

LÖSNINGAR

UPPGIFT 1 Gotisk konst.....	2
UPPGIFT 2 Islamisk konst och geometri.....	2
UPPGIFT 3 Renässanskonst och geometri.....	3
UPPGIFT 4: Polyhedra och Perspektiv.....	4
UPPGIFT 5 Origami och rumsrelationer	8
UPPGIFT 6: M.C. Eschers matematiska konst.....	10
UPPGIFT 7: En samtida utställning av konstmatematiska mästerverk.....	11
UPPGIFT 8: Gyllene snittet i konst och arkitektur.....	12
UPPGIFT 9: Att skapa konst med funktioner	14
UPPGIFT 10: Mönster i portugisiska trottoarer	15
UPPGIFT 11: Fraktaler och dimensioner.....	16
UPPGIFT 12: Fibonaccispiral i bildkonst	17
UPPGIFT 13: Pappersvikningsgeometri.....	18
UPPGIFT 14: Förhållande mellan noters frekvenser	18
UPPGIFT 15: Pythagorisk stämning och förhållanden.....	19
UPPGIFT 16: Sifferserier i harmoniska serier.....	21
UPPGIFT 17: Musik och gyllene snittet	21
UPPGIFT 18: Potenser i 12-tonsskalan	22
UPPGIFT 19: Förhållanden i toners frekvenser	24
UPPGIFT 20: Taktekvationen	25
UPPGIFT 21: Trigonometriska funktioner i harmoniska serier.....	26
UPPGIFT 22: Musik och Fibonacci.....	27
UPPGIFT 23: Pythagoras matematiska musik.....	27
UPPGIFT 24: Pythagoras matematiska musik.....	27
UPPGIFT 25: Bach och det musikaliska Möbiusbandet.....	28
UPPGIFT 26 : Bach och det musikaliska Möbiusbandet	28
UPPGIFT 27: Logaritmer i tempererad skala.....	28

UPPGIFT 28: Grundläggande aritmetik i "Dragdjur" (Mannen som räknade, kapitel III).....	29
UPPGIFT 29: Geometri genom Euklides Elementa.....	30
UPPGIFT 30: Volymer i "Sjunde himlen" (Mannen som räknade, kapitel VIII)	30
UPPGIFT 31: Logik med "Lektionen" av E. Ionesco	32
UPPGIFT 32: Primtal i "The Big Bang Theory" av Chuck Lorre och Bill Prady.....	34
UPPGIFT 33: Primtalsteori och partitioner i "The Man who Knew Infinity" av Matthew Brown.....	36
UPPGIFT 34: Icke-formell matematik i filmen "X+Y"	37
UPPGIFT 35: Bayes sats i "Tillbaka till framtiden" av Robert Zemeckis.....	38
UPPGIFT 36: Sannolikhet i "21" av Robert Luketic.....	39
UPPGIFT 37: Koordinatystem i filmen "Kingdom of Heaven"	40
UPPGIFT 38: Sannolikhet och statistik genom filmen "Moneyball"	41
UPPGIFT 39: Exponentiell tillväxt i filmen "Pay it Forward"	42
UPPGIFT 40: Primtalsteori i filmen "The Man who Knew Infinity"	43
UPPGIFT 41: Derivata av en funktion i filmen "Dolda tillgångar"	45
UPPGIFT 42: Triangulära tal i "En gåtfull vänskap"	46
UPPGIFT 43: Kvadratfunktioner i filmen "October Sky"	47
UPPGIFT 44: Primtal - The Man who Knew Infinity.....	48
UPPGIFT 45: Sannolikhet i Spegelvänd.....	48
UPPGIFT 46: Primtal i "Den besynnerliga händelsen med hunden om natten" av Mark Haddon	48
UPPGIFT 47: Avkoda med Fibonacci-sekvensen i "Da Vinci-koden" av Dan Brown	49
UPPGIFT 48: Att skriva pilish (π -ish).....	50
UPPGIFT 49: Koniska sektorer i Alice i underlandet av Lewis Carroll	51
UPPGIFT 50: Diagram i Kathrine-teorin.....	53
UPPGIFT 51: Muminpappan och havet, skala.....	53
UPPGIFT 52: Topologi i "Liftarens guide till galaxen"	53
UPPGIFT 53: Matematisk poesi.....	53
UPPGIFT 54: Sannolikhet i "Den besynnerliga händelsen med hunden om natten"	54
UPPGIFT 55: Farbror Petros och Goldbach hyotes.....	55

UPPGIFT 1 GOTISK KONST

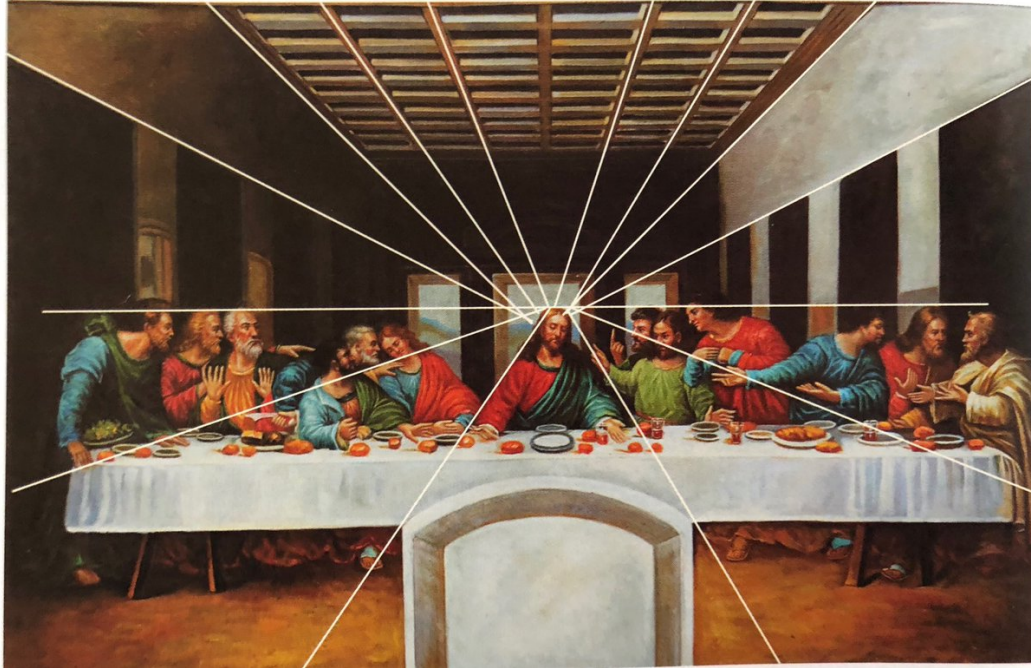
[lösning ges i uppgiften]

UPPGIFT 2 ISLAMISK KONST OCH GEOMETRI

[lösning ges i uppgiften]

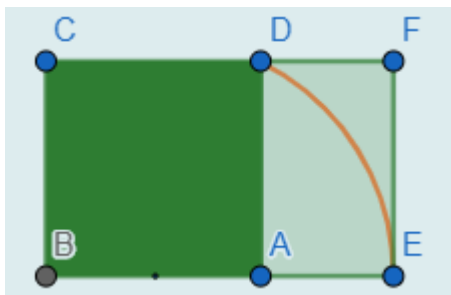
UPPGIFT 3 RENÄSSANSKONST OCH GEOMETRI

A)



PAGE *
MERGED

B)



- $\frac{2,7}{b} = 1,618$

- $2,7 = 1,618 * b$

- $b = \frac{2,7}{1,618}$

- $b = 1,669$

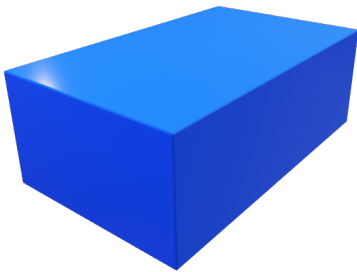
🔍 A)

c)



Detta är en kon

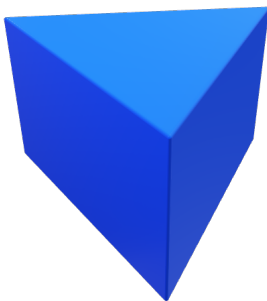
Eftersom den är buktig är det inte en polyhedra



Ja, det är ett rektangulärt prisma

$$F + V - E = 2$$

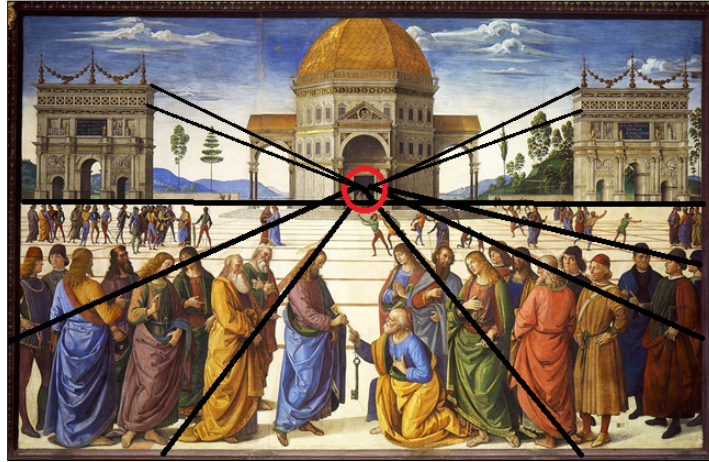
$$6 + 8 - 12 = 2$$



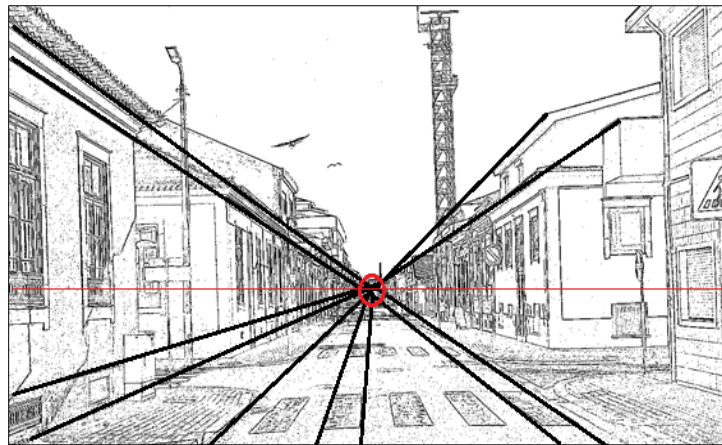
Ja, det är ett riangulärt prisma

$$5 + 6 - 9 = 2$$

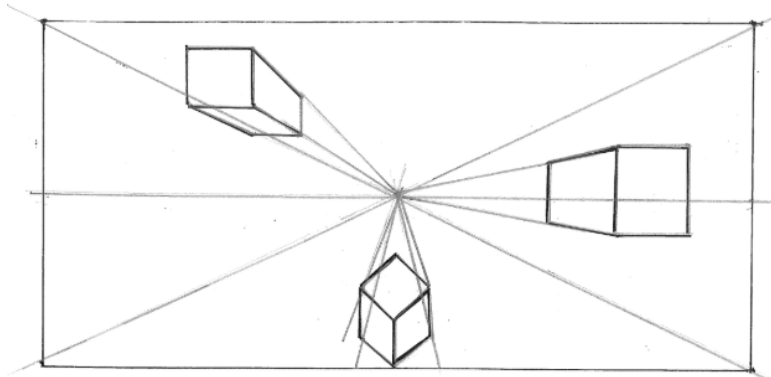
1.1 [Möjlig lösning]



1.2 [Möjlig lösning]

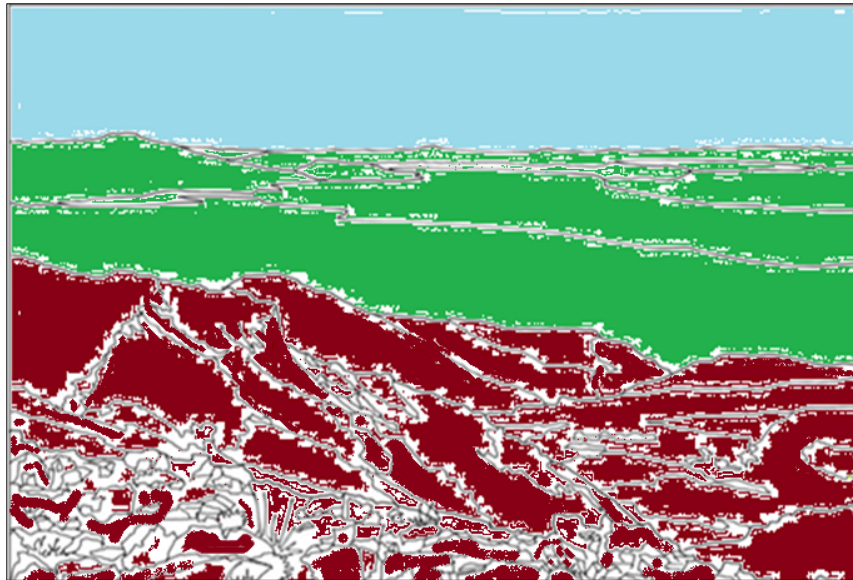


1.3 [Möjlig lösning]



UPPGIFT 2

[Möjlig lösning]



PAGE *
MERGED

UPPGIFT 3

Fig. 20 – Inget perspektiv;

Fig. 21 – Luftperspektiv;

Fig. 22 – Linjärt perspektiv.

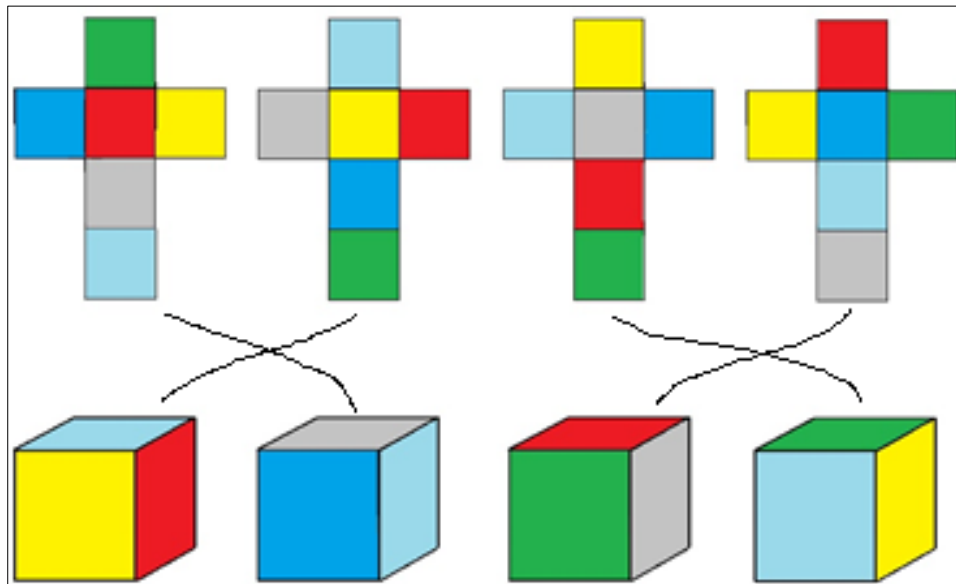
UPPGIFT 4

Platonsk kropp	Antal sidor(F)	Antal hörn (V)	Antal kanter (E)	E + 2	F + V
Hexahedron	6	8	12	14	14
Tetrahedron	4	4	6	8	8
Octahedron	8	6	12	14	14

Dodecahedron	12	20	30	32	32
n					
Icosahedron	20	12	30	32	32

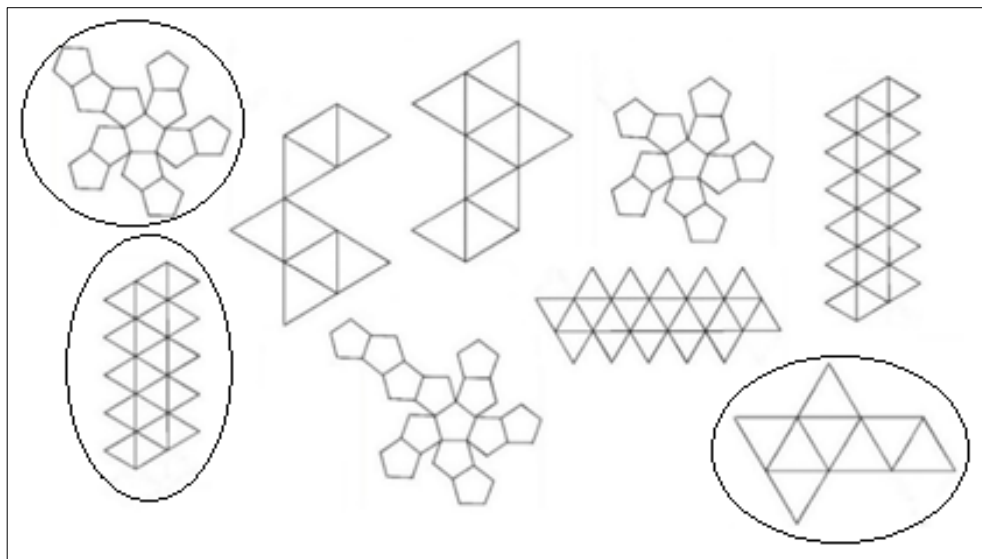
UPPGIFT 5

5.1



PAGE *
MERGED

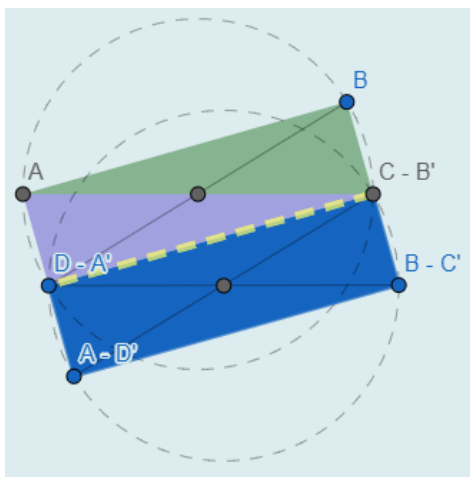
5.2



UPPGIFT 5 ORIGAMI OCH RUMSRELATIONER

Thales Theorem

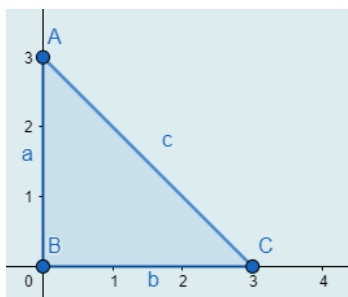
- a) Ja
- b) Ja
- c) Att vinklarna $\angle ABC$ och $\angle ADC$ är räta!
- d) Möjlig lösning: Om man viker vid DC:



Vi kan projicera samma rektangel nedan, som kommer att kallas A'B'C'D' där::

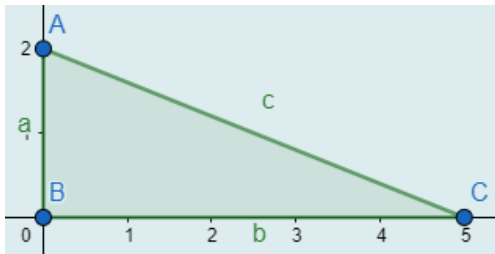
- Segment AB viks mot segment D'C'
- Segment DC blir segment A'B'

Pythagoras sats



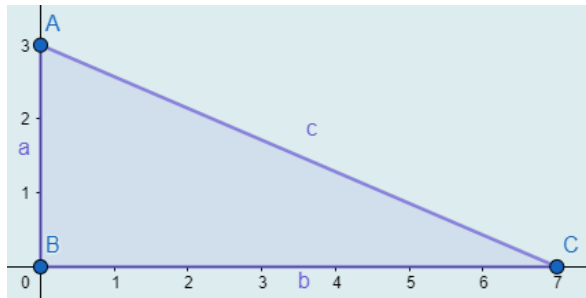
$$3^2 + 3^2 = 9 + 9 = 18$$

$$c = \sqrt{18} = 4.2426$$



$$2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$$

$$c = \sqrt{29} = 5.3852$$



$$3^2 + 7^2 = 9 + 49 = 58$$

$$c = \sqrt{58} = 7.6158$$

UPPGIFT

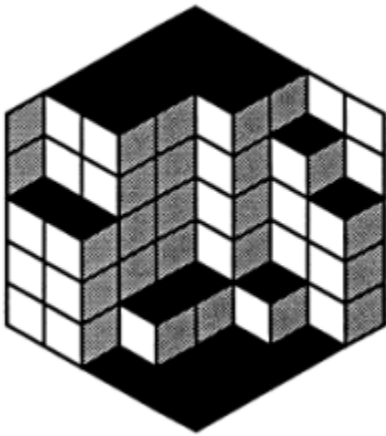
- a. Ja
- b. Ja
- c. Ja
- d. Ja

UPPGIFT 6: M.C. ESCHERS MATEMATISKA KONST

Uppgift

Fråga 1: Antalet godisar är samma.

Fråga 2:



Fråga 3: Det omvandlas till en tredimensionell form. Kub. Calissonerna tenderar att bete sig som sidorna på en enhetskub (kuber där kanterna är av samma längd).

UPPGIFT 7: EN SAMTIDA UTSTÄLLNING AV KONSTMATEMATISKA MÄSTERVERK

Uppgift

A => 6

B => 7

C => 3

D => 4

E => 1

F => 2

G => 5

UPPGIFT 8: GYLLENE SNITTET I KONST OCH ARKITEKTUR

UPPGIFT 1

(a) Vi börjar med $\varphi = \frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$. Denna ekvation kan skrivas som $\frac{a}{b} = \frac{a}{a} + \frac{b}{a}$

Men vi vet redan att $\frac{a}{b} = \varphi$, eftersom $\frac{b}{a} = \frac{1}{\varphi}$

Så, vi får att $\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi}$

(b) Vi börjar med: $\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi}$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \varphi^2 &= \varphi + 1 \\ \Rightarrow \varphi^2 - \varphi - 1 &= 0\end{aligned}$$

Vi använder formeln för att identifiera de två rötterna (lösningar):

$$\varphi_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \text{ eftersom } a=1, b=-1, c=-1$$

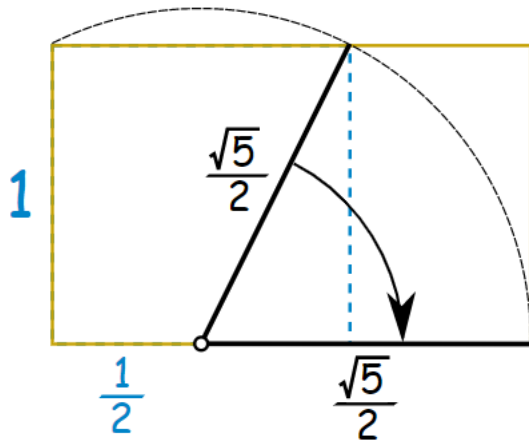
$$\Rightarrow \varphi_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 + 4}}{2}$$

Vi behåller enbart den positiva lösningen (längd)

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1.618$$

UPPGIFT 2

a) f (g):



h) Kom ihåg att $\varphi = \frac{a+b}{a}$, eftersom: $a + b = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2}$ och $a=1$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.618$$

UPPGIFT 9: ATT SKAPA KONST MED FUNKTIONER

UPPGIFT 1

[Möjlig lösning]

C	$(x+4)^2+(y-1)^2=1^2 \{x < -3.25\}$	
L	$x=-2.5 \{0 < y < 2\}$	$y=0 \{-2.5 < x < -1.5\}$
A	$2x+2 \{-1 < x < 0\}$	$-2x+2 \{0 < x < 1\}$
	$y=1 \{-0.5 < x < 0.5\}$	
S	$(x-2)^2+(y-1.5)^2=0.25 \{y > 1.5\}$	$(x-2)^2+(y-1.5)^2=.25 \{1.5 < x < 2\}$
	$(x-2)^2+(y-0.5)^2=.25 \{2 < x < 2.5\}$	$(x-2)^2+(y-0.5)^2=.25 \{y < 0.5\}$
S	$(x-3.5)^2+(y-1.5)^2=0.25 \{y > 1.5\}$	$(x-3.5)^2+(y-1.5)^2=.25 \{3 < x < 3.5\}$
	$(x-3.5)^2+(y-0.5)^2=.25 \{3.5 < x < 4\}$	$(x-3.5)^2+(y-.5)^2=.25 \{y < 0.5\}$

PAGE *
MERGED

M	$x=-6 \{0 < y < 2\}$	$-1x-4 \{-6 < x < -5\}$
	$x+6 \{-5 < x < -4\}$	$x=-4 \{0 < y < 2\}$
A	$2x+6 \{-3 < x < -2\}$	$-2x-2 \{-2 < x < -1\}$
	$y=1 \{-2.5 < x < -1.5\}$	
T	$y=2 \{0 < x < 2\}$	$x=1 \{0 < y < 2\}$
H	$x=3 \{0 < y < 2\}$	$x=3 \{0 < y < 2\}$
	$x=3 \{0 < y < 2\}$	
S	$(x-6)^2+(y-1.5)^2=0.25 \{y > 1.5\}$	$(x-6)^2+(y-1.5)^2=.25 \{5 < x < 6\}$
	$(x-6)^2+(y-0.5)^2=.25 \{6 < x < 6.5\}$	$(x-6)^2+(y-0.5)^2=.25 \{y < 0.5\}$

UPPGIFT 2

[Öppen fråga]

UPPGIFT 10: MÖNSTER I PORTUGISISKA TROTTOARER

UPPGIFT 1

1.1 Rotation 180° (halvt varv).

1.2 Sektorer \vec{u} och \vec{v} .

UPPGIFT 2

2.1 Glidreflektion and förflyttningar.

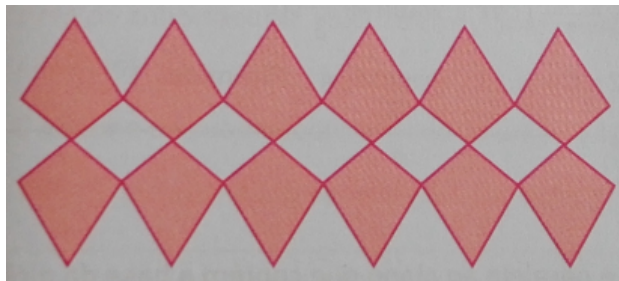
2.2 Vertikala reflektioner, horisontella reflektioner, rotation 180° (halvt varv) och förflyttning.

2.3 Vertikal reflektion, glidreflektion, rotation 180° (halvt varv) and förflyttning.

PAGE *
MERGED

UPPGIFT 3

[Tänkbar lösning]



UPPGIFT 4

I: Förflyttning;

II: Vertikal reflektion och förflyttning;

III: Horisontell reflektion och förflyttning;

IV: Rotation 180° (halvt varv) och förflyttning.

UPPGIFT 11: FRAKTALER OCH DIMENSIONER

Arkimedes använde det faktum att omkretsen av en cirkel begränsas av omkretsen av en inskriven polygon och omkretsen av en omskriven polygon.

Detta faktum användes för att uppskatta π .

Arkimedes använde en 96-sidig polygon för att hitta följande uppskattning::

$$\frac{223}{71} < \pi > \frac{22}{7}$$

Det är lätt att använda denna metod med hjälp av trigonometri, Arkimedes använde dock endast geometri och grekiska siffror.

UPPGIFT 12: FIBONACCISPIRAL I BILDKONST

UPPGIFT 1

$M(7) = 13$ par kaniner

$M(12) = 144$ par kaniner

$M(25) = 75025$ (eftersom $M(22) = 17711$ och $M(24) = 46368$)

UPPGIFT 2

a) 2 sätt (1-1-1, 1-1-2)

b) 3 sätt (1-1-1-1, 1-2-1, 1-1-2)

c) 55 sätt

UPPGIFT 13: PAPPERSVIKNINGSGEOMETRI

Kropp	Antal sidor	Form på sidan	Gradantal i den liksida figurens hörn	Vinkelsumma i likhörningens hörn
fyrhörning	4	Liksidig triangel	60	$3 \cdot 60 = 180$
sexhörning	6	kvadrat	90	360
åtthörning	8	Liksidig triangel	60	180
dodekaeder	12	åtthörning	108	540
ikosaeder	20	Liksidig triangel	60	180

UPPGIFT 14: FÖRHÅLLANDE MELLAN NOTERS FREKVENSER

Det har bevisats att $r_3 = r_2 \cdot r_1$

$$\Rightarrow 3/2 = 6/5 \cdot r_1$$

$$\Rightarrow r_1 = 5/4$$

Men vi vet att $r_1 = f_1/f_0$ och att $f_1 = 5$ Hz

$$\Rightarrow f_0 = 4 \text{ Hz}$$

UPPGIFT 15: PYTHAGORISK STÄMNING OCH FÖRHÅLLANDEN

UPPGIFT

1)

C	D	E	F	G	A	B	C'	D'	E'	F'	
8:	9										x2
	2:				3						x9
16:					27						

2)

C	D	E	F	G	A	B	C'	D'	E'	F'	
16:					27						x2
					2:				3		x27
32:									81		

3)

C	D	E	F	G	A	B	C'	D'	E'	F'	
32:									81		x2
		1:							2		x81
64:		81									

4)

C	D	E	F	G	A	B	C'	D'	E'	F'	
64:		81									x2
		2:				3					x81

128:						243					
------	--	--	--	--	--	-----	--	--	--	--	--

5)

C	D	E	F	G	A	B	C'	D'	E'	F'	
128:						243					x2
						2:				3	x243
256:										729	

6)

C	D	E	F	G	A	B	C'	D'	E'	F'	
256:										729	x2
			1:							2	x729
512:			729								

Du kan nu visa förhållandena för alla toner!

C	D	E	F	G	A	B	C'
1/1	9/8	81/64	729/512	3/2	27/16	243/128	2/1

UPPGIFT 16: SIFFERSERIER I HARMONISKA SERIER

UPPGIFT 1

Klicka på länken för ett exempel:

<https://www.youtube.com/watch?v=AQJw95-H9mM>

UPPGIFT 2

2.1) $u_n = 5n - 2$

2.2) $u_n = -3n + 1$

2.3) $u_n = \frac{1}{n}$

2.4) $u_n = \frac{1}{3n}$

2.5) $u_n = \frac{1}{n^3}$

UPPGIFT 3

3.1) 3, 6, 9, 12, 15, ...

3.2) 4, 9, 14, 19, 24, ...

3.3) $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{25}, \dots$

3.4) $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \dots$

UPPGIFT 17: MUSIK OCH GYLLENE SNITTET

UPPGIFT

1. $\varphi = \frac{(a+b)}{a}$

$$\alpha = \frac{(a+b)}{\varphi}$$

$$a = \frac{55}{\varphi} = 34$$

2. $\varphi = \frac{a}{b}$

$$b = \frac{a}{\varphi}$$

$$b = \frac{34}{\varphi} = 21$$

3. $\varphi = \frac{55}{34} = \frac{34}{21} \approx 1,618$

UPPGIFT 18: POTENSER I 12-TONSSKALAN

UPPGIFT 1

1.1. -8

1.2. 1

1.3. $\frac{4}{25}$

1.4. 0

1.5. $\frac{1}{16}$

UPPGIFT 2

2.11. $4^3 \times 4^5 = 4^8;$



2.12. $(-3)^3 \times (-3)^5 = (-3)^8$;

2.13. $5^7 : 5^5 = 5^2$;

2.14. $\left(-\frac{3}{2}\right)^8 : \left(-\frac{3}{2}\right)^5 = \left(-\frac{3}{2}\right)^3$;

2.15. $(3^5)^2 = 3^{10}$;

2.16. $(3^5)^3 = 3^{15}$;

2.17. $\left(\frac{27}{8}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^6$

UPPGIFT 3

3.1. $\left(\frac{1}{2}\right)^3$;

3.2. $\left(\frac{5}{3}\right)^{12}$;

3.3. $\left(\frac{1}{5}\right)^{11}$;

3.4. $\left(\frac{3}{5}\right)^{12}$.

UPPGIFT 4

4.1. 64;

4.2. 18;

4.3. $\frac{9}{25}$.

UPPGIFT 19: FÖRHÅLLANDEN I TONERS FREKVENSER

$$(a) ma+nb+sc = m \log(2) + n \log (3/2) + s \log (5/4)$$

Men vi måste ta hänsyn till följande egenskaper hos logaritmer:

$$x \log y = \log (y)^x$$
$$\text{och } \log(x) + \log (y) = \log (xy)$$

$$\text{Så } ma+nb+sc = \log(2)^m + \log (3/2)^n + \log (5/4)^s$$

$$ma+nb+sc = \log [(2)^m (3/2)^n (5/4)^s]$$

Följaktligen är förhållandet mellan det slumpmässiga intervallet $ma+nb+sc$ $(2)^m (3/2)^n (5/4)^s$

På detta sätt har vi bevisat att vilket intervall som helst kan bestämmas som funktioner för a , b och c .

(b) Intervalllet definieras som $b + c$, (vi har tagit det slumpmässiga intervallet $ma + nb + sc$ med tanke på att $m = 0$, $n = 1$ och $s = 1$). Följaktligen är förhållandet $(3/2) (5/4) = (15/8)$

UPPGIFT 20: TAKTEKVATIONEN

1) D och C

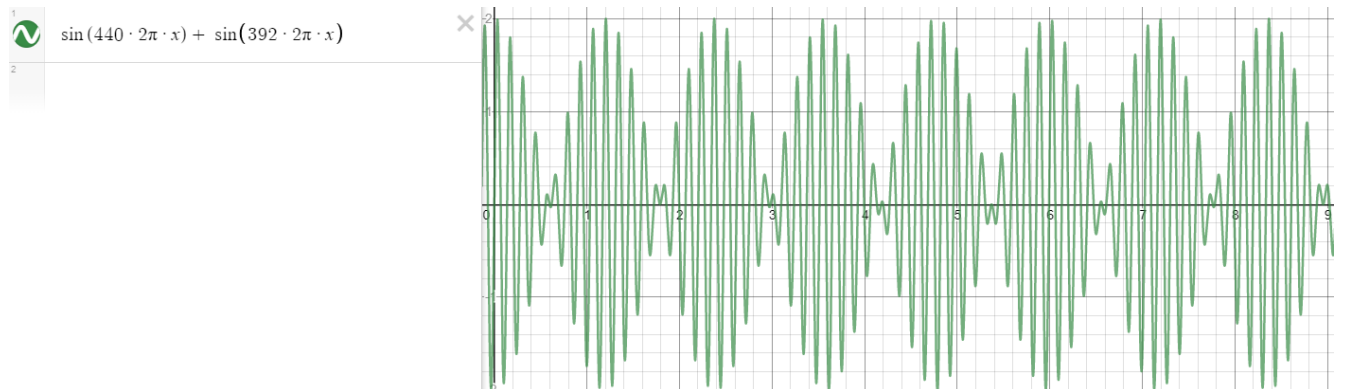
$$\begin{aligned} & \sin(293.66 \cdot 2\pi \cdot x) + \sin(261.63 \cdot 2\pi \cdot x) \\ &= 2\sin(277.64x \cdot 2\pi) + \cos(32x \cdot 2\pi) \end{aligned}$$



PAGE *
MERCEO

2) A och G

$$\sin(440 \cdot 2\pi \cdot x) + \sin(392 \cdot 2\pi \cdot x) = 2\sin(416x \cdot 2\pi) + \cos(48x \cdot 2\pi)$$



UPPGIFT 21: TRIGONOMETRISKA FUNKTIONER I HARMONISKA SERIER

UPPGIFT 1

1.1 $P = \pi$

1.2 $P = 6$

1.3 $P = \frac{2\pi}{5}$

1.4 $P = 2$

1.5 $P = \frac{\pi}{2}$

1.6 $P = 2$

UPPGIFT 2

2.1. $x = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi \vee x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z};$

2.2. $x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi \vee x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z};$

2.3. Omöjligt eftersom $-1 \leq \sin x \leq 1$ and $2 \notin [-1; 1];$

2.4. $x = \frac{\pi}{12} + k\pi \vee x = \frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

UPPGIFT 3

3.1. $x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi \vee x = -\frac{3\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z};$

3.2. $x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \vee x = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z};$

3.3. $x = \pi \vee x = 3\pi.$

UPPGIFT 4

4.1. $x = \frac{5\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z};$

4.2. $x = \frac{\pi}{8} \vee x = \frac{5\pi}{8} \vee x = \frac{9\pi}{8} \vee x = \frac{13\pi}{8}.$

UPPGIFT 22: MUSIK OCH FIBONACCI

$$x_{16} = \frac{\varphi^{16} - (1-\varphi)^{16}}{\sqrt{5}} = 987$$

$$x_{17} = \frac{\varphi^{17} - (1-\varphi)^{17}}{\sqrt{5}} = 1597$$

$$x_{18} = \frac{\varphi^{18} - (1-\varphi)^{18}}{\sqrt{5}} = 2584$$

$$x_{19} = \frac{\varphi^{19} - (1-\varphi)^{19}}{\sqrt{5}} = 4181$$

$$x_{20} = \frac{\varphi^{20} - (1-\varphi)^{20}}{\sqrt{5}} = 6765$$

UPPGIFT 23: PYTHAGORAS MATEMATISKA MUSIK

UPPGIFT

6) Tonens våglängd är 4 gånger avståndet från mun till vattenyta, en 1/4-delad våg bildas därmed i flaskan! Ju högre toner, desto mindre är våglängderna.

$$\frac{340 \text{ m/s}}{\text{frekvens}} = \text{våglängd}$$

UPPGIFT 24: PYTHAGORAS MATEMATISKA MUSIK

UPPGIFT 1

Tonens våglängd är 4 gånger avståndet från munnen till vattenytan, en 1/4-dels våg bildas därmed i flaskan!

$$\frac{340 \text{ m/s}}{\text{frekvens}} = \text{våglängd}$$

UPPGIFT 2

Om du blåser i flaskan kommer luften att vibrera. Om du slår på flaskan är det flaskan som vibrerar. Ljudet när du blåser blir högre än när du slår.

UPPGIFT 25: BACH OCH DET MUSIKALISKA MÖBIUSBANDET

UPPGIFT

a) $4\frac{2}{3} au$

b) $2\frac{2}{3} au$

UPPGIFT 26 : BACH OCH DET MUSIKALISKA MÖBIUSBANDET a: 3 varv

b: 102 cm

UPPGIFT 27: LOGARITMER I TEMPERERAD SKALA

PAGE *
MERGED

UPPGIFT 1

1.1. 6	1.2. 1	1.3. -4	1.4. 0	1.5. $-\frac{1}{2}$
1.6. 6	1.7. 3	1.8. -2	1.9. $\frac{1}{2}$	1.10. $\frac{4}{3}$
1.11. $-\frac{1}{2}$	1.12. -2	1.13. -7		

UPPGIFT 2

2.11. 4;

2.12. -2;

2.13. -7;

2.14. $-\frac{19}{5}$;

2.15. -1 ;

2.16. $-\frac{5}{6}$.

UPPGIFT 3

3.1. 10 ;

3.2. 1 ;

3.3. 40 .

UPPGIFT 4

-2 .

UPPGIFT 28: GRUNDLÄGGANDE ARITMETIK I "DRAGDJUR" (MANNEN SOM RÄKNADE, KAPITEL III)

UPPGIFT 1

1) b

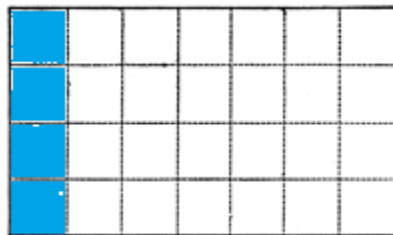
2) a

3) b

4.1) [Möjlig lösning]

4.2) [Möjlig lösning]

5.1) b



5.2) c

5.3) b

5.4) b

5.5) c

5.6) c

6.1) b

6.2) c

6.3) a

6.4) a

7) a

8) b

9) b

10) c

11) b

UPPGIFT 2

[Rollspel]

UPPGIFT 29: GEOMETRI GENOM EUKLIDES ELEMENTA

UPPGIFT

[Rollspel]

UPPGIFT 30: VOLYMER I "SJUNDE HIMLEN" (MANNEN SOM RÄKNADE, KAPITEL VIII)

UPPGIFT 1

[Rollspel]

UPPGIFT 2

1.1. 216 cm^3 .

1.2. 24 cm^3 .

1.3. 192 cm^3 .

UPPGIFT 3

$564\pi \text{ cm}^3$.

UPPGIFT 31: LOGIK MED "LEKTIONEN" AV E. IONESCO

UPPGIFT 1

- (i) Nej
- (ii) Ja
- (iii) Nej

(II)

P	P'
A	A' (Falskt)
Y	Y' (Sant)

(III)

P1	P2	P1 och P2
A	Y	Falskt
Y	A	Falskt
Y	Y	Falskt
A	A	Sant

(IV)

P1	P2	P1 or P2
A	Y	Sant
Y	A	Sant
Y	Y	Falskt
A	A	Sant

UPPGIFT 2

FÖRSLAG

- Efter att några grundläggande begrepp i matematisk logik har diskuterats, såsom matematisk sanning, matematisk implikation, matematisk jämvikt, kan detta manus läsas eller ges som läxor hemma för att memoreras och spelas upp av eleverna..
- Läraren kan berätta för eleverna om vem Eugene Ionesco var genom detta:
https://en.wikipedia.org/wiki/Eug%C3%A8ne_Ionesco
- Alternativt låta eleverna söka fakta om Ionesco och presentera i grupper.
- Musik: Det är alltid välkommet som bakgrund.
- Rekvisita: De kan använda matematiska redskap i klassrummet.
- Kläder: Våldigt enkla och kan tas med hemifrån.

UPPGIFT 32: PRIMTAL I "THE BIG BANG THEORY" AV CHUCK LORRE OCH BILL PRADY

55	sammansatt
41	primtal
37	primtal
49	sammansatt
17	primtal

Primtalsfaktorisering

- a) $15 = 5 \times 3$
- b) $36 = 3 \times 2 \times 3 \times 2 = 3^2 \times 2^2$
- c) $72 = 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 3^2 \times 2^3$
- d) $118 = 2 \times 59$
- e) $270 = 5 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 5 \times 2 \times 3^3$

Försök med följande tal:

- a) 493

$$\sqrt{493} = 22.2036033112$$

Kontrollera om det kan delas med 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19

Det kan bara delas med 17

$$493 = 17 \times 29$$

- b) 2486

$$\sqrt{2486} = 49.8598034493$$

Kontrollera om det kan delas med 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41,

43, 47

Det kan bara delas med 2, 11

$$2486 = 2 \times 11 \times 113$$

- c) 11541

$$\sqrt{11541} = 107.429046352$$

Kontrollera om det kan delas med 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107

Det kan bara delas med 3

$$11541 = 3 \times 3847$$

d) 199

$$\sqrt{199} = 14.1067359797$$

Kontrollera om det kan delas med 2, 3, 5, 7, 11, 13

Det kan inte delas med något av dem, alltså är det ett primtal.

UPPGIFT

$$\sqrt{73} = 8.54400374532$$

Kontrollera om det kan delas med 2, 3, 5, 7

Det kan inte delas med något av dem, alltså är det ett primtal.

$$\sqrt{37} = 6.0827625303$$

Kontrollera om det kan delas med 2, 3, 5

Det kan inte delas med något av dem, alltså är det ett primtal.

73 är det 21:a primtalet

$$N = 21 \text{ och } P_n = 73$$

$$21 = 7 \times 3$$

37 är det 12:e primtalet

$$N = 21 \text{ och } P_n = 73$$

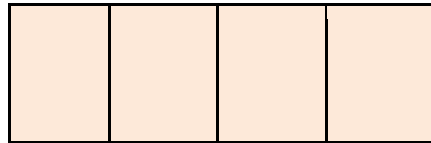
$$\text{rev}(p_{21}) = \text{rev}(73) = 37$$

$$p_{\text{rev}(21)} = p_{12} = 37$$

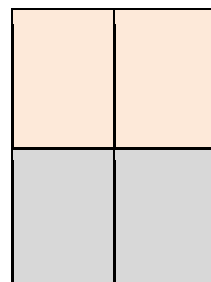
UPPGIFT 33: PRIMTALSTEORI OCH PARTITIONER I "THE MAN WHO KNEW INFINITY" AV MATTHEW BROWN

UPPGIFT

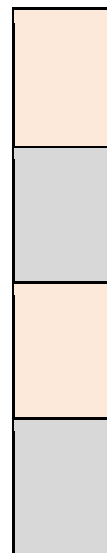
- 4



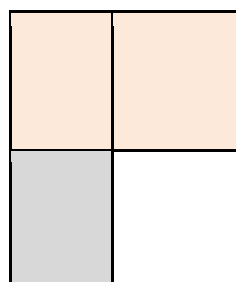
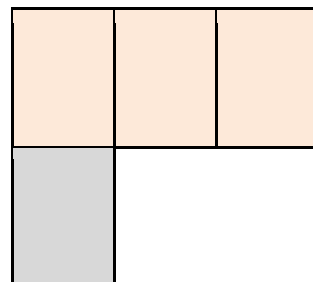
- 2+2;

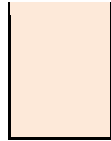


- 1+3;



- 1+1+2;





- $1+1+1+1$;

UPPGIFT 34: ICKE-FORMELL MATEMATIK I FILMEN “X+Y”

LÖSNING

Lösningen på de frågor som ställs i uppgiften beskrivs här:

0 står för uppvända kort och 1 för nedåtvända.

Ursprungligen är alla korten vända nedåt så den första raden blir 1111 ...

A move can either change 10 to 01 or 11 to 00 and so the resulting number in binary is strictly less than the previous one. Ett drag kan antingen ändras 10 till 01 eller 11 till 00 och det resulterande antalet i binär form är alltså mindre än det föregående.

Alltså börjar man från 1111 .. talet minskar med varje drag, och dragen måste så småningom avslutas vid 000 ...

Oavsett vilket nedåtvänt kort du väljer kommer du att sluta med alla kort uppåt.



Lösningen ur filmen:

https://www.youtube.com/watch?time_continue=14&v=mYAahN1G8Y8

UPPGIFT 35: BAYES SATS I "TILLBAKA TILL FRAMTIDEN" AV ROBERT ZEMECKIS

UPPGIFT

- $P(1955 | F328)$ och $P(1871 | F328)$ motsvarar 0,0.
- Vi har två olika val: 1985 och 2019

$$P(1985 | F328) = \frac{P(1985) * P(F328|1985)}{P(F328)}$$

$$P(2019 | F328) = \frac{P(2019) * P(F328|2019)}{P(F328)}$$

Vi behöver veta vad $P(F328)$ är innan vi kan fortsätta:

$$P(F328) = (0,12 * 0,032) + (0,03 * 0,0064) = 0,004$$

$$P(1985 | F328) = \frac{0,032 * 0,12}{0,004} = 0,96$$

$$P(2019 | F328) = \frac{0,0064 * 0,03}{0,004} = 0,04$$

Det är nästan garanterat år 1985 eftersom det är 96% chans och 4% att vara 2019.

UPPGIFT 36: SANNOLIKHET I "21" AV ROBERT LUKETIC

UPPGIFT

Låt oss först se sannolikheten för att ha vart och ett av de alternativ som finns:

$P(\text{Ess}) = \frac{4}{10}$	$P(10) = \frac{2}{10}$	$P(\text{Knekt}) = \frac{1}{10}$	$P(4) = \frac{1}{10}$	$P(5) = \frac{2}{10}$
--------------------------------	------------------------	----------------------------------	-----------------------	-----------------------

- Vi märker att de två korten inte kan innehålla en 4:a eller en 5:a, eftersom summan med de andra inte blir 21 poäng.
- Vi märker också att vi kommer att behöva given för att få med ett ess och en 10:a.
- För att beräkna detta måste vi beräkna sannolikheten för att få antingen ett ess och en 10:a eller ett ess och ett knekt.

Matematiskt utskrivet blir den slutliga beräkningen: $P(A \cup B)$

- Vi kommer att behöva använda formeln $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ för varje fall

$$1) P(A \cap B) = \frac{4}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{8}{100} = \frac{4}{50}$$

$$2) P(A \cap C) = \frac{4}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{4}{100} = \frac{2}{50}$$

- Nu behöver vi beräkna $P(B \cap C) = \frac{4}{50} \times \frac{2}{50} = \frac{8}{250}$

- Och slutligen använda formeln $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

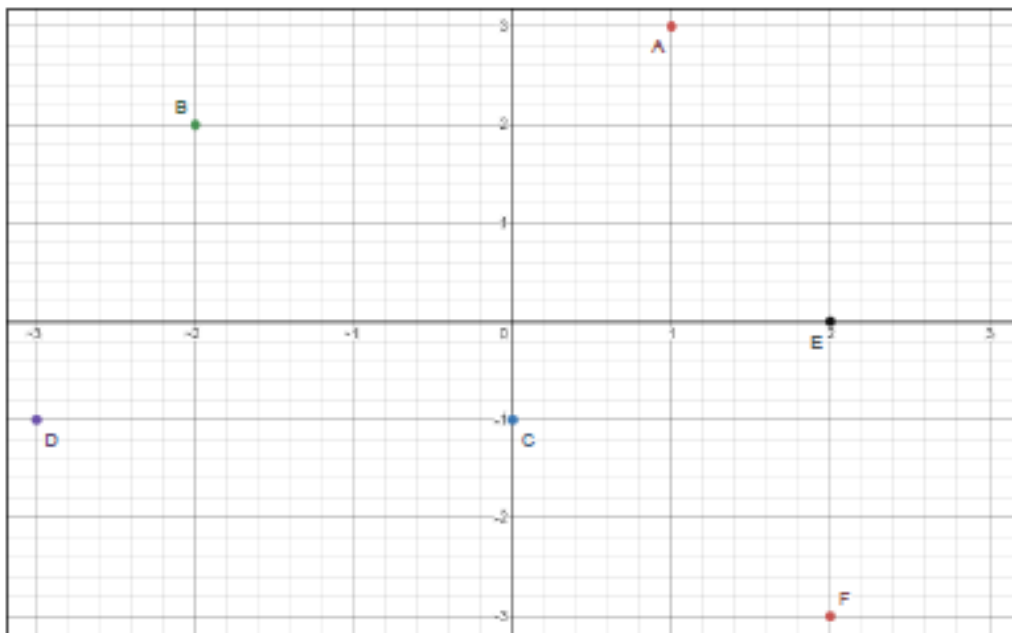
$$P(B \cup C) = \frac{4+2}{50} - \frac{8}{250} = \frac{30}{250} - \frac{8}{250} = \frac{22}{250} = \frac{11}{125} = 0,088$$

UPPGIFT 37: KOORDINATYSTEM I FILMEN "KINGDOM OF HEAVEN"

UPPGIFT 1

$A(2, 0)$, $B(2, 3)$, $C(-3, 4)$, $D(-2, -1)$ e $E(0, -2)$

UPPGIFT 2



UPPGIFT 3

Finns inget facit.

UPPGIFT 38: SANNOLIKHET OCH STATISTIK GENOM FILMEN "MONEYBALL"

UPPGIFT 1

$$1.1 \quad RC = \frac{TB*(H+BB)}{PA}$$

$$RC(HOU) = \sim 738$$

$$RC(LAA) = \sim 680$$

$$RC(OAK) = \sim 767$$

$$RC(SEA) = \sim 677$$

$$RC(TEX) = \sim 666$$

1.2

$$HOU = 7,4\%$$

$$LAA = 5,6\%$$

$$OAK = 5,6\%$$

$$SEA = 0\%$$

$$TEX = 9,6\%$$

UPPGIFT 2

2.1

PAGE *
MERGED

$$SecA = \frac{BB + (TB - H) + (SB + CS)}{AB}$$

$$SecA(PG) = 0,41$$

$$SecA(CD) = 0,21$$

$$SecA(JV) = 0,35$$

$$SecA(YG) = 0,19$$

$$SecA(JM) = 0,2$$

Enligt sekundär medels-ekvationen (the Secondary Average statistics) är Paul Goldschmidt troligtvis mest effektiv.

$$2.2 \quad RF = \frac{A+PO}{G}$$

$$RF(PG) = 9,06$$

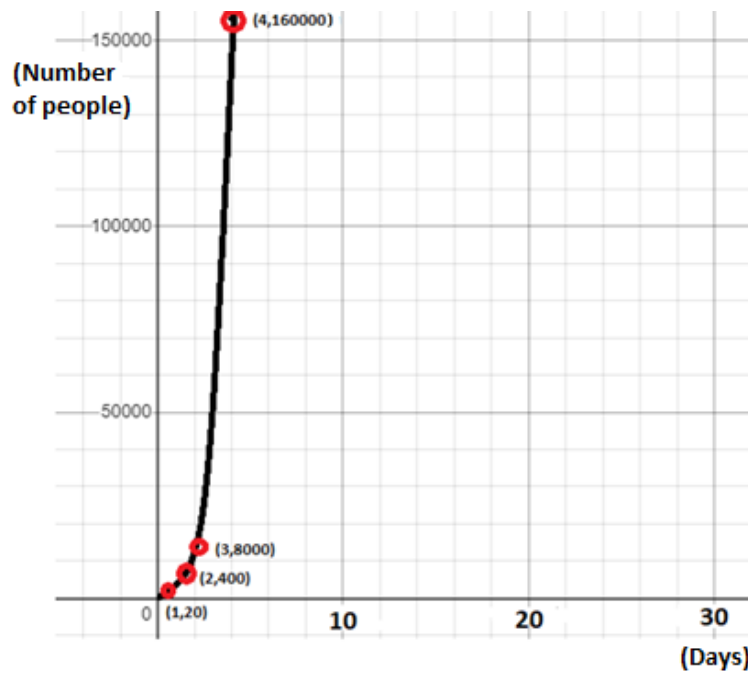
UPPGIFT 39: EXPONENTIELL TILLVÄXT I FILMEN "PAY IT FORWARD"

UPPGIFT 1

1.1

Timmar	Antal celler	Mönster
1	$20 = 20$	$y = 20^1$
2	$400 = 20(20)$	$y = 20^2$
3	$8000 = 20(20 \times 20)$	$y = 20^3$
4	$160000 = 20(20 \times 20 \times 20)$	$y = 20^4$

1.2



PAGE *
MERGED

UPPGIFT 2

$$2000(1 + 0,15)^6 = \sim 4626$$

UPPGIFT 3

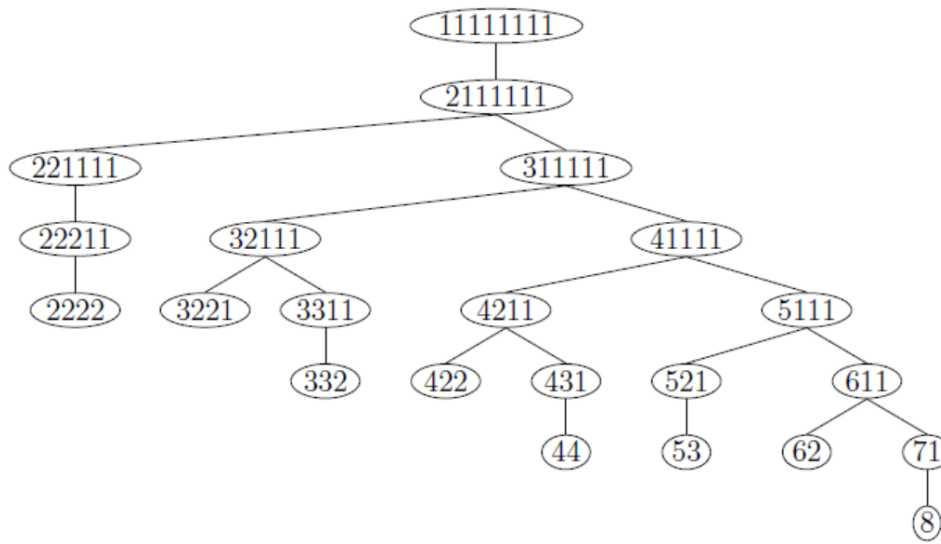
UPPGIFT 40: PRIMTALSTEORI I FILMEN "THE MAN WHO KNEW INFINITY"

$$S = p(4) + p(6) + p(8) = 5 + 11 + 22 = 38$$

$$p(6) = 11$$

- $1+1+1+1+1+1$
- $2+1+1+1+1$
- $2+2+2$
- $2+2+1+1$
- $3+1+1+1$
- $3+2+1$
- $3+3$
- $4+1+1$
- $4+2$
- $5+1$
- 6

På samma sätt, $p(8)=22$



UPPGIFT 41: DERIVATA AV EN FUNKTION I FILMEN "DOLDA TILLGÅNGAR"

UPPGIFT 1

[Ingen lösning]

UPPGIFT 2

$$f(x) = x^2,$$

So, we must estimate $f(x+\Delta x)$.

Actually, we take $f(x)=x^2$ and instead of x , we use $x+\Delta x$.

So, in the place of x , we put $x+\Delta x$

So, from $f(x) = x^2$, we now get $f(x+\Delta x) = (x+\Delta x)^2$

But we know that if we expand $(x+\Delta x)^2 = x^2 + 2x \Delta x + (\Delta x)^2$

$$\Rightarrow f(x+\Delta x) = x^2 + 2x \Delta x + (\Delta x)^2$$

The numerator of the slope formula is:

$$f(x+\Delta x) - f(x) = x^2 + 2x \Delta x + (\Delta x)^2 - x^2 = 2x \Delta x + (\Delta x)^2$$

So, the formula gets the following final expression:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2x\Delta x + \Delta x \Delta x}{\Delta x} = \frac{\Delta x(2x + \Delta x)}{\Delta x} = 2x + \Delta x$$

Which as Δx heads towards 0:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = 2x$$

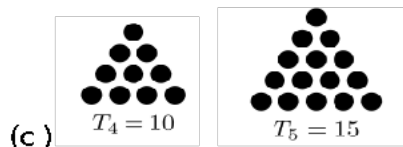
UPPGIFT 42: TRIANGULÄRA TAL I "EN GÅTFULL VÄNSKAP"

(a) $T_4 = \sum_{k=0}^4 k = 1+2+3+4 = \frac{4(4+1)}{2} = \frac{4(4+1)}{2} = 10$

$T_5 = \sum_{k=0}^5 k = 1+2+3+4+5 = \frac{5(5+1)}{2} = \frac{5(5+1)}{2} = 15$

(b) For T_4 the number of dots equals to 10, inasmuch $T_4=10$. The length of the T_4 triangle equals to $n=4$

For T_5 the number of dots equals to 15, inasmuch $T_5=15$. The length of the T_5 triangle equals to $n=5$



(d) $T_4 + T_5 = 10 + 15 = 25$

(e) Two consecutive triangular numbers can be expressed as T_n and T_{n-1} .

Accordingly, the formulas are given below:

$$T_n = \sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2+n}{2}$$

$$T_{n-1} = \sum_{k=0}^{n-1} k = \frac{(n-1)(n-1+1)}{2} = \frac{n^2-n}{2}$$

$$T_n + T_{n-1} = \frac{n^2+n}{2} + \frac{n^2-n}{2} = \frac{2n^2}{2} = n^2 \text{ which is a square number by definition}$$

(f) The results of (d) do reflect to (e). 25 can be expressed as $5 \times 5 = 5^2$ which is a square number (perfect square).

UPPGIFT 43: KVADRATFUNKTIONER I FILMEN "OCTOBER SKY"

UPPGIFT 1

- 1.1. 401,5 m.
- 1.2. Maxhöjd = 101,5 m; Avstånd = 200 m.

UPPGIFT 2

$$x \in]-\infty; 1[\cup]3; +\infty[.$$

UPPGIFT 3

- 2.1. $h(0) = 1$. Bollen skjuts från en höjd på 1 meter.
- 2.2. Bollens maximala höjd var 73,2 m och inträffade 3,8 s efter uppskjutet.
- 2.3. Bollen träffade marken cirka 7,6 sekunder efter att den sköts iväg.
- 2.4. Bollen var mindre än 30 meter från marken under de första 0,9 sekunderna och efter 6,7 sekunder.

UPPGIFT 44: PRIMTAL - THE MAN WHO KNEW INFINITY

Inget facit, det är en praktisk övning.

UPPGIFT 45: SANNOLIKHET I SPEGELVÄND

UPPGIFT

1 Inget facit, det är en praktisk övning.

2 $1/6$

3 21

4 $1/6, 1/2, 1/36$

UPPGIFT 46: PRIMTAL I "DEN BESYNNERLIGA HÄNDELSEN MED HUNDEN OM NATTEN" AV MARK HADDON

Primtal

55	sammansatt
41	primtal
37	primtal
49	sammansatt

17	primal
----	--------

UPPGIFTER

n	$2^n - 1$	$2^{n-1}(2^n - 1)$	n = primtal?	$2^n - 1$ primtal?	Perfekt?
2	3	6	Ja	Ja	Ja
3	7	28	Ja	Ja	Ja
5	31	496	Ja	Ja	Ja
7	127	8128	Ja	Ja	Ja
11	2047	2096128	Ja	Nej	Nej
13	8191	33550336	Ja	Ja	Ja
17	131071	8589869056	Ja	Ja	Ja
19	524287	34359476224	Ja	Ja	Ja

UPPGIFT 47: AVKODA MED FIBONACCI-SEKVENSEN I "DA VINCI-KODEN" AV DAN BROWN

Fibonaccis talserie - Vilka är de följande tre talen?

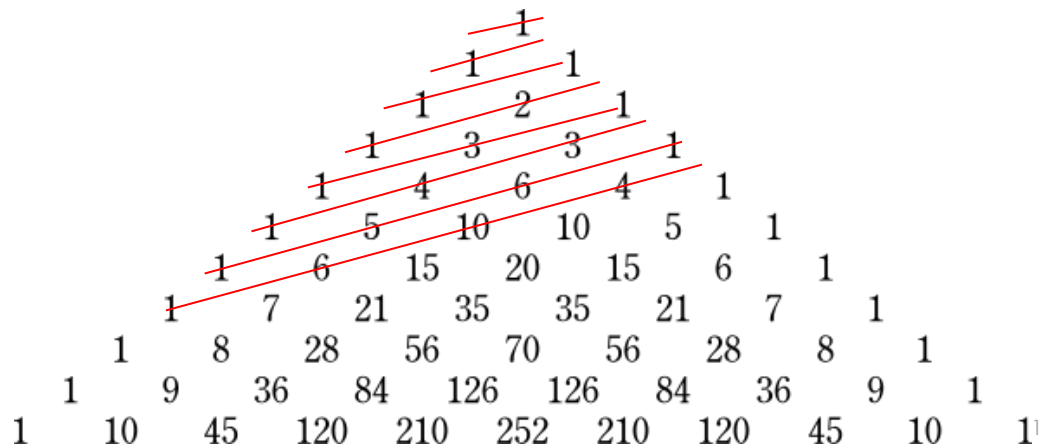
$$8+13=21$$

$$13+21=34$$

$$21+34=55$$

UPPGIFT

- a. Första raden: Fibonacciserien är blandad.
 Andra raden: Leonardo da Vinci
 Tredje raden: The Mona Lisa
- b) Hitta Fibonacci-sekvensen som är dold i figuren nedan, **Pascals Triangel**.



UPPGIFT 48: ATT SKRIVA PILISH (Π-ISH)

UPPGIFT 1

3,14159 26535 89793 23846

UPPGIFT 2

[Inget facit]

¹ Pascal's triangle by Kazukiokumura ([CC BY-SA 3.0](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/))

UPPGIFT 3

$$P = 10\pi \text{ cm} \text{ (exakt värde)}$$

$$P \approx 31,4 \text{ cm} \text{ (ungefärligt värde).}$$

UPPGIFT 4

$$A = 100\pi \text{ cm}^2 \text{ (exakt värde)}$$

$$A \approx 314 \text{ cm}^2 \text{ (ungefärligt värde).}$$

UPPGIFT 49: KONISKA SEKTORER I ALICE I UNDERLANDET AV LEWIS CARROLL

Koniska sektorer

1. The initial equation is $y^2 = 4ax$
Since the focus is at -5 on the x axis, the equation becomes: $y^2 = 4(-5)x$
The answer is $y^2 = -20x$

3. Hitta centrum och radie på denna cirkel: $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 6 = 0$

$$x^2 + y^2 - 4x + 8y - 6 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 4x + 8y = 6$$

$$(x^2 - 4x) + (y^2 + 8y) = 6$$

$$[x^2 - 2(x)(2) + 2^2] + [y^2 + 2(y)(4) + 4^2] - 4 - 16 = 6$$

$$(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = \sqrt{26}^2$$

$$\text{Eftersom } (y + 4)^2 = (y - (-4))^2,$$

Kan vi få fram att koordinaterna för den ursprungliga ekvationen $x^2 +$

$$y^2 = a^2$$

Centrum är $(2; -4)$, och radien är $\sqrt{26}$

UPPGIFT

1. Rita directrix, fokus och kurvan i bilden:



2.

a) En hyperbola

b) Varför tror du att författaren lät katten få egenskapen att framträda och försvinna som den ville?

UPPGIFT 50: DIAGRAM I KATHRINE-TEORIN

UPPGIFT 1

Inget facit. Praktisk uppgift

UPPGIFT 2

A) $y = -x/2 + 2$

B) $y = -x/4 + 4$

C) $y = 3x + 1$ and $y = -x/3 + 5$

UPPGIFT 51: MUMINPAPPAN OCH HAVET, SKALA

Uppgift

Inget facit. Praktisk uppgift

PAGE *
MERCEO

UPPGIFT 52: TOPOLOGI I "LIFTARENS GUIDE TILL GALAXEN"

Uppgift

1. 2 (antalet öglor (i siffran åtta)

3. 1, 2, 3, 5 och 7 eftersom det inte finns några öglor i dessa siffror

UPPGIFT 53: MATEMATISK POESI

Inget facit. Praktisk uppgift

UPPGIFT 54: SANNOLIKHET I "DEN BESYNNERLIGA HÄNDELSEN MED HUNDEN OM NATTEN"

UPPGIFT 1

Getterna och bilarna

När du börjar har du $\frac{1}{3}$ chans att få en bil. Det finns $\frac{2}{3}$ chans att du får en bil om du ändrar dig och $\frac{1}{3}$ chans om du stannar kvar vid ditt ursprungliga val. Det enklaste sättet att visa rätt svar är att skapa ett flödesschema:

Du väljer en dörr					
Du väljer en dörr och det är en get bakom den		Du väljer en dörr och det är en get bakom den		Du väljer en dörr och det är en bil bakom den	
Du byter inte	Du byter	Du byter inte	Du byter	Du byter inte	Du byter
get	bil	get	bil	bil	get

PAGE *
MERGED

UPPGIFT 2

Bilfärger

a $\frac{1}{64}$

b $\frac{1}{256}$

c $\frac{1}{1024}$

UPPGIFT 55 FARBROR PETROS OCH GOLDBACHS HYPOTES

Vi testar:

a) $46 = 23 + 23 = 29 + 17 = 41 + 5 = 43 + 3$

b) $38 = 19 + 19 = 31 + 7$

c) $14 = 7 + 7 = 11 + 3$

d) $22 = 11 + 11 = 17 + 5 = 19 + 3$

e) $40 = 23 + 17 = 29 + 11 = 37 + 3$

UPPGIFT 1:

a) $52 = 23 + 29$

JA NEJ

b) $76 = 9 + 67$

JA NEJ Rätt svar:

$76 = 3 + 73 = 5 + 71 = 17 + 59 = 23 + 53 = 29 + 47$

c) $80 = 59 + 21$

JA NEJ Rätt svar:

$80 = 7 + 73 = 13 + 67 = 19 + 61 = 37 + 43$

d) $120 = 73 + 47$

JA NEJ

e) $64 = 19 + 45$

JA NEJ Rätt svar:

$64 = 3 + 61 = 11 + 53 = 17 + 47 = 23 + 41$

f) $92 = 89 + 3$

JA NEJ**UPPGIFT 2:**

a) $90 = 31 + 59 = 7 + 83 = 11 + 79 = 17 + 73 = 19 + 71 = 23 + 67 = 29 + 61$
 $= 37 + 53 = 43 + 47$

b) $56 = 3 + 53 = 13 + 43 = 19 + 37$

c) $88 = 71 + 17 = 29 + 59 = 41 + 47$