

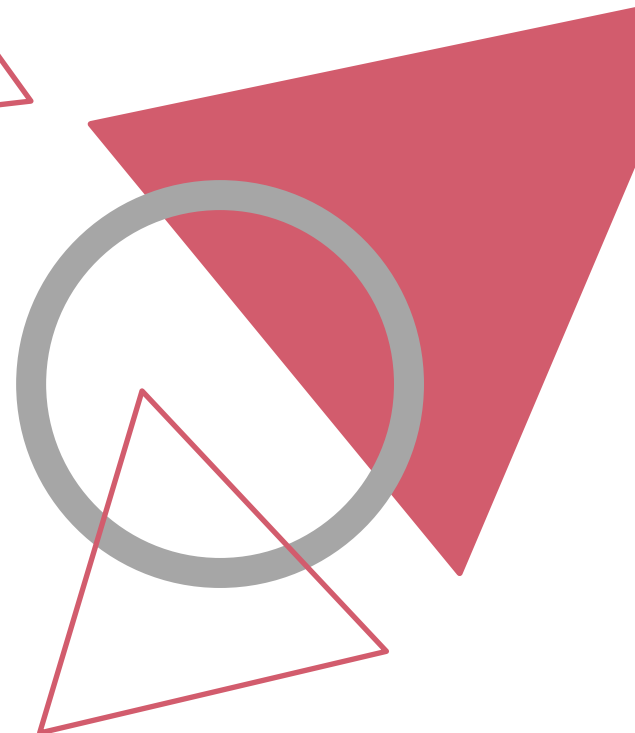
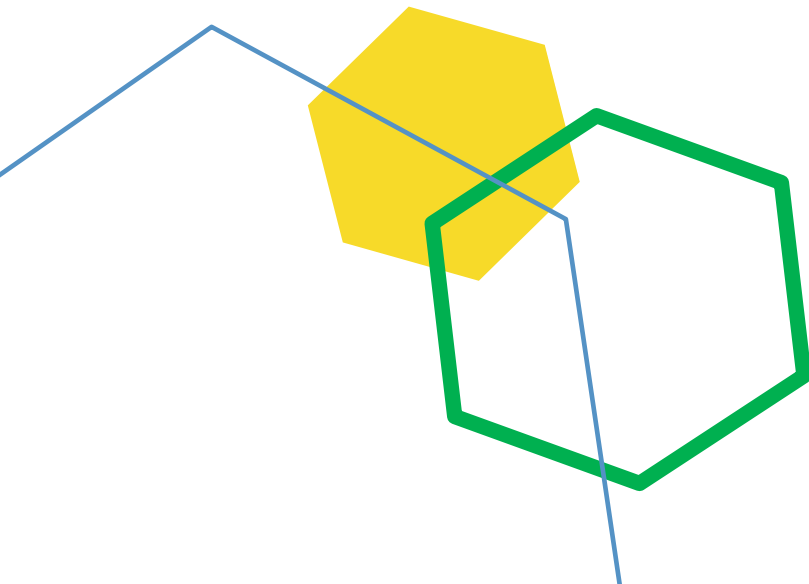


Erasmus+



# The Art Of Maths

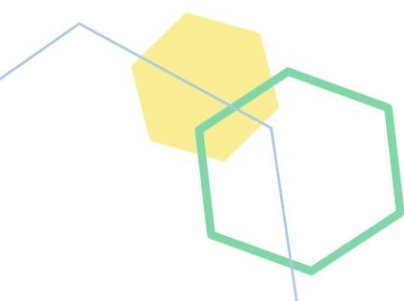
The Art of Maths Best-of  
Handbok





## Innehållsförteckning

<b>1. Projektbeskrivning .....</b>	<b>2</b>
<b>2. Indelningen av uppgifterna i "The Art of Maths" .....</b>	<b>6</b>
<b>3. De fem bästa uppgifterna.....</b>	<b>9</b>
UPPGIFT 2: Islamisk konst och geometri.....	9
UPPGIFT 24: Pythagoras och hans matematiska musik.....	10
UPPGIFT 30: Volymer i "Sjunde himlen" (Mannen som räknade, kapitel VIII).....	11
UPPGIFT 41: Derivata av en funktion i filmen "Dolda tillgångar" .....	12
UPPGIFT 53: Matematisk poesi.....	13
<b>4. Feedback från elever och lärare .....</b>	<b>14</b>
4.1. Feedback från lärarna.....	14
4.2. Feedback från eleverna .....	16
<b>5. Sammanfattning .....</b>	<b>22</b>
<b>6. Referenser.....</b>	<b>23</b>





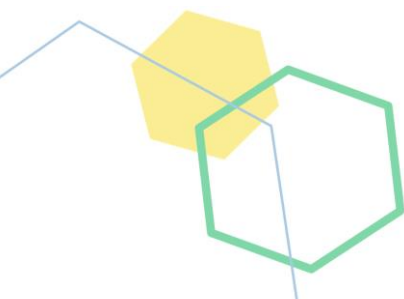
# 1. Projektbeskrivning

The Art of Maths är ett Erasmus + -projekt som syftar till **att förbättra eleverns prestationer i och intresse för matematik** i grund- och gymnasieskolan (åldrarna 13-18) genom att tillhandahålla verktyg för lärare för att länka matematik och konst för att visa dess kreativa tillämpningar genom historien.

Denna idé grundas i resultaten från PISA-studien 2018 i matematik, vilken visar att **länderna i EU släpar efter andra länder** som Kina, Kanada, Singapore och Nya Zeeland, när det gäller elevernas resultat i matematik. Men oavsett elevernas prestationer i matematik i Europa, skulle det vara viktigt för dem att förstå **matematikens framträdande roll i mänsklig evolution**. Frågor som ofta ställs av studenter, även i gymnasiet, ifrågasätter ofta **matematikens användbarhet i vardagen** och deras korrelation med andra områden inom humanvetenskap och kultur, vilket visar behovet av ett **mer kontextualiserat lärande**.

Matematikens inflytande över utvecklingen av **olika konstformer** genom historien är av stort intresse, och har därför varit allmänt känt sedan antiken. Särskilt under de senaste åren försöker utbildningsforskning att brygga förhållandet mellan matematik och konst genom att använda alternativa undervisningsmetoder, vilket indikerar **att effekten av konst i matematiskt lärande är positiv** (Catterall & Waldorf, 1999b; Ingram & Seashore, 2003).

Projektet "The Art of Maths" är resultatet av den inspiration som partnerskapet har dragit av ovanstående vetenskapliga slutsatser. Fem organisationer deltar i detta projekt:





Sandgårdskolan –  
svensk högstadieskola



Universitet i Thessaly,  
Grekland



CIP – cypriotisk icke-  
statlig organisation



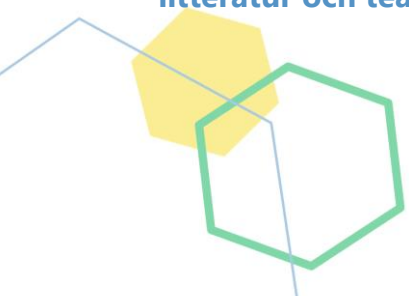
Logopsycom – belgiskt  
innovationscentrum för  
utbildning



SPEL – portugisisk  
gymnasieskola

Varje partner har relevant och stor erfarenhet av olika förgreningar av matematikdidaktik genom både formella och icke-formella metoder. Konsortiet har **producerat innovativa utbildningsmoduler** med specialdesignat material som tilltalar både matematiklärare och elever.

Därför kommer lärare och elever från 13 till 18 år att få möjlighet att närma sig matematikens sammanhang och inflytande i olika konstrepresentationer, såsom **bildkonst, musik, film, litteratur och teater**. Dessutom kommer de att uppleva konsthistoria som en alternativ



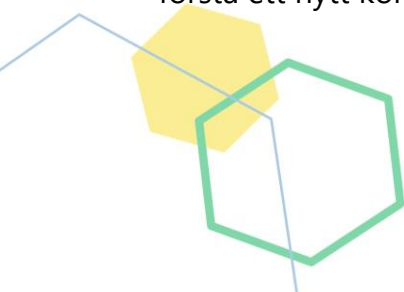


metod, som framgångsrikt kan 'utnyttjas' i matematikdidaktik genom att samtidigt använda IKT-baserade metoder och specialdesignade innovativa verktyg som spel.

I detta sammanhang kommer eleverna att göra en kunskapsresa för att undersöka **matematik inom klassisk konst** i antika Grekland, proportioner av Parthenon och begreppet "gyllene medelvärde". Sedan kommer de att gå vidare till uppfattningar om **linjärt perspektiv i renässansen** och **geometri i modern konst**, genom en förevisning av konstverk och målningar. De kommer också att upptäcka **Pythagoras och de numeriska förhållandena mellan ljud** för att gå vidare till att studera harmoni genom historien. Dessutom kommer de att ta itu med matematiska föreställningar, antaganden och historia genom olika delar av **teatertexter, filmer och litteratur**.

Dessa teman, och många fler, utforskas genom projektuppgifterna, som redan har testats av lärare och elever i de två skolorna i partnerskapet: SPEL och Sandgårdskolan. Med bakgrund i denna erfarenhet gjordes **ett urval av de bästa uppgifterna** som kommer att presenteras i denna handbok, tillsammans med feedback från lärarna och eleverna som deltog i pilotstudien. Ett unikt **e-bibliotek** kommer att ge lärare akademiskt material och artiklar relaterade till relevanta tematiska områden som utforskas i projektets uppgifter.

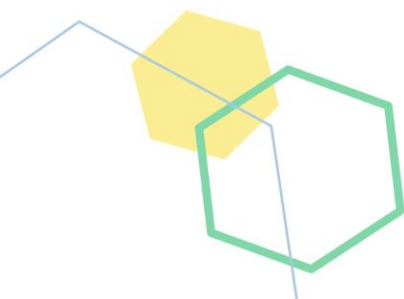
Med det material som skapats i detta projekt kommer eleverna att upptäcka och förstå **tillämpningen av matematik inom andra områden**, och inse att det inte är en vetenskap som är frånkopplad visuell konst, musik, film, litteratur och teater. Blandningen av matematik och konst kommer förhoppningsvis att skapa en positiv känsla, som så småningom skulle påverka hur de accepterar och närmar sig matematik i klassrummet och därmed odlar en **positiv inställning till matematik**. Ett annat mål med projektet är att visa lärare och elever hur man använder **digital teknik och innovativa verktyg** för att ta till sig kunskap och förstå ett nytt koncept. Detta kommer således också att bidra till en modernisering av





didaktiska modeller i undervisning av matematik och STEM i allmänhet.

**Onlineutbildningen**, som finns på engelska, svenska, franska, portugisiska och grekiska, är en öppen resurs för alla lärare och skolor att använda i dagligt arbete.





## 2. Indelningen av uppgifterna i "The Art of Maths"

Art of Maths-verktygen finns på fem olika språk som öppna pedagogiska resurser på vår webbplats i avsnittet "online-utbildningskurs". De är indelade efter tematiskt område:

Bildkonst, musik, teater, film och litteratur, och i två åldersintervall: **13 till 15 år** och **16 till 18 år**.

### ON-LINE KURS



Bildkonst &  
Matematik



Musik &  
Matematik



Teater &  
Matematik



Film &  
Matematik

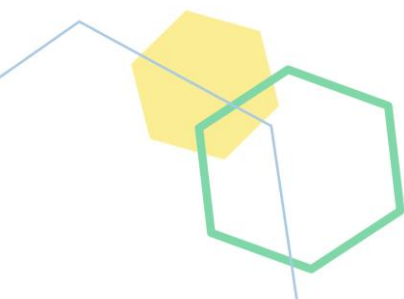


Litteratur &  
Matematik

[Online-kursen i The Art of Maths]

Alla 55 uppgifterna är indelade i olika sektioner. Det första avsnittet, efter framsidan, är avsett för lärare och ger en **förklaring av innehållet i uppgiften** samt några **praktiska råd** som är specifika för den.

Nästa avsnitt är en **introduktion** till uppgiftens ämne, med fokus på det tematiska området samt på innehållet som ska utforskas i uppgiften. Denna introduktion kan antingen användas





av läraren ensam eller delas med eleverna för att bekanta sig med ämnet i allmänhet.

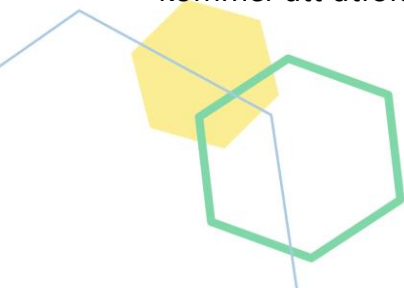
Nästa avsnitt börjar med det **konstnärliga koncept som uppgiften behandlar**. Eleverna kommer att lära sig om historien bakom den konstnärliga rörelsen och dess bidrag till matematik. Den här delen kommer att innehålla videor, bilder och definitioner som ska väcka elevernas intresse för **konstens bidrag till matematik och naturvetenskap**. Avsnittet avslutas med en **ordlista** som innehåller nya ord som eleverna lärt sig i den konstnärliga delen, vilket berikar elevernas kulturella kunskaper och förklarar termer som är nödvändiga för att klara beräkningarna i slutet av uppgiften.



[Konstverk i Uppgift 6: M.C. Eschers matematiska konst]

Nästa avsnitt täcker det **matematiska innehållet**. Det förklarar hur konst kan bidra till matematik och ger en mer grundlig ingång i de matematiska begreppen som ingår i uppgiften. Lärarna kommer att kunna använda de begrepp som presenteras i detta avsnitt för att placera uppgiften i sin planering och **anpassa det till sin egen undervisning**.

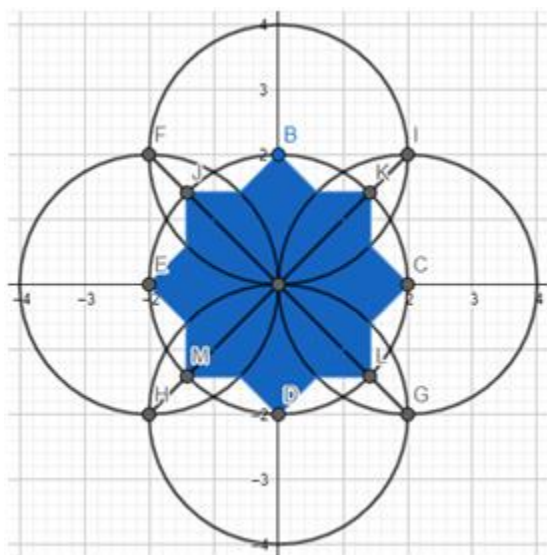
Sista avsnittet av uppgiften är **beräkningsuppgiften** som länkar konst och matematik. Den kommer att utforska den praktiska användningen av det som har förklarats i de föregående





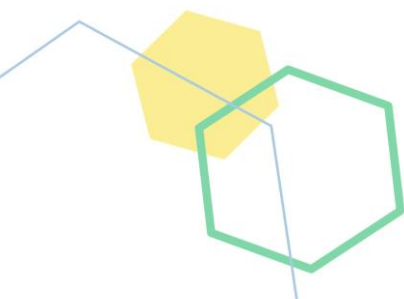


avsnitten. Syftet är att ge studenterna en **praktisk tillämpning av matematik**, så att de kan använda sin **kreativitet**.



[Resultat av Uppgift 2: Islamisk konst och geometri]

Allra sist i uppgiften kommer **en lista med ytterligare resurser och information** för både elever och lärare att utforska efter att aktiviteterna har slutförts. Det kan hjälpa dem att upptäcka den konstnärliga delen ännu bättre eller ge dem nya idéer om hur man kan skapa kreativ matematik och därmed **ytterligare engagera och motivera eleverna**.





### 3. De fem bästa uppgifterna

#### UPPGIFT 2: Islamisk konst och geometri

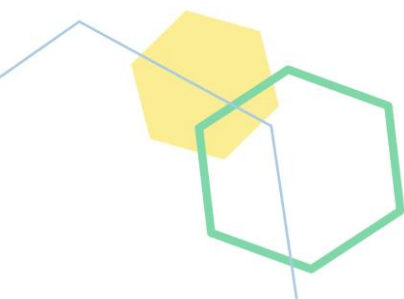
**Tematiskt område: Bildkonst**

**Ålder: 13-15**

Uppgift 2 visar hur islamisk konst redan under medeltiden använde matematik för att rita mönster med geometriska former i ett tvådimensionellt plan. Den presenterar således olika exempel på islamisk konst och kopplar den sedan till de relaterade matematiska begreppen, såsom plan, polygoner, geometriska transformationer och kartesiska koordinater. Studenternas uppgift består av att rita de mest observerade stjärnformerna i islamisk konst i ett koordinatsystem.

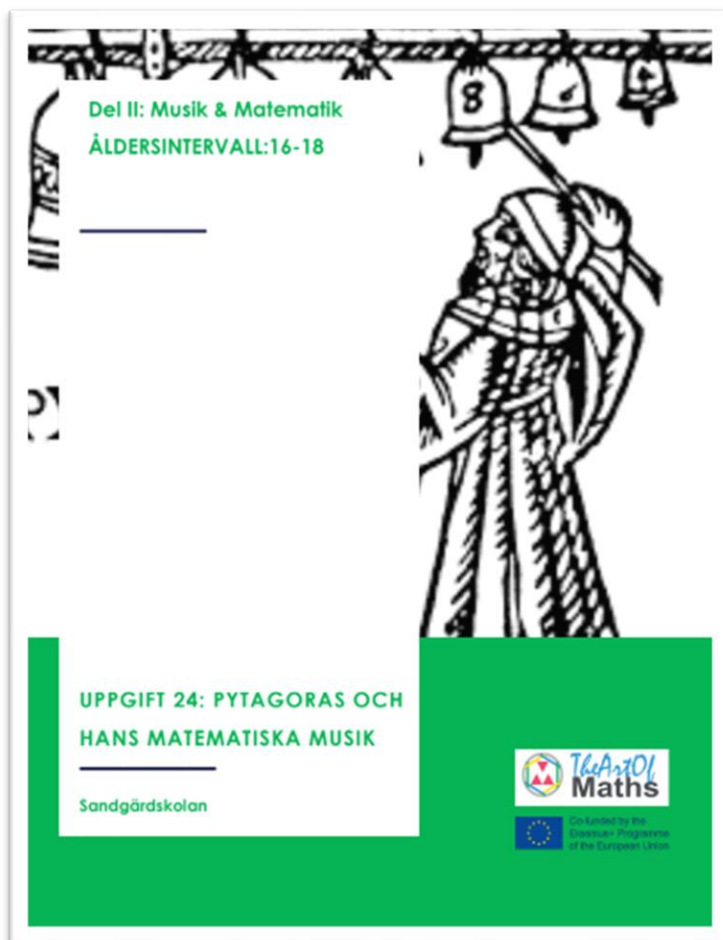


Länk till uppgiften: [https://artofmaths.eu/wp-content/uploads/2020/05/SWE\\_TOOL\\_2.pdf](https://artofmaths.eu/wp-content/uploads/2020/05/SWE_TOOL_2.pdf)





## UPPGIFT 24: Pythagoras och hans matematiska musik



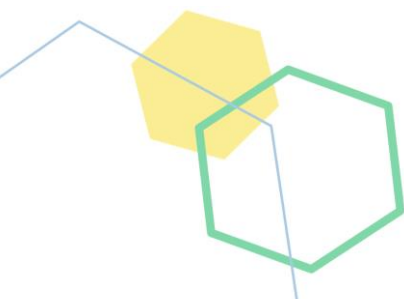
**Tematiskt område: Musik**

**Ålder: 16-18**

Uppgift 24 utforskar uppfattningen om harmoni i det antika Grekland genom upptäckterna som Pythagoras gjorde. Han var inte bara en matematiker utan också en stor filosof 570 - 495 f.Kr. Uppgiften börjar med en legend enligt vilken han upptäckte musikteori genom att höra hammaren i en smedja. Logiken bakom Pythagoras teori förklaras sedan i följande avsnitt. Den sista uppgiften innebär att spela musik med glasflaskor.



Länk till uppgiften: [https://artofmaths.eu/wp-content/uploads/2020/05/SWE\\_TOOL\\_24.pdf](https://artofmaths.eu/wp-content/uploads/2020/05/SWE_TOOL_24.pdf)



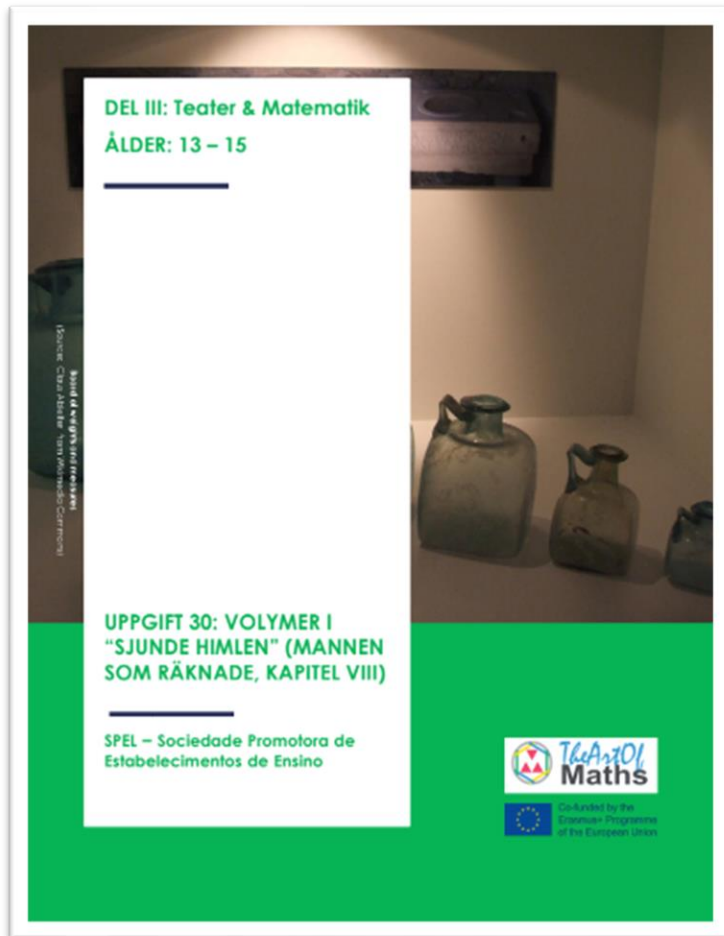


## UPPGIFT 30: Volymer i "Sjunde himlen" (Mannen som räknade, kapitel VIII)

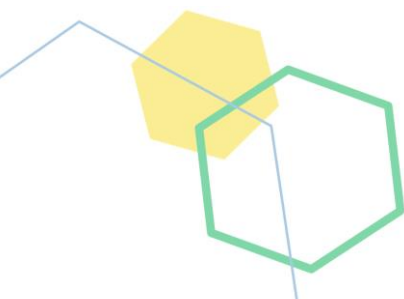
**Tematiskt område: Teater**

**Ålder: 13-15**

Uppgift 30 presenterar pjäsen "Mannen som räknade" av Malba Tahan, där en resenär med stora matematiska färdigheter löser dagliga problem på de olika platserna han besöker. Den här uppgiften presenterar kapitel 8, där tjugofyra vinkaraffer (sju fulla, sju halvfulla och sju tomma) måste delas mellan tre herdar. Här får eleverna möjlighet att studera volymer, som sedan kommer att användas i uppgifterna, tillsammans med en rollspelaktivitet.

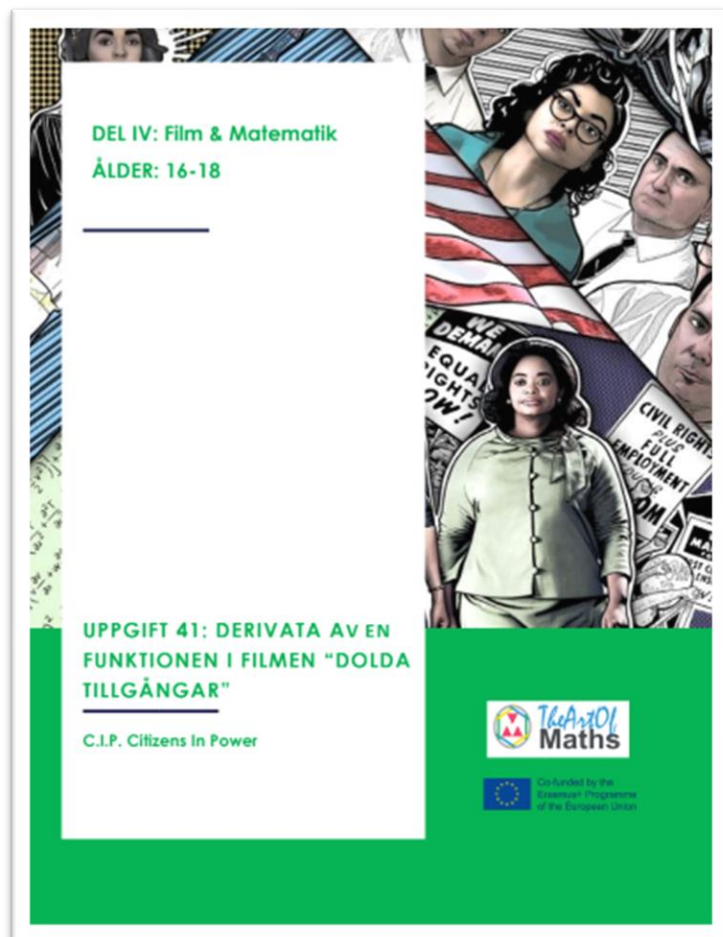


Länk till uppgiften: [https://artofmaths.eu/wp-content/uploads/2020/05/SWE\\_TOOL\\_30.pdf](https://artofmaths.eu/wp-content/uploads/2020/05/SWE_TOOL_30.pdf)





## UPPGIFT 41: Derivata av en funktion i filmen "Dolda tillgångar"



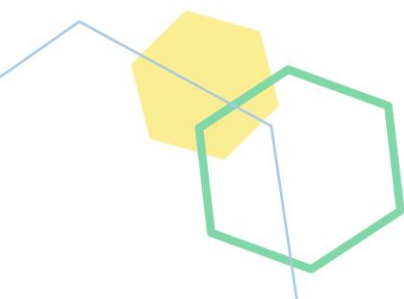
**Tematiskt område: Film**

**Ålder: 16-18**

Uppgift 41 presenterar en modern film som heter "Dolda tillgångar", där tre afroamerikanska kvinnor som arbetar på NASA i hög grad bidrar till uppskjutningen av astronauten John Glenn. Filmens matematik är ganska komplex, eftersom uppgiften handlar om derivata av en funktion, vilket kommer i slutet av gymnasiet och är det som huvudpersonernas teorier bygger på. I beräkningsuppgiften kommer eleverna att upptäcka mer genom att göra sin egen forskning.



Länk till uppgiften: [https://artofmaths.eu/wp-content/uploads/2020/05/SWE\\_TOOL\\_41.pdf](https://artofmaths.eu/wp-content/uploads/2020/05/SWE_TOOL_41.pdf)



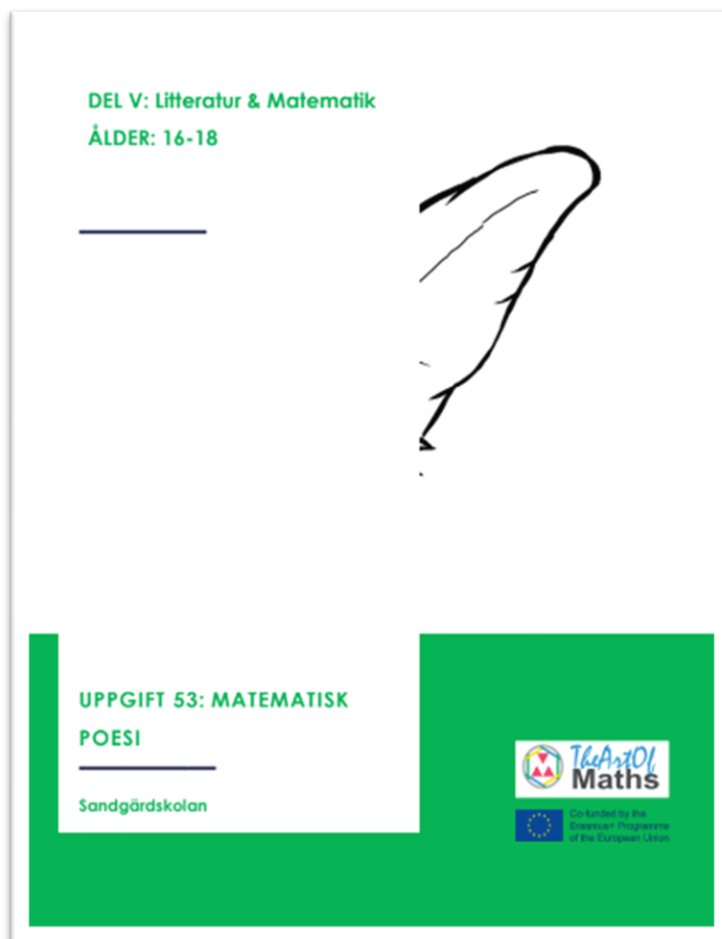


## UPPGIFT 53: Matematisk poesi

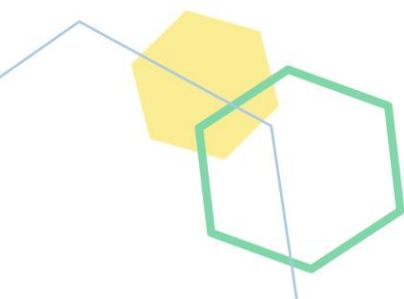
**Tematiskt område: Litteratur**

**Ålder: 16-18**

Uppgift 53 utforskar logiken bakom poesi genom olika exempel på rim och verser. Den visar hur väsentlig matematik kan vara för dikters rim och struktur och betonar dess användning i olika typer av dikter. Uppgifterna kräver sedan att eleverna använder matematik för att strukturera sin kreativitet i sina egna dikter om matematikbegrepp.



Länk till uppgiften: [https://artofmaths.eu/wp-content/uploads/2020/05/SWE\\_TOOL\\_53.pdf](https://artofmaths.eu/wp-content/uploads/2020/05/SWE_TOOL_53.pdf)





## 4. Feedback från elever och lärare

I det här kapitlet finns den feedback som samlats in från de som var inblandade i utprovningen av fem av våra bästa uppgifter. Under våra pilotsessioner i Portugal och Sverige hösten 2019 fick vi chansen att samla in feedback från de deltagande lärarna och eleverna. En **allmän entusiasm** visades bland lärare och elever angående detta innovativa förhållningssätt till matematik och de var **mycket engagerade** i alla aktiviteterna. Först presenterades uppgifterna för lärarna i partnerskolorna SPEL och Sandgärdsolan och sedan organiserades en **workshop** med dem för att förbereda lektionerna där uppgifterna skulle användas.

### 4.1. Feedback från lärarna

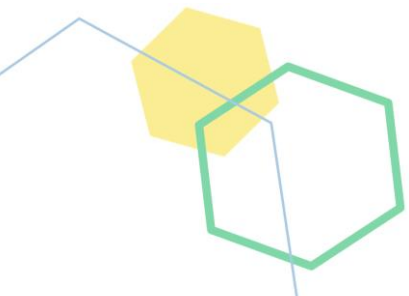
Lärarna besvarade ett allmänt frågeformulär om alla uppgifter de använde i klassen. Deras utvärdering gäller därför för alla testade uppgifter (och inte enbart de fem bästa).

- **Didaktiskt och pedagogiskt värde**

När det gäller den didaktiska aspekten av våra uppgifter ansåg majoriteten av lärarna som testade dem att våra uppgifter hade tydliga pedagogiska mål, främjade en positiv attityd gentemot matematik och främjade **elevernas självutveckling**.

- **Lämpligt innehåll**

Enligt lärarna var det valda innehållet globalt meningsfullt och intressant för många olika elever. De enades till stor del om att det är lämpligt för den avsedda åldern och för alla elevers behov, inklusive **elever med särskilda behov**.





- **Språk**

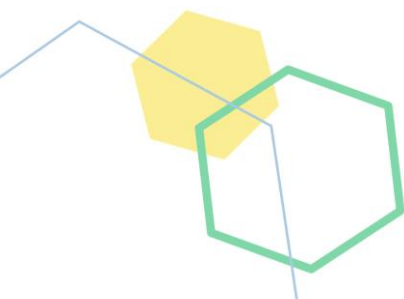
Lärarna ansåg att språket som användes i uppgifterna var **anpassat och lämpligt** för eleverna. Terminologin var vetenskapligt korrekt och uppgifterna var överlag snyggt skrivna.

- **Struktur**

Eftersom uppgifterna täcker **olika åldersgrupper** och teman erbjöds god stringens i kursplanerna. Lärarna var överens om att strukturen och stringensen i uppgifterna gör det möjligt för dem att säkerställa **progression** i lektionerna. En av lärarna uppgav att dessa uppgifter är "något som många elever [14 år] kan göra själva, **på egen hand**"

- **Estetiskt utseende och bilder**

När det gäller estetiken ansåg lärarna att uppgifterna var tilltalande för eleverna och konsekventa när det gäller grafisk presentation. De gillade också det faktum att formatet var **väl anpassat** för elever i behov av särskilt stöd. Dessutom var de överens om att användningen av bilder för att illustrera ämnena som i de testade uppgifterna var lämplig och underlättade därför lärandet och **höll eleverna intresserade**, särskilt de med svårigheter. En av lärarna som deltog i testerna sa att "Många av eleverna fortsatte efteråt och sökte fler mönster i konsten [efter att ha gjort verktyget Geometri i islamisk konst].







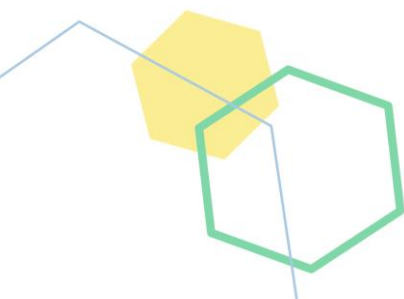
## 4.2. Feedback från eleverna

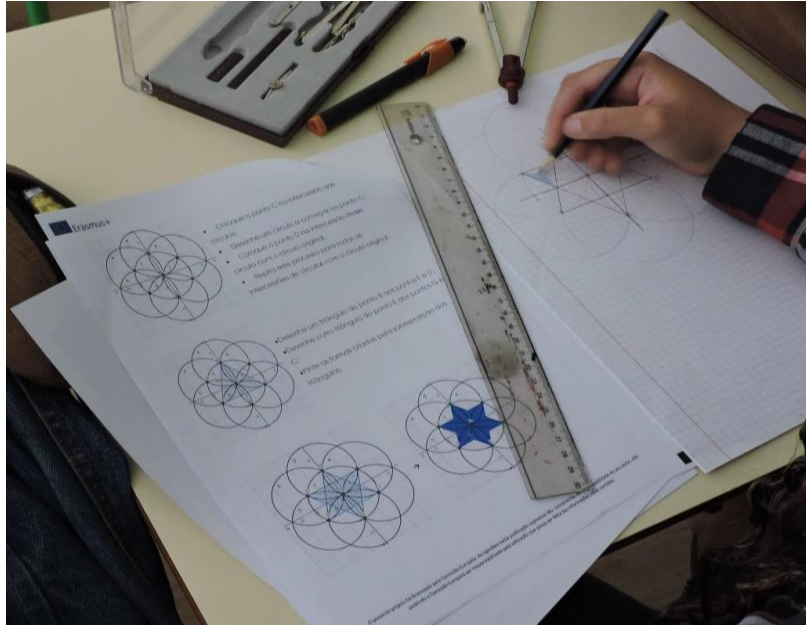
För att ytterligare förbättra materialet och förstå vad eleverna tyckte om detta annorlunda sätt att lära sig matematik, ombads även de att fylla i ett kort frågeformulär om uppgifterna. De svarade på frågor som "Vad tyckte du mest om den här uppgiften?", "Vad lärde du dig med den här uppgiften?" och "Vad tror du kan förbättras?"

Next follows the students' impressions on some of the best tools chosen for this handbook according to their answers. Här följer elevernas intryck av några av de bästa uppgifterna, som valts ut till denna handbok med utgångspunkt i elevernas svar.

### Uppgift 2: Geometri i islamisk konst

25 elever testade uppgift 2 om islamisk konst. De var nöjda med att få använda sin **kreativitet i en matematisk uppgift** och kände sig överlag mer avslappnade tack vare detta **ovanliga tillvägagångssätt**. Vissa av dem kom att tänka tillbaka på minnen av teckningar och mönster som de brukade göra med passare. Sammantaget hade de en positiv och intressefylld upplevelse där de lärde sig om en hel konstform och dess matematiska rötter. En typisk kommentar från en av eleverna var: "Jag lärde mig mer om hur geometri användes i den islamiska konsten".

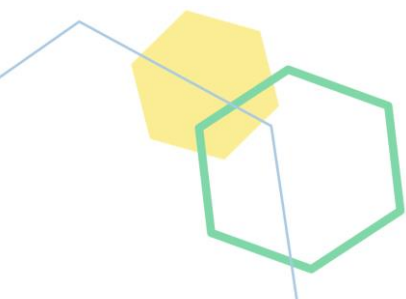




Kommentarerna om förbättring var egentligen mer riktade mot deras matematiklektioner i allmänhet, eftersom de **bad om mer förklarande videor och liknande aktiviteter**.

### Uppgift 24: Pytagoras och hans matematiska musik

30 elever testade uppgift 24 om Pytagoras och musik. Eleverna var intresserade av att ta reda på Pytagoras upptäckt om förhållandet mellan musik och matematik och var nöjda med förklaringarna och de videor som valts ut till detta verktyg. De **tyckte mycket om** uppgiften, som bestod av att spela musik med glasflaskor. Många blev förvånade över att höra att beroende på hur tomma eller fulla flaskorna var kunde olika ljud produceras. **Deras entusiasm nådde som högst** när de spelade med olika mängder vatten på ett sådant sätt att en hel musikalisk skala kunde skapas. Eleverna kände sig motiverade att lära sig genom att göra något annorlunda och genom att inse det faktum att **matematik har betydelse för musikkomposition**.

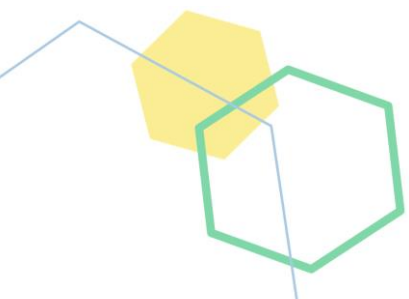




I likhet med den föregående uppgiften var deras enda kommentarer för förbättring att de skulle vilja ha den här typen av uppgifter oftare på sina lektioner. Denna uppgift visade **ett stort engagemang och motivation** för alla elever, **även elever som vanligtvis inte är så aktiva deltog**

### Uppgift 30: Volymer i "Mannen som räknade"

19 elever testade uppgift 30 med fokus på teater. De upptäckte texten "Mannen som räknade" och hur den lätt kan **dramatiseras**. Alla var mycket engagerade i uppgiften, som bestod av ett rollspel. De älskade uppgiftens samarbetsaspekt när man fick **arbeta i grupper** och agera tillsammans. Uppgiften visade sig vara **effektiv** när det gäller lärande av volymer, även om vissa elever hade velat ha en mer ingående matematisk förklaring. En typisk kommentar från en elev var: "Jag lärde mig att samarbeta och agera framför klassen. Jag lärde mig också **att många olika matematiska tekniker kan användas för att lösa samma uppgift**".

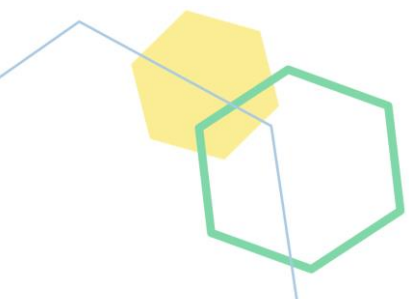




### Uppgift 41: Derivata av en funktion i filmen "Dolda tillgångar"

Uppgift 41 handlar om filmen "Hidden Figures" som bygger på den sanna historien om tre afroamerikanska kvinnliga forskare som ansvarar för projektet där man först satte människan på månen. Inom områden där de mest framgångsrika människorna är män är det motiverande att se hur kvinnor också kan bli framgångsrika. Detta faktum kan **motivera flickor som vill bli naturvetare** genom att ge dem förebilder att se upp till.

The tool was not tested with students, but the discussions with teachers of the partner schools showed the great potential that the tool could have in terms **of motivation and gender equality**. The students who would use tool 41 would learn how, without Math, mankind would never have landed on the moon. It shows them a **real-life application of mathematics** and the progress it can bring to our society's evolution. Uppgiften testades inte med elever, men diskussionerna med lärarna från partnerskolorna visade den stora potential som uppgiften kunde ha när det gäller motivation och jämställdhet. De elever som





skulle använda uppgift 41 skulle lära sig hur mänskligheten aldrig skulle ha landat på månen utan matematik. Det visar dem en verklig tillämpning för matematik och de framsteg det kan ha för vår samhällsutveckling.

### Uppgift 53: Matematisk poesi

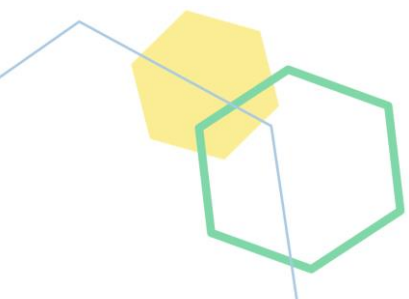
Uppgift 53 handlar om hur även **poesiskrivande kräver logik**. Uppgiften presenterades för lärare som reflekterade över den och hur den skulle kunna implementeras i klassrummet. De var **väldigt engagerade**, oavsett om litteratur var deras favoritämne eller inte. Lärare i naturvetenskap, matematik, musikämnen etc. var samtliga förtjusta när de skrev dikter som följde rytmiska och metriska mönster men samtidigt var ordlekar om matematikregler.

De överraskades hur **tvärvetenskapligt matematik kan vara** och hur det kan anpassas även till ett språkämne. Lärarna i portugisiska språket från skolan blev förvånade över att de kunde ta en matematikuppgift till sin klass och hålla en lektion medan de fortfarande använde en **okonventionell metod för att undervisa i matematik**.

Deras entusiasm var tydlig när de kunde sätta kreativiteten i arbete. En del poesi som skapades i uppgiften var:

- en dikt om den enkla tretalsregeln
- en dikt om processen bakom förenklingar av bråk
- en dikt om negativa bråk

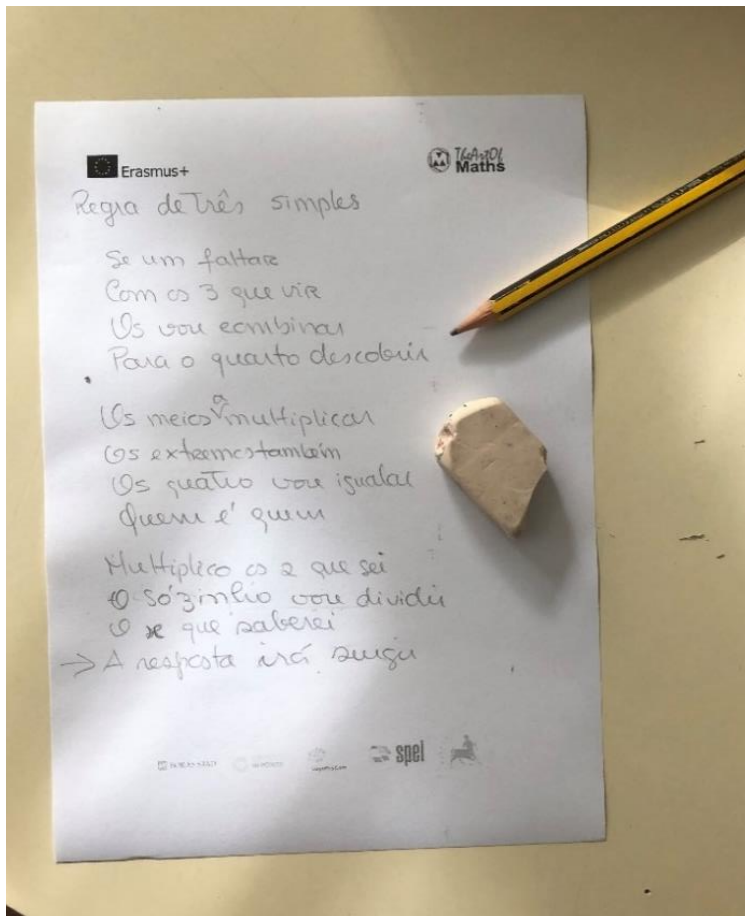
Matematikinnehållet var i fokus, relevant och feedbacken var **klart positiv**.





## Dikt om den enkla tretalsregeln:

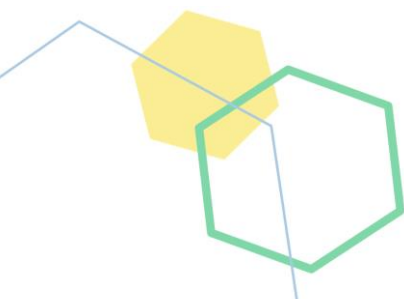
(Fritt översatt från originalets portugisiska)



”Om någon av dem saknas  
Med de tre (siffrorna) som jag ser  
Ska jag kombinera dem  
För att hitta den fjärde som saknas

Multiplicera två av dem  
Som står emot varann  
Jag balanserar de 4  
Vilken är nu vilken

Jag multiplicerar de 2 jag känner till  
Och dividerar med den övergivna  
Jag vet så värdet för ”X”  
För det svaret får jag”



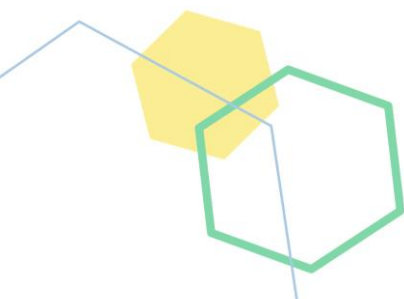


## 5. Sammanfattning

The Art of Maths är ett projekt som har berikat både projektpartnerna och deltagarna i studierna och kurserna. Det betonar den nära kopplingen mellan STEM och olika former av konst och har visat att den kombinerade användningen av dessa discipliner har lett till skapandet av några av de mest kända konstverken i historien.

I den här guiden har vi presenterat en av våra favorituppgifter inom varje temaområde. Några av dessa uppgifter valdes utifrån den feedback som kom efter pilottesterna i Sverige och Portugal. Andra valdes av partnerna baserat på deras erfarenheter och diskussioner med lärare. Det var viktigt från början att visa att matematik inte bara är en samling siffror och ekvationer som står för sig. Matematik ger ovärderliga resurser som eleverna kan använda i vardagen för att utveckla sin kreativitet och njuta av konst ur ett annat perspektiv. Det blev också nödvändigt att framhäva att matematik inte bara används i bildkonst med geometriska former utan kan vara kärnan i musikaliska, filmiska och skriftliga konstverk.

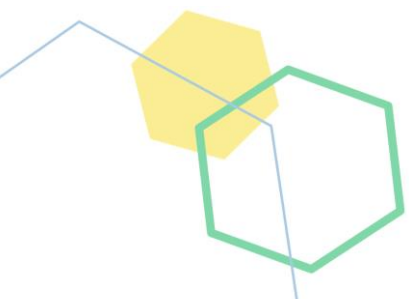
Elevernas feedback visar hur effektiv denna metod är för att lyfta fram matematikens betydelse i alla former av kreativitet. Uppgifterna i projektet har visat många olika aspekter men är inte en uttömmande lista över de ämnen som kan täckas i ett sådant projekt. Alla projektpartner uppmuntrar lärare att använda denna metodik och att utveckla sina egna STE(A)M-kurser och därmed lägga till konst i sin ämnespraktik. Både elevernas och lärarnas feedback visade att dessa verktyg är en stor tillgång för att öka elevernas motivation, engagemang och intresse.





## 6. Referenser

- Catterall, J., & Waldorf, L. (1999). Chicago Arts Partnerships in Education summary evaluation In E. Fiske (Ed.), *Champions of change: The impact of the arts on learning* (pp. 47-62). The Arts Education Partnership and The President's Committee on the Arts and the Humanities. Washington, DC. <https://www.artsedsearch.org/study/chicago-arts-partnerships-in-education-summary-evaluation/>
- Ingram, Debra; Seashore, Karen. (2003). *Arts for Academic Achievement: Summative Evaluation Report*. Center for Applied Research and Educational Improvement. Hämtad från the University of Minnesota Digital Conservancy, <http://hdl.handle.net/11299/143655>  
<https://conservancy.umn.edu/handle/11299/143655>







Detta projekt har finansierats med stöd av EU-kommissionen. Åsikter i denna publikation speglar enbart författarens och kommissionen kan därmed inte hållas ansvarig för användning av informationen i den.

Projektnummer: 2018-1-SE01-KA201-039031



<https://artofmaths.eu/>



#TheAMaProject



The Art of Maths

