθαγόρας αποφάσισε να χωρίσει αυτή τη χορδή στη μέση και να αγγίξει εκ νέου το κάθε άκρο. Ο ήχος που παρήχθη ήταν ο ίδιος, αλλά πιο υψηλής έντασης (επειδή ήταν η ίδια νότα μίας οκτάβας παραπάνω):



Ο Πυθαγόρας αποφάσισε να συνεχίσει. Πειραματίστηκε με τη χορδή χωρισμένη σε τρία μέρη:



Τότε συνειδητοποίησε ότι εμφανίστηκε ένας νέος, διαφορετικός ήχος. Αυτή τη φορά, δεν ήταν η ίδια νότα μία οκτάβα παραπάνω, αλλά μια διαφορετική νότα, που έπρεπε να πάρει ένα άλλο όνομα. Αυτός ο ήχος, πέραν του ότι ήταν διαφορετικός, ταίριαζε καλά με τον προηγούμενο, δημιουργώντας μια ευχάριστη αρμονία στο αυτί, διότι αυτοί οι διαχωρισμοί έδειξαν τις μαθηματικές σχέσεις $1/2$ και $2/3$ και προφανώς στον εγκέφαλο μας αρέσουν οι κατάλληλα καθορισμένες λογικές σχέσεις.

Συνεπώς, συνέχισε να κάνει υποδιαιρέσεις και συνδυασμούς των ήχων που δημιούργησαν με μαθηματικό τρόπο κλίμακες οι οποίες στη συνέχεια τόνωσαν τη δημιουργία μουσικών οργάνων που θα μπορούσαν να παίξουν αυτές τις κλίμακες. Σήμερα, οι νότες έχουν λάβει τα ονόματα που γνωρίζουμε σήμερα. Οι πολιτισμοί έχουν δημιουργήσει τις δικές τους κλίμακες. Για παράδειγμα, οι Κινέζοι δημιούργησαν την πεντατονική κλίμακα, ενώ η δυτική κουλτούρα, υιοθέτησε μια 12-τονη ισοσταθμισμένη, γνωστή ως συγκερασμένη ή χρωματική κλίμακα.

Πηγές: <http://www.simplifyingtheory.com/mathematics-and-music/> and
<http://mathcentral.uregina.ca/beyond/articles/Music/music1.html>

Γλωσσάρι A

Πυθαγόρας: Ο Πυθαγόρας ο Σάμιος (περ. 570 π.Χ. – περ. 495 π.Χ.) ήταν ένας αρχαίος Ιόνιος Έλληνας φιλόσοφος και ο ομώνυμος ιδρυτής του κινήματος του Πυθαγορισμού. Οι πολιτικές και θρησκευτικές του διδασκαλίες ήταν γνωστές στη Μεγάλη Ελλάδα και επηρέασαν τις φιλοσοφίες του Πλάτωνα, του Αριστοτέλη, και μέσω αυτών, τη δυτική φιλοσοφία. Οι πληροφορίες για τη ζωή του θολώνονται από το θρύλο, αλλά φαίνεται ότι ήταν γιος του Μνησάρχου, που ήταν σφραγιδογλύπτης στο νησί της Σάμου. Οι σύγχρονοι μελετητές διαφωνούν σχετικά με την εκπαίδευση και τις επιρροές του Πυθαγόρα, ωστόσο συμφωνούν ότι, γύρω στο 530 π.Χ., ταξίδεψε στον Κρότωνα, όπου ίδρυσε ένα σχολείο στο οποίο οι μούσμενοι δεσμεύονταν με όρκο στη μυστικότητα και ζούσαν έναν κοινοτικό, ασκητικό τρόπο ζωής. Αυτός ο τρόπος ζωής προϋπέθετε μια σειρά διατροφικών απαγορεύσεων και λέγεται ότι περιλάμβανε χορτοφαγία, ωστόσο οι σύγχρονοι μελετητές αμφιβάλλουν αν ποτέ ο Πυθαγόρας υποστήριξε την πλήρη χορτοφαγία.

Ανακτήθηκε από: <https://en.wikipedia.org/wiki/Pythagoras>

Λόγος: Στα μαθηματικά, ο λόγος είναι μια σχέση μεταξύ δύο αριθμών που δείχνει πόσες φορές ο πρώτος αριθμός περιέχει το δεύτερο. Για παράδειγμα, εάν ένα μπολ φρούτων περιέχει οκτώ πορτοκάλια και έξι λεμόνια, τότε ο λόγος των πορτοκαλιών ως προς τα λεμόνια είναι οκτώ προς έξι (δηλαδή 8: 6, που ισοδυναμεί με το λόγο 4: 3). Ομοίως, ο λόγος των λεμονιών προς τα πορτοκάλια είναι 6: 8 (ή 3: 4) και ο λόγος των πορτοκαλιών με τη συνολική ποσότητα φρούτων είναι 8:14 (ή 4: 7).

Ανακτήθηκε από: <https://en.wikipedia.org/wiki/Ratio>

Συχνότητα: Η συχνότητα είναι ο αριθμός επαναλήψεων ενός γεγονότος στη μονάδα χρόνου. Η περίοδος είναι η χρονική διάρκεια που απαιτείται για να εκτελεστεί ένας πλήρης κύκλος σε ένα επαναλαμβανόμενο συμβάν, επομένως η περίοδος είναι αντίστροφο της συχνότητας. Για παράδειγμα: αν η καρδιά ενός νεογέννητου μωρού χτυπά σε συχνότητα 120 φορές το λεπτό, η περίοδός του - το χρονικό διάστημα μεταξύ των χτύπων - είναι μισό δευτερόλεπτο (60 δευτερόλεπτα διαιρούμενα με 120 χτυπήματα). Η συχνότητα είναι μια σημαντική παράμετρος που χρησιμοποιείται στην

επιστήμη και τη μηχανική για να καθορίσει το ρυθμό των ταλαντευόμενων και δονητικών φαινομένων, όπως οι μηχανικές δονήσεις, τα ηχητικά σήματα (ήχος), τα ραδιοκύματα και το φως.

Ανακτήθηκε από: <https://en.wikipedia.org/wiki/Frequency>

Γλωσσάρι Β

Οκτάβα: Στη μουσική, μια οκτάβα (λατινικά: octavus: όγδοη) ή τέλεια οκτάβα (μερικές φορές αποκαλείται **διαπασών**) είναι το διάστημα ανάμεσα σε ένα μουσικό φθόγγο και έναν άλλον με τη διπλάσια συχνότητα. Η σχέση της οκτάβας είναι ένα φυσικό φαινόμενο που αναφέρεται ως «το βασικό θαύμα της μουσικής», η χρήση του οποίου είναι «κοινή στα περισσότερα μουσικά συστήματα». Το διάστημα μεταξύ της πρώτης και της δεύτερης αρμονικής της σειράς αρμονικών είναι μια οκτάβα. Στη μουσική σημειογραφία, οι νότες που χωρίζονται από μια οκτάβα (ή πολλαπλές οκτάβες) έχουν το ίδιο γράμμα και είναι της ίδιας κατηγορίας τονικού ύψους. Για να τονίσουμε ότι είναι ένα από τα τέλεια διαστήματα (συμπεριλαμβανομένης της αρμονίας, της καθαρής τέταρτης και της καθαρής πέμπτης), η οκτάβα προσδιορίζεται ως P8. Άλλες ιδιότητες διαστήματος είναι επίσης πιθανές, αν και σπάνιες. Η οκτάβα πάνω ή κάτω από μια υποδεικνυόμενη νότα μερικές φορές έχει τη συντομογραφία 8a ή 8va (ιταλικά: all'ottava), 8va bassa (ιταλικά: all'ottava bassa, μερικές φορές και 8vb) ή απλά 8 για την οκτάβα στην κατεύθυνση που υποδεικνύεται με την τοποθέτηση αυτού του συμβόλου πάνω ή κάτω από το πεντάγραμμο.

Ανακτήθηκε από: <https://en.wikipedia.org/wiki/Octave>

Διάστημα (μουσική): Στη θεωρία της μουσικής, το διάστημα ορίζεται ως η διαφορά ανάμεσα σε δύο τονικά ύψη. Τα διαστήματα χωρίζονται σε οριζόντια, γραμμικά ή μελωδικά, όταν πρόκειται για μια σειρά διαδοχής τους, όπως σε μια μελωδία, και σε κάθετα (ή αρμονικά) όταν διέπονται από την ταυτόχρονη συνήχηση δύο τονικών υψών, όπως σε μια συγχορδία. Στη μουσική της Δυτικής Ευρώπης τα διαστήματα ορίζονται συνήθως στα πλαίσια της διατονικής κλίμακας. Τα μικρότερα διαστήματα ονομάζονται ημιτόνια. Διαστήματα μικρότερα από ένα ημιτόνιο ονομάζονται

μικροδιαστήματα. Μπορούν να σχηματιστούν χρησιμοποιώντας τις νότες διαφόρων ειδών μη-διατονικών κλιμάκων. Ορισμένες από τις πολύ μικρότερες ονομάζονται κόμματα και περιγράφουν μικρές αποκλίσεις, που παρατηρούνται σε ορισμένα συστήματα κουρδίσματος, ανάμεσα σε εναρμόνιες ίσες νότες όπως C# και D \flat . Τα διαστήματα μπορεί να είναι εξαιρετικά μικρά, ακόμα και μη αντιληπτά από το ανθρώπινο αυτί.

Ανακτήθηκε από: [https://en.wikipedia.org/wiki/Interval_\(music\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Interval_(music))

Τρίτη μικρή: Στη μουσική θεωρία του δυτικού πολιτισμού, μια τρίτη μικρή είναι ένα μουσικό διάστημα που περικλείει τρία μισά βήματα ή ημιτόνια.

Τρίτη μεγάλη: Στην κλασική μουσική από τη δυτική κουλτούρα, η τρίτη είναι ένα μουσικό διάστημα που περιλαμβάνει τρεις θέσεις πενταγράμμου (βλέπε αριθμό διαστήματος για περισσότερες λεπτομέρειες) και η τρίτη μεγάλη είναι μια τρίτη που εκτείνεται σε τέσσερα ημιτόνια. Μαζί με την τρίτη μικρή, η τρίτη μεγάλη είναι μία από τις πιο συχνές τρίτες. Αναγνωρίζεται ως μεγάλη, διότι είναι η μεγαλύτερη από τις δύο: η τρίτη μεγάλη περιλαμβάνει τέσσερα ημιτόνια ενώ η τρίτη μικρή τρία.

Τετάρτη: διάστημα ανάμεσα σε μια μουσική νότα και μια άλλη, η οποία απέχει τρεις βαθμίδες από την πρώτη σε μια κλίμακα.

Καθαρή πέμπτη: διάστημα ανάμεσα σε μια μουσική νότα και μια άλλη, η οποία απέχει τέσσερις βαθμίδες από την πρώτη σε μια κλίμακα.

Συχνότητα: φυσική ποσότητα που υποδεικνύει τον αριθμό επαναλήψεων ενός γεγονότος σε ένα συγκεκριμένο χρονικό διάστημα.

Τονικό ύψος: ήχος υψηλής συχνότητας από την ανθρώπινη ακοή, συνήθως πάνω από 5 KHz.

Τα Μαθηματικά πίσω από... νότες

Ας αρχίσουμε βήμα βήμα:

- ✓ Ο ήχος δημιουργείται από μια συνεχή ταλάντωση του αέρα.
- ✓ Ο αριθμός των ταλαντώσεων ανά δευτερόλεπτο ονομάζεται συχνότητα που μετράται σε *Hertz*.
- ✓ Η συχνότητα του ήχου καθορίζει το τονικό ύψος του (βλ. Γλωσσάρι) - όσο υψηλότερη είναι η συχνότητα, τόσο υψηλότερο είναι το τονικό ύψος.
- ✓ Οι μουσικές νότες είναι ήχοι ορισμένων συχνοτήτων που παίζουν σε αύξουσα σειρά συχνοτήτων, παράγοντας έτσι μια μουσική κλίμακα.
- ✓ Εξετάστε δύο τονικά ύψη (συχνότητες) που χωρίζονται από μια τυχαία απόσταση, *i*. Συνεπώς, αν έχουμε τις δύο συχνότητες μας, f_1 και f_2 , διαχωρίζονται από την απόσταση διαστήματος i_1 . (Το διάστημα είναι ο συνδυασμός δύο από αυτούς τους ήχους).
- ✓ Τώρα ο λόγος των δύο συχνοτήτων (f_2 / f_1) μπορεί να οριστεί ως r_1 και μπορεί να εκφραστεί ως:

$$f_2 \div f_1 = r_1$$

- ✓ Αν έχουμε ένα δεύτερο σύνολο συχνοτήτων, f_3 και f_4 , το διάστημα μεταξύ τους μπορεί να οριστεί ως i_2 . Ο λόγος των f_3 και f_4 (που είναι f_4 / f_3) θα οριστεί ως r_2 . Αν τα i_1 και i_2 είναι το ίδιο διάστημα, που σημαίνει ότι η ίδια απόσταση συχνότητας υπάρχει μεταξύ f_1 και f_2 καθώς και f_3 και f_4 , τότε οι λόγοι θα είναι ίσοι. Αυτό δεν μας λέει τίποτα για την έκταση των συχνοτήτων, μόνο ότι τα διαστήματα είναι παρόμοια (δεν γνωρίζουμε αν βρίσκονται στην ίδια έκταση). Θα το εκφράζαμε ως:

$$f2 \div f1 = r1$$

$$f4 \div f3 = r2$$

$$i1 \cong i2 \text{ if and only if } r1 = r2$$

- ✓ Ας πούμε ότι έχουμε τρεις συχνότητες $f1$, $f2$ και $f3$. Το διάστημα μεταξύ των $f1$ και $f2$ είναι $i1$, το διάστημα μεταξύ $f2$ και $f3$ είναι $i2$ και το μεγαλύτερο διάστημα μεταξύ $f1$ και $f3$ είναι $i3$. Εφαρμόζοντας τις ίδιες έννοιες των υπολογισμένων λόγων στα προηγούμενα παραδείγματα, προκύπτει:

$$f2 \div f1 = r1$$

$$f3 \div f2 = r2$$

$$f3 \div f1 = r3$$

$$\therefore f2 = r1 \cdot f1 \text{ and } f3 = r2 \cdot f2$$

Substituting in for $f2$

$$f3 = r2 \cdot (r1 \cdot f1)$$

$$f3 \div f1 = r2 \cdot r1$$

substituting $r3$ for $f3 \div f1$

$$r3 = r2 \cdot r1 \text{ and } i3 = i1 + i2$$

- ✓ Συνεπώς, δείχνουμε ότι η πρόσθεση διαστημάτων είναι ίση με τον πολλαπλασιασμό λόγων συχνοτήτων.

$$\text{since } r3 = r2 \cdot r1$$

$$\log(r3) = \log(r2) + \log(r1)$$

since $i3 = i2 + i1$ we can show that

$$i3 = \log(r3) \text{ and } i2 = \log(r2) \text{ and } i1 = \log(r1)$$

- ✓ Τώρα έχουμε έναν καθορισμένο αριθμό για την τιμή του i . Είναι ο λογάριθμος του λόγου των συχνοτήτων που περιλαμβάνει το εν λόγω διάστημα. Ο λόγος συχνότητας για κάθε δεδομένο διάστημα θα είναι θετικός, αλλά μπορεί να είναι μεγαλύτερος ή μικρότερος από 1. Εάν η τιμή του r είναι μεγαλύτερη από 1, τότε γνωρίζουμε ότι $0 < f_1 < f_2$ και το διάστημα είναι αυξημένο (επειδή το f_2 είναι μεγαλύτερη από f_1). Ομοίως αν $0 < r < 1$ τότε $0 < f_2 < f_1$ και γνωρίζουμε ότι το διάστημα είναι ελαττωμένο. Επομένως, ο λογάριθμος ενός αυξημένου διαστήματος (με $r > 1$) θα είναι θετικός ενώ ο λογάριθμος ενός ελαττωμένου διαστήματος (με $r < 1$) θα είναι αρνητικός.
- ✓ Το να παίξεις στο πιάνο DO και RE μαζί περιγράφεται ως ένα διάστημα δευτέρας μεγάλης επειδή το RE είναι η δεύτερη νότα στην κλίμακα
- ✓ το επόμενο διάστημα είναι τρίτη μεγάλη επειδή το MI είναι η τρίτη νότα στην κλίμακα
- ✓ από το DO στο FA το διάστημα ονομάζεται καθαρή τετάρτη
- ✓ από το DO στο SOL το διάστημα ονομάζεται καθαρή πέμπτη και ούτω καθεξής
- ✓ τέλος ένα DO και DO που παίζονται μαζί, το διάστημα ονομάζεται οκτάβα (Τώρα δείτε <https://www.youtube.com/watch?v=rTT1XHJKKug> μέχρι το 2:08).
- ✓ Εάν γνωρίζουμε πώς να προσδιορίσουμε τον λόγο ενός διαστήματος που σχηματίστηκε από άλλους λόγους, για παράδειγμα αν γνωρίζαμε ότι ένα διάστημα (r_1) είχε λόγο $5/4$ (που ονομάζεται τρίτη μεγάλη) και ένα άλλο (r_2) είχε λόγο $6/5$ (τρίτη μικρή) μπορούμε να υπολογίσουμε τον λόγο του αθροίσματος τους. Έτσι, μια τρίτη μεγάλη ($5/4$) μαζί με τρίτη μικρή ($6/5$) δίνουν:

$$r_1 \cdot r_2 = r_3$$

$$\left(\frac{5}{4}\right) \cdot \left(\frac{6}{5}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)$$

- ✓ Ο λόγος $3/2$ είναι η καθαρή πέμπτη. Επομένως, αποδείξαμε με μαθηματικό τρόπο από μια βασική ιδέα ότι μια τρίτη μεγάλη μαζί με τρίτη μικρή δίνουν μια καθαρή πέμπτη! Μια σύντομη επανάληψη στους μικρούς ακέραιους λόγους

τονικών υψών, ώστε να μπορείτε να δοκιμάσετε και άλλα παραδείγματα μόνοι σας:

$2/1$	Octave
$3/2$	Perfect Fifth
$4/3$	Perfect Fourth
$5/3$	Major Sixth
$5/4$	Major Third
$6/5$	Minor Third

- ✓ Βρήκαμε ένα παράδειγμα μη-ποσοτικοποιημένου διαστήματος, εξήγαμε έναν πραγματικό αριθμό μέσα από τον λόγο της συχνότητάς του και χρησιμοποιήσαμε τον τύπο για να υπολογίσουμε τον λόγο του διαστήματος που προκύπτει..

Μαθήματα βασισμένα σε: <https://www.notreble.com/buzz/2010/02/18/math-and-music-equations-and-ratios/>

 ΕΡΓΑΣΙΑ**ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΣΤΕ ΛΟΓΟΥΣ ΓΙΑ ΝΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΕΤΕ ΤΙΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΕΣ:**

Εξετάστε τις συχνότητες f_0 , f_1 , f_2 και f_3 . Δεδομένου ότι $f_1=5$ Hz, $r_2= 6/5$ και $r_3=3/2$ υπολογίστε το f_0 .

ΜΑΘΕΤΕ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΑ...

Βίντεο για τα μαθηματικά πίσω από τη μουσική:

<https://www.youtube.com/watch?v=rTT1XHJKKug>

TED TALK: Μουσική και μαθηματικά: Η μεγαλοφυΐα του Μπετόβεν

<https://www.youtube.com/watch?v=zAxT0mRGuoY>

Ιστοσελίδες:

Math central: <http://mathcentral.uregina.ca/beyond/articles/Music/music1.html>

Kent State University: <https://musicedmasters.kent.edu/the-connection-between-music-and-mathematics/>

Μαθηματικά και μουσική: <http://www.simplifyingtheory.com/mathematics-and-music/>

Μαθήματα μαθηματικών και μουσικής:

<https://www.notreble.com/buzz/2010/02/04/math-and-music-intervals/>

Βιβλία:

Grandin, T., Peterson, M., & Shaw, G. L. (1998). Spatial-temporal versus language-analytic reasoning: The role of music training. *Arts Education Policy Review*, 99(6), 11-15.

Kung, D. (2013). *How Music and Mathematics Relate*. The Great Courses, Virginia.
Ανακτήθηκε από http://www.chrysalis-foundation.org/1373_MusicandMath_8-28.pdf

Rauscher, R.H., Shaw, G.L., Levine, I. J., Wright, E.L., Dennis, W. R., & Newcomb, R. I. (1997). Music training causes long-term enhancement of preschool children's spatial-temporal reasoning. *Neurological Research*, 19, 2-8.