

# PARTE I: Artes Visuais e Matemática

FAIXA ETÁRIA: 16 – 18

---

## UNIDADE 8: A RAZÃO DE OURO NAS ARTES E NA ARQUITETURA

---

C.I.P. Citizens In Power



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

## Guia do Professor

**Título:** A Razão de Ouro nas artes e na arquitetura

**Faixa Etária:** 16 – 18 anos

**Duração:** 2 horas

**Conceitos Matemáticos:** Razão de Ouro e Média de Ouro

**Conceitos Artísticos:** a Razão de Ouro por detrás das artes e da arquitetura.

**Objetivos Gerais:** os alunos descobrirão a beleza das artes visuais que têm vindo a ser criadas, usando a geometria. Eles familiarizar-se-ão com obras-primas da arquitetura e da pintura que foram baseadas na razão de ouro. Os alunos irão compreender o que é a razão de ouro e irão usá-la para resolver exercícios matemáticos.

**Instruções e Metodologias:** o professor pode começar por mostrar o vídeo do Youtube: [https://www.youtube.com/watch?v=6nSfJEDZ\\_WM](https://www.youtube.com/watch?v=6nSfJEDZ_WM) até ao minuto 1:41, antes de se entrar em mais detalhes (a introdução, os mais famosos edifícios e pinturas). De seguida, pode analisar os aspetos matemáticos, tais como, a razão de ouro, através da secção “Razão de Ouro explicada”. Depois da utilização de materiais interativos conjugados com vídeos do Youtube, imagens e pequenos exercícios, os alunos deverão conseguir resolver exercícios de matemática.

**Recursos:** esta unidade é baseada principalmente em imagens, vídeos do Youtube e pesquisas académicas, portanto, seria importante que os alunos pudessem trabalhar num computador de forma a visitarem os sites sugeridos e principalmente para tentarem a aplicação da Razão de Ouro que é sugerida na secção “A Razão de Ouro explicada”.

**Dicas para o professor:** a Razão de Ouro é tão universal que não será muito difícil conseguir captar a atenção da audiência. Por isso mesmo, a introdução irá ajudar a compreender melhor sobre o que é a razão de ouro e onde é que pode ser encontrado, através de imagens ou vídeos interessantes. Existem alguns exercícios uteis e “fáceis” na secção “Razão de Ouro explicada” que deverão ser realizados antes de chegar a exercícios matemáticos mais avançados, relacionados com as Artes Visuais e Matemática na secção de Exercícios Matemáticos.



**Objetivos de aprendizagem e competências:** no final desta unidade, o aluno será capaz de:

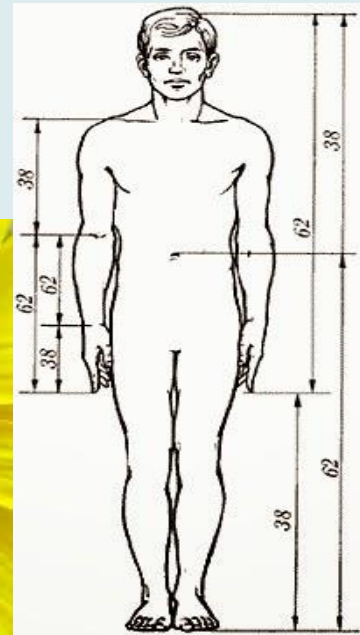
- o tornar os alunos interessados em formas e construções geométricas;
- o relacionar a geometria com pormenores que vemos diariamente (no nosso corpo ou na natureza), mas também em obras-primas das artes visuais;
- o ganhar competências na utilização da Razão de ouro na resolução de exercícios e a encontrá-lo, mesmo quando está “escondida” em obras de arte.

**Síntese e avaliação:**

Indique 3 aspetos que tenha gostado nesta atividade	1. 2. 3.
Indique 2 aspetos que tenha aprendido	1. 2.
Indique 1 aspeto a melhorar	1.

## Introdução

Embora as artes e a matemática pareçam não se relacionar à primeira vista, ambas são usadas pelos seres humanos para tentarem expressar realidades físicas e metafísicas. A Razão de Ouro, também chamada de Proporção de Ouro, é a relação mais antiga e forte entre a matemática e as artes. Não foi só na Grécia Antiga que se usou na arquitetura e nas artes, também nos dias de hoje continua a ser usada. A sua utilização deve-se à tentativa de se atingir um estado de harmonia. A Razão de Ouro faz exatamente isso, pois está veementemente ligada à harmonia. Os Gregos, da Antiga Grécia, foram os primeiros a desenvolver a ciência da estética, analisaram a beleza, acreditando que a harmonia era a sua base primordial. Para além do uso meritoso muito vistoso da Razão de Ouro nas artes, a Razão de Ouro também pode ser encontrada espalhada pela natureza, em plantas, conchas, flores, animais e até nas proporções do corpo humano.



**Fig. 1 – Esquerda: A Razão de Ouro numa concha**

(Retirado de: <https://cdn.insteading.com/wp-content/uploads/igm/b/nautilus-shell.jpg>);

**Fig. 2 – Meio: Razão de Ouro nas flores**

(Retirado de: [https://www.reddit.com/r/sunflowers/duplicates/1vwn3/natural\\_fractal\\_sunflower\\_spiral/](https://www.reddit.com/r/sunflowers/duplicates/1vwn3/natural_fractal_sunflower_spiral/))

**Fig. 3 – Direita: Razão de Ouro no corpo humano**

(Retirado de: <http://fitnessandhealthforyou.blogspot.com/2013/11/the-history-of-golden-ratio-and-adonis.html>)

O termo “proporção” é usado de modo mais relevante para comparar a relação entre partes de coisas ou para descrever relações harmoniosas entre diferentes partes. (...) Existem muitas “formulas de beleza” bem conhecidas, tal como certas formas geométricas: quadrados, círculos, triângulos isósceles e pirâmides. Todavia, o critério de beleza mais propagado é uma proporção matemática chamada Razão de Ouro, denominada Proporção Áurea, Proporção Divina, Secção de Ouro ou Média de Ouro. (Thapa e Thapa, 2018, p.190).

A lenda diz que foi o filósofo Grego Pitágoras que primeiro descobriu a Razão de Ouro através da harmonia musical/sintonia produzida, enquanto ouvia os diferentes sons dos martelos dos ferreiros ao bater nas bigornas. Após estudos adicionais com instrumentos de cordas e observação da natureza, Pitágoras concluiu que a proporção de pequenos números inteiros define a beleza. Mais tarde o Pai da geometria grega, Euclides, foi o primeiro a definir a Razão de Ouro como “diz-se que uma reta é seccionada em extrema e média razão quando a reta inteira está para o segmento maior assim como o segmento maior está para o segmento menor.” (citado por Thapa e Thapa, 2019).

# A Matemática por trás da Arte e da Arquitetura

- (i)  A Razão de Ouro explicada:

<https://www.youtube.com/watch?v=idlgzX5QKM4>

[https://www.youtube.com/watch?v=c8ccsE\\_lumM](https://www.youtube.com/watch?v=c8ccsE_lumM)

- (ii) A razão de Ouro pode ser encontrada na representação de um retângulo grande formado por um quadrado e por outro retângulo. O que é único sobre isto é que a sequência pode ser repetida indefinidamente e perfeitamente dentro de cada secção.

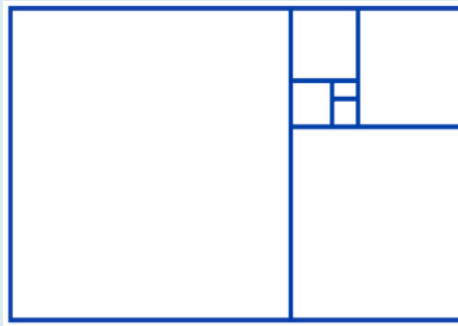


Fig. 4 – Razão de Ouro

6

- (iii) A ideia por detrás da Razão de Ouro: se uma linha é dividida em duas partes, a proporção entre o comprimento da parte maior e o comprimento da parte menor deve ser igual à razão entre o comprimento de todo o segmento e o comprimento da parte maior. Isso cria a Razão de Ouro, como podemos ver na Fig.

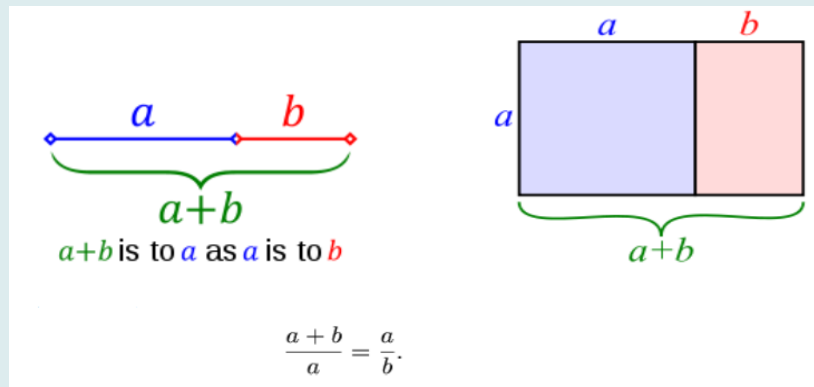


Fig. 5 – Razão de Ouro: A+B é para A assim como A é para B

(Retirado de: <https://www.mathsisfun.com/numbers/golden-ratio.html>); (Fonte: Thapa and Thapa (2019))

A proporção  $\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$  é normalmente representada pela letra grega  $\phi$ , ficando:

$$\phi = \frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$$

Onde  $\phi$  é constante e igual a 1.618

### Exercícios Sugeridos:

1) Use a aplicação para experimentar a Razão de Ouro:

<https://www.mathsisfun.com/numbers/golden-ratio.html>

2) Pode fazer um retângulo de ouro, dobrando papel (com o método de Origami), usando o seguinte link:

<https://www.youtube.com/watch?v=E6ioUH5tc>

# A Razão de Ouro por trás das Artes Visuais (Arquitetura e Pintura)

## Designs Arquitetónicos no Mundo Antigo

A primeira aplicação da Razão de Ouro na arquitetura parece remontar a 3000 a.C.. Embora alguns estudiosos parecem acreditar que os antigos egípcios tenham aplicado a Razão de Ouro na construção das grandes pirâmides de Giza. O comprimento de cada lado da base é 230 m e a altura é 146 m. assim podemos descobrir que a proporção da base para a altura é  $230/146=1,5753$ .

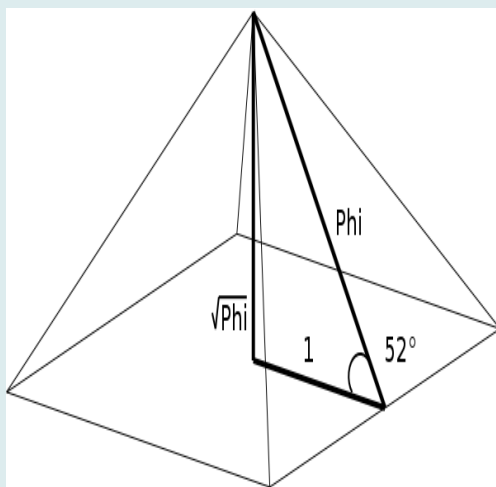


Fig. 6 – Razão de Ouro nas pirâmides (Retirado de: <https://hbfs.wordpress.com/2009/12/08/cats-pharaohs-and-the-golden-ratio/>)



Fig. 7 – Razão de Ouro nas antigas Pirâmides Egípcias (Retirado de: <https://twitter.com/intelsoftware/status/744201276729266176>)

Os Antigos Gregos também usavam a Razão de Ouro quando construíram o Partenão.

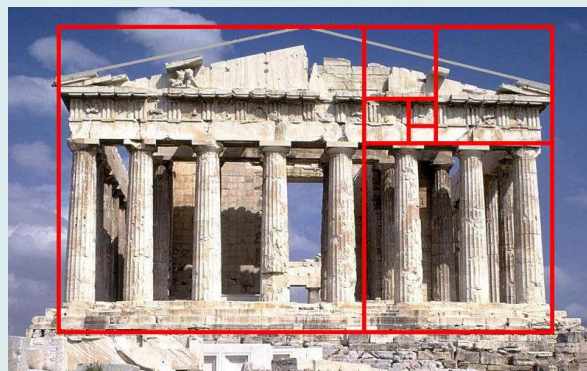


Fig. 8 – Razão de Ouro no Partenão (Retirado de: <https://www.pinterest.com/pin/302374562453891702/?lp=true>)



Outro exemplo do uso da Razão de Ouro é na construção das igrejas e catedrais medievais, aproximando o *design* destes edifícios às Gregas. Tentavam ligar a geometria à arte. Tanto por dentro como por fora, estes edifícios são construções complexas baseadas na Razão de Ouro.

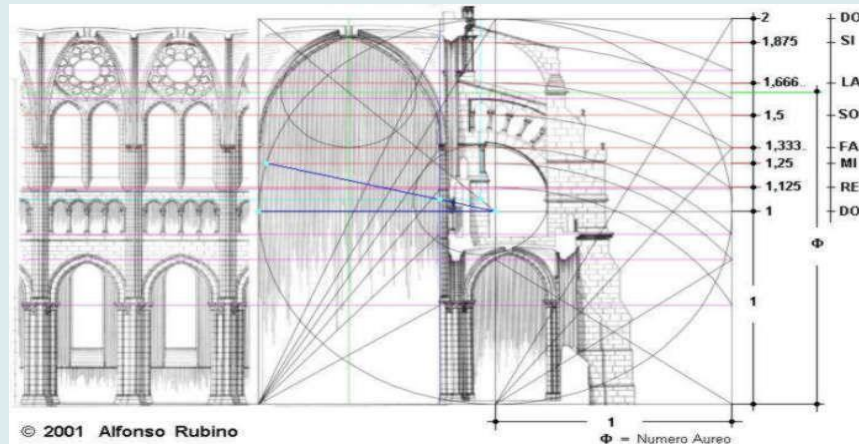


Fig. 9 – Razão de Ouro na Chartre Cathedral  
(Retirado de: <https://www.pinterest.com/pin/309341068127486696/?lp=true>)

## Designs da Arquitetura Contemporânea

Charles-Édouard Jeanneret (6 de outubro 1887 – 27 de agosto 1965), conhecido por Le Corbusier, foi um arquiteto franco-suíço, que também foi *designer*, pintor, planejador urbanístico, escritor e um dos pioneiros no que atualmente é chamada arquitetura moderna. Nasceu na Suíça e tornou-se cidadão francês em 1930. A sua carreira espalhou-se por cinco décadas e desenhou edifícios na Europa, Japão, Índia, América do Norte e América do Sul. Diz-se que ele utilizava a Razão de Ouro nos seus projetos, principalmente porque tinha uma fé inabalável na ciência e na matemática, que se sobrepunha ao desejo de atingir a beleza.



**Fig. 10 – Razão de Ouro na arquitetura de Le Corbusier**

(Retirado de: <http://jwilson.coe.uga.edu/emt668/emat6680.2000/obara/emat6690/Golden%20Ratio/golden.html>)

Outro famoso arquiteto suíço, Mario Botta (o autor do antigo edifício do SF MoMA), também usava este padrão nos seus projetos.



**Fig. 11 – SF Moma**

(Retirado de: <https://www.widewalls.ch/golden-ratio-in-contemporary-architecture/>)

## Pinturas que recorrem à Razão de Ouro

Artistas de todos os períodos históricos, como Leonardo da Vinci, Sandro Botticelli e Salvador Dali, usaram a Razão de Ouro, o Retângulo de Ouro, ou outras variantes como peça central das suas criações.

A Razão de Ouro foi extensivamente usada por Leonardo Da Vinci. Todos as dimensões chave da sala, a mesa e os escudos ornamentais em “A Última Ceia”, de Da Vinci, foram baseados na Razão de Ouro.

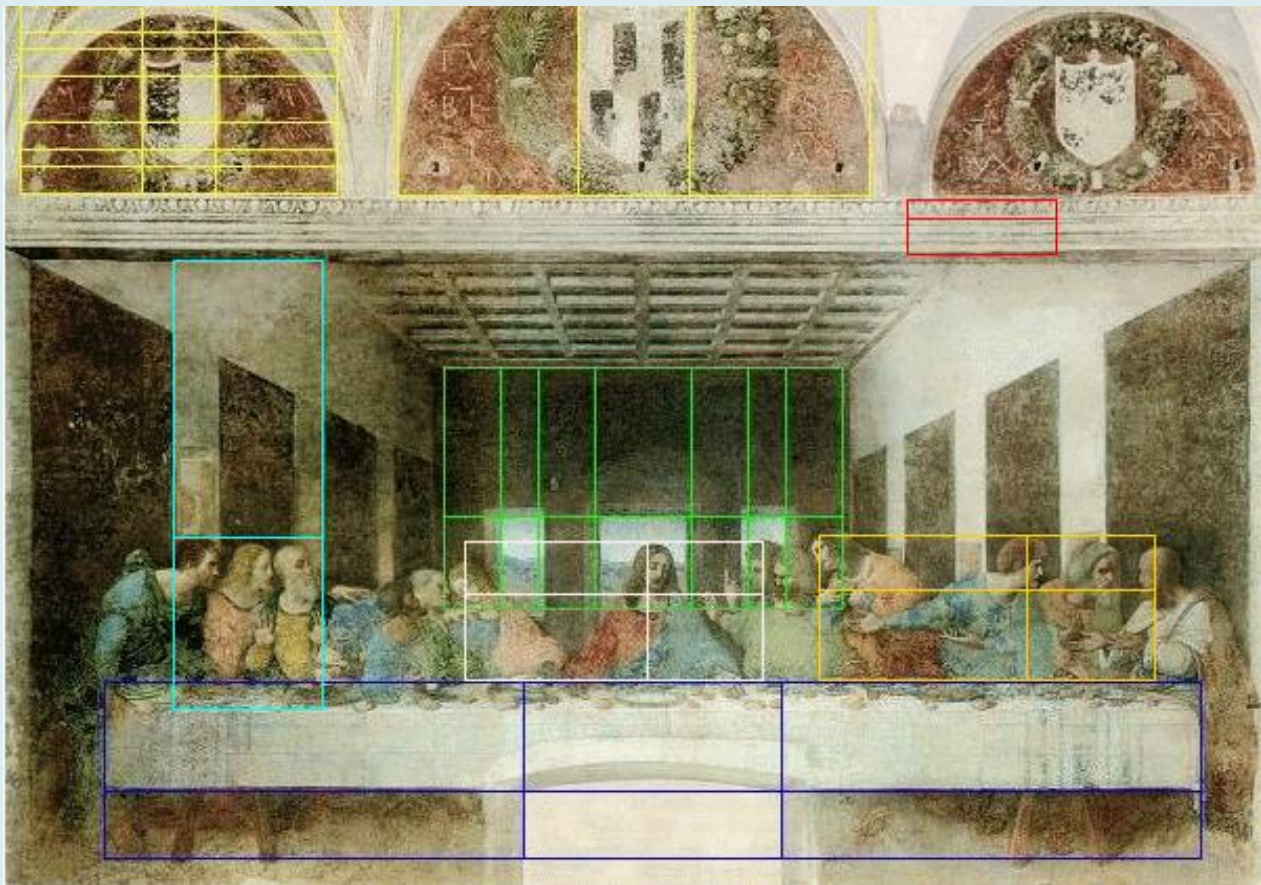
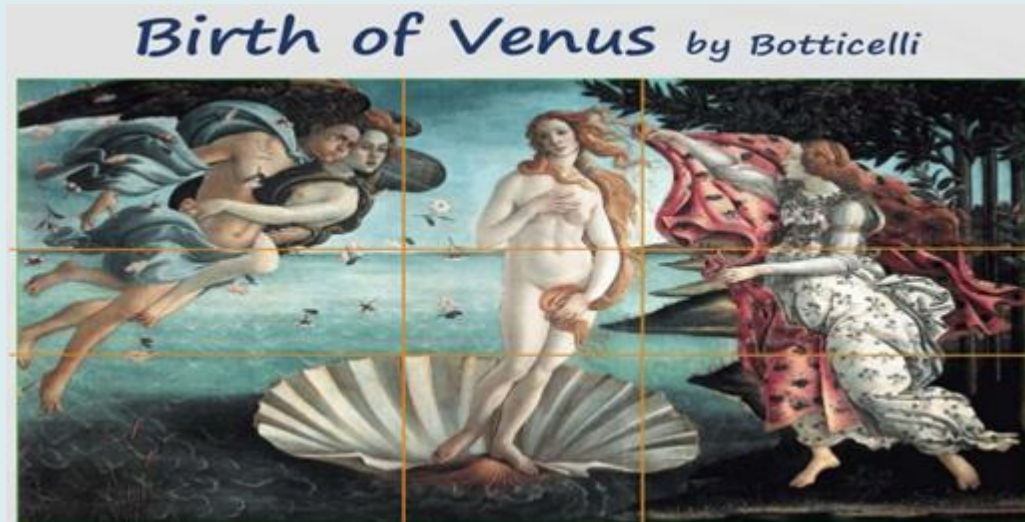


Fig. 12 – A Última Ceia

(Retirado de: <https://www.goldennumber.net/art-composition-design/>)

A obra “O Nascimento de Vénus” de Botticelli foi concluído em 1485. Botticelli fez várias pinturas sobre a Anunciação, entre o anos de 1485 e 1490. Este nascimento captura claramente o encontro entre o divino e o mortal. Uma brilhante oportunidade para aplicar a Proporção Divina.



**Fig. 13 – O Nascimento de Vénus**  
(Retirado de: <https://www.slideshare.net/TatyanaSerova/golden-ratio-55052186>)

A obra “O Sacramento da Última Ceia” de Salvador Dali (1904 – 1989). Esta figura foi pintada dentro de um retângulo de ouro. Também podemos encontrar parte de um enorme dodecaedro acima da mesa. Como este poliedro consiste em 12 pentágonos regulares, ele está intimamente conetado à seção dourada.



**Fig. 14 – O Sacramento da Última Ceia**  
(Retirado de: <https://slideplayer.com/slide/6024055/>)

## Glossário

**Pitágoras:** Pitágoras de Samos (c. 570 – c.495 a.C.) foi um filósofo Iónico grego e o fundador do Pitagorismo. As suas aulas sobre política e religião eram bem conhecidas na Magna Graecia e influenciaram as filosofias de Platão, Aristóteles e, através delas, a filosofia ocidental. Na Antiguidade, Pitágoras foi creditado com muitas descobertas matemáticas e científicas, incluindo o teorema de Pitágoras, a afinação pitagórica, os cinco sólidos regulares, a Teoria das Proporções, a esfericidade da Terra e a identidade das estrelas da manhã e da noite como o planeta Vénus. Era dito que ele tinha sido o primeiro homem a chamar-se filósofo (“amante da sabedoria”) e que foi o primeiro a dividir o globo em cinco zonas climáticas.

Retirado de: <https://en.wikipedia.org/wiki/Pythagoras>

**Euclides:** (300 a.C.) foi um matemático grego, muitas vezes referido como o “fundador da geometria” ou o “pai da geometria”. A sua área de ação era Alexandria durante o reinado de Ptolemeu I (323 – 283 a.C.). Os seus Elementos são um dos trabalhos mais influenciadores na história da matemática. Serviram como manual para o ensino da matemática (especialmente geometria) desde o tempo da sua redação até ao fim do século XIX, início do século XX. O nome português, Euclides, é uma versão alterada do nome grego Εὐκλείδης, que significa “renome, glória”.

Retirado de: <https://en.wikipedia.org/wiki/Pythagoras>

## TAREFAS

### TAREFA 1

- Considera que  $\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$ , prove que é equivalente a  $\varphi = 1 + 1/\varphi$
- Utilize  $\varphi = 1 + 1/\varphi$  para calcular  $\varphi$

### TAREFA 2

Siga os seguintes passos para desenhar um retângulo com o Razão de Ouro:

- Desenhe um quadrado.
- Considere o comprimento do lado como 1.
- Com o seu lápis, marque o meio de um lado (de preferência o que fica da parte inferior), para o dividir em duas partes iguais de tamanho  $\frac{1}{2}$ .
- Agora, desenhe uma linha desde o ponto médio que marcou até um dos cantos opostos (esquerdo ou direito).
- Use o conhecimento matemático que adquiriu previamente para estimar o comprimento dessa linha.
- Posteriormente, usando o compasso vire a linha de uma forma a que esta gire ao longo do lado do quadrado  
Aumente o quadrado para criar um retângulo de Ouro. O resultado é o demonstrado na imagem:**Erro! A origem da referência não foi encontrada.**
- Calcule o valor do  $\varphi$  da imagem criada.

14

## INFORMAÇÕES E RECURSOS ADICIONAIS:

Vídeos:

O que é o Razão de Ouro:

<https://www.youtube.com/watch?v=idlgzX5QKM4>

<https://www.mathsisfun.com/numbers/golden-ratio.html>

TED TALK: 'The ab(surb) Golden Ratio'

<https://www.youtube.com/watch?v=SjSHVDfXHQ4>

Animação sobre o Razão de Ouro:

[https://www.youtube.com/watch?v=g8oqgrVhA\\_8](https://www.youtube.com/watch?v=g8oqgrVhA_8)

ArtNews:

<https://news.artnet.com/art-world/golden-ratio-in-art-328435>

Um guia do Razão de Ouro para artistas:

<https://emptyeasel.com/2009/01/20/a-guide-to-the-golden-ratio-aka-golden-section-or-golden-mean-for-artists/>

A Razão de Ouro nas pirâmides:

<https://www.goldennumber.net/great-pyramid-giza-complex-golden-ratio/>

A importância do Razão de Ouro na arquitetura contemporânea:

<https://www.widewalls.ch/golden-ratio-in-contemporary-architecture/>

15

Botticelli e o uso do Razão de Ouro:

<https://www.goldennumber.net/botticelli-birth-venus-golden-ratio-art/>

Artigos:

Thapa, G. B., & Thapa, R. (2018). The relation of golden ratio, mathematics and aesthetics. *Journal of the Institute of Engineering*, 14(1), 188. Retirado de <https://www.nepjol.info/index.php/JIE/article/view/20084>

Obara, Samuel. Golden Ratio in Art and Architecture. University of Georgia, 2000. Web.

