

# ΜΕΡΟΣ Ι: ΕΙΚΑΣΤΙΚΕΣ ΤΕΧΝΕΣ & ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΗΛΙΚΙΑΚΟ ΕΥΡΟΣ: 13-15

---

## ΕΡΓΑΛΕΙΟ 1: ΓΟΤΘΙΚΗ ΤΕΧΝΗ

---

C.I.P. Citizens In Power



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

## Οδηγός Εκπαιδευτικού

**Τίτλος:** Γοτθική τέχνη

**Ηλικιακό Εύρος :** 13-15 χρονών

**Διάρκεια:** 1,5 ώρα

**Μαθηματικές Έννοιες:** ισόπλευρο τρίγωνο, ίσες γωνίες, διάμεσος, κέντρο βάρους τριγώνου, κύκλος, ακτίνα κύκλου, διάμετρος κύκλου

**Καλλιτεχνικές Έννοιες:** γοτθική τέχνη, γοτθικά παράθυρα, κλίτος, επίστεγη αντηρίδα, σταυροθόλιο, οξυκόρυφο τόξο, βιτρώ ή υαλογραφία.

**Γενικοί Σκοποί:** Οι μαθητές να χρησιμοποιήσουν έναν συνδυασμό καλλιτεχνικών και μαθηματικών εννοιών για να μετρήσουν και να σχεδιάσουν ένα γοτθικό παράθυρο στο τέλος του εργαλείου.

**Οδηγίες και Μεθοδολογία:** Αυτό το εργαλείο αποτελείται από πολλά μέρη: ένα εισαγωγικό μέρος που επιχειρεί να συνδέσει τα μαθηματικά και τις εικαστικές τέχνες· ένα καλλιτεχνικό μέρος μαζί με ένα γλωσσάρι με τίτλο «Γοτθική τέχνη», μέσα από το οποίο ο μαθητής εξοικειώνεται με καλλιτεχνικές έννοιες που εμπίπτουν στη γοτθική τέχνη· ένα μαθηματικό μέρος που παρέχει ορισμούς για όλες τις μαθηματικές έννοιες και θεωρίες πίσω από την κατασκευή ενός τυπικού παράθυρου· μια εργασία στην οποία ο μαθητής καλείται να συνδυάσει όλες τις προαναφερθείσες μαθηματικές και καλλιτεχνικές έννοιες για να σχεδιάσει ένα γοτθικό παράθυρο. Κατά συνέπεια, συνιστάται στον εκπαιδευτικό να παρουσιάσει ολόκληρο το περιεχόμενο του εργαλείου στην τάξη, ακολουθώντας έναν γραμμικό τρόπο.

**Πηγές:** Αυτό το εργαλείο παρέχει εικόνες και βίντεο που μπορείτε να χρησιμοποιήσετε στην τάξη σας. Τα θέματα που αναφέρονται σε αυτές τις πηγές θα σας βοηθήσουν να βρείτε άλλα υλικά για να εξατομικεύσετε και να εμβαθύνετε στις καλλιτεχνικές έννοιες. Η ενότητα "Μάθετε περισσότερα" -που βρίσκεται στο τέλος- παρέχει στον εκπαιδευτικό πρόσθετες διαδικτυακές πηγές για περαιτέρω μελέτη και έρευνα σχετικά με τις έννοιες που περιέχονται στο εργαλείο.

**Συμβουλές για τον εκπαιδευτικό:** Η μάθηση μέσα από την πράξη είναι πολύ αποτελεσματική, ειδικά με νεαρούς μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες. Προσφέρεται

μια πρακτική προσέγγιση για μια πιο ευχάριστη εμπειρία και ενθαρρύνεται η δημιουργικότητα.

**Επιθυμητά αποτελέσματα και δεξιότητες:** Στο τέλος αυτού του εργαλείου, ο μαθητής θα είναι σε θέση:

- (i) να κατανοεί τις διαφορετικές καλλιτεχνικές έννοιες που εμπίπτουν στη γοτθική τέχνη,
- (ii) να κατανοεί πώς να χρησιμοποιεί και να εφαρμόζει απλές γεωμετρικές έννοιες όπως το ισόπλευρο τρίγωνο, τη διάμεσο, το κέντρο βάρους ενός τριγώνου, την ακτίνα και τη διάμετρο κύκλου, προκειμένου να δημιουργήσει εκ νέου συγκεκριμένα μοτίβα τα οποία είναι χαρακτηριστικά για τη γοτθική τέχνη και την αρχιτεκτονική.

**Άσκηση αξιολόγησης του εργαλείου:** Ως μέρος συλλογισμού και/ή διαμορφωτικής αξιολόγησης (= για τη βελτίωση του εργαλείου για την επόμενη φορά σύμφωνα με το υπόβαθρο των μαθητών, το ενδιαφέρον, την ακριβή ηλικία, τον πολιτισμό της χώρας, την προγενέστερη γνώση των μαθητών κτλ.) ο εκπαιδευτικός μπορεί να χρησιμοποιήσει αυτές τις κάρτες -κάποιες φορές αποκαλούνται ΚΑΡΤΕΣ ΕΞΟΔΟΥ- είτε σε έντυπη μορφή που θα έχει ετοιμάσει νωρίτερα, είτε θέτοντας αυτά τα ερωτήματα στον πίνακα, και οι μαθητές μπορούν να γράψουν τις απαντήσεις σε ένα χαρτί το οποίο θα αφήσουν στην έδρα πριν αποχωρήσουν από την αίθουσα. Η συγκεκριμένη διαμορφωτική στρατηγική ονομάζεται 3,2,1. Για περισσότερες στρατηγικές μπορείτε να επισκεφτείτε:

<https://www.bhamcityschools.org/cms/lib/AL01001646/Centricity/Domain/131/70%20Formative%20Assessments.pdf>

Γράψτε 3 πράγματα που σας άρεσαν σε αυτό το εργαλείο:	1. 2. 3.
Γράψτε δύο πράγματα που μάθατε	1. 2.
Γράψτε ένα στοιχείο που θα μπορούσε να βελτιωθεί	1.

## Εισαγωγή

Εκ πρώτης όψεως, φαίνεται ότι υπάρχει απουσία ξεκάθαρης σχέσης μεταξύ εικαστικών τεχνών και μαθηματικών, καθώς δίνεται η εντύπωση ότι αυτά τα δύο βασίζονται σε διαφορετικά μοντέλα σκέψης.

Ωστόσο, η γεωμετρική γνώση θα μπορούσε σίγουρα να θεωρηθεί ως θεωρητικό μέσο στις εικαστικές τέχνες. Από την άλλη πλευρά, η τέχνη αφομοιώνει στοιχεία που προέρχονται από τον υλικό και από τον αφηρημένο κόσμο της επιστήμης. Στην πραγματικότητα, η ύπαρξη του γεωμετρικού ενστίκτου είναι αυτή που οδήγησε τον πρωτόγονο καλλιτέχνη στην απεικόνιση του τρισδιάστατου χώρου.

Πολλοί επιστήμονες που ασχολούνται με την ιστορία της τέχνης, παρατήρησαν περιστασιακά ότι οι δύο μεγαλύτερες επαναστάσεις στην ιστορία της τέχνης, δηλαδή η Αναγέννηση και η Μοντέρνα τέχνη, έγιναν από καλλιτέχνες οι οποίοι αντιλήφθηκαν νέες γεωμετρίες: η προοπτική στη γεωμετρία για την Αναγέννηση και η πολυδιάστατη γεωμετρία για τη Σύγχρονη τέχνη.

Μέσα από το πρώτο αυτό εργαλείο, το οποίο εμπίπτει στην ενότητα «Εικαστικές Τέχνες & Μαθηματικά» θα ξεκινήσουμε το ταξίδι μας στην εφαρμογή των μαθηματικών στις εικαστικές τέχνες, διερευνώντας αρχικά τα μαθηματικά που κρύβονται πίσω από τη Γοτθική Τέχνη.

## Γοτθική τέχνη

Η γοτθική τέχνη είναι ένα καλλιτεχνικό ρεύμα το οποίο εμφανίστηκε κατά τον Μεσαίωνα. Εμφανίστηκε αρχικά στη Γαλλία στις αρχές του 12ου αιώνα, ενώ σχετίστηκε κυρίως με την αρχιτεκτονική και τη γλυπτική. Τις επόμενες δεκαετίες, και μέχρι το τέλος του 14ου αιώνα, η Γοτθική τέχνη είχε εξαπλωθεί σε ολόκληρη τη Δυτική Ευρώπη. Τη Γοτθική τέχνη διαδέχθηκε η Αναγεννησιακή περίοδος, αν και δείγματα γοθικών δημιουργιών καταγράφηκαν μέχρι και τα τέλη του 15ου αιώνα.

Η γοτθική τέχνη ανανέωσε θεμελιωδώς την αρχιτεκτονική της Ευρώπης, επιτυγχάνοντας μια σημαντική ανακάλυψη στον τρόπο κατασκευής ναών. Οι τεράστιες διαστάσεις των γοθικών ναών συμβόλιζαν τη δύναμη της εκκλησίας μέσα στην αστική κοινωνία και, σε μια προσπάθεια εξόντωσης της ανθρώπινης διάστασης, αποσκοπούσαν στην παρουσίαση μιας αυστηρής ιεραρχίας και κλιμάκωσης των πραγμάτων (ουρανός, γήινος κόσμος, κόλαση).

Η δομή του γοθικού ναού ήταν ένας πέτρινος σκελετός με μεγάλα ανοίγματα στα οποία τοποθετούνταν μεγάλα παράθυρα, φτιαγμένα από έγχρωμα κομμάτια από γυαλί, ενωμένα με λωρίδες γραφίτη (βιτρώ ή υαλογραφία). Η πολυχρωμία του βιτρώ, σε συνδυασμό με τους λεπτούς πέτρινους κίονες που αποτελούνται από πολλές πέτρινες δοκίδες, χρησιμοποιούνταν για να δώσουν μια αίσθηση εξύμνησης. Η ανάγκη για αναζήτηση του φωτός μαζί με την αναζήτηση της αίσθησης κλίσης προς τον ουρανό απαιτούσε ένα αυξανόμενο ύψος. Κατά συνέπεια, το ύψος του κεντρικού κλίτου ενός γοθικού ναού ήταν, σε πολλές περιπτώσεις, πάνω από 30 μέτρα.



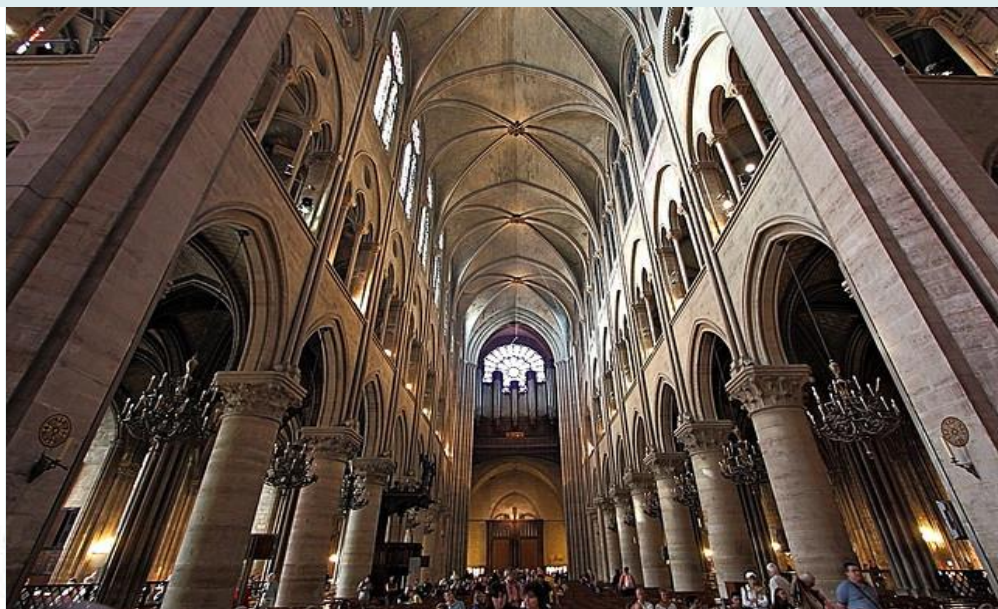
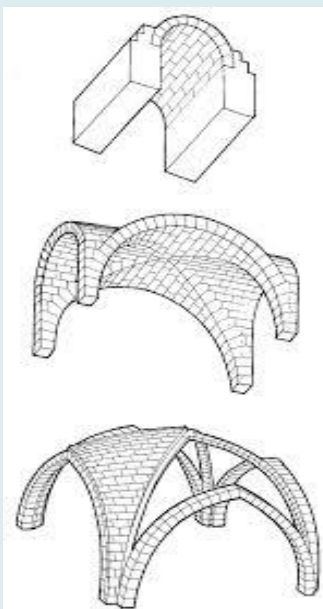
Εικόνα 1: Παναγιά των Παρισίων, Παρίσι

Εικόνα 2: το εσωτερικό μέρος ενός γοθτικού ναού

(Εικόνες 1-2: Ανακτήθηκαν από: <https://www.landmarktrust.org.uk/search-and-book/properties/gothic-temple-8075>)

Λόγω του μεγάλου ύψους του γοθτικού ναού, τα **τόξα** και οι **σταυροί** άρχισαν να απαιτούν εξωτερική στήριξη, η οποία οδήγησε σε μια άλλη καινοτομία, **την επίστεγη αντηρίδα**. Οι **επίστεγες αντηρίδες**, τα **οξυκόρυφα τόξα** και τα **σταυροθόλια** συνθέτουν ένα εντελώς νέο σύστημα κατασκευής που χαρακτηρίζει τη γοθτική αρχιτεκτονική.

6



Εικόνα 3: Σταυροθόλια

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.



Εικόνα 4: Επίστεγη αντηρήδα

Εικόνα 5: Βιτρό, Παναγιά των Παρισίων

(Εικόνες 3-5: Ανακτήθηκαν από: <http://www.all-art.org/history194-2.html>)

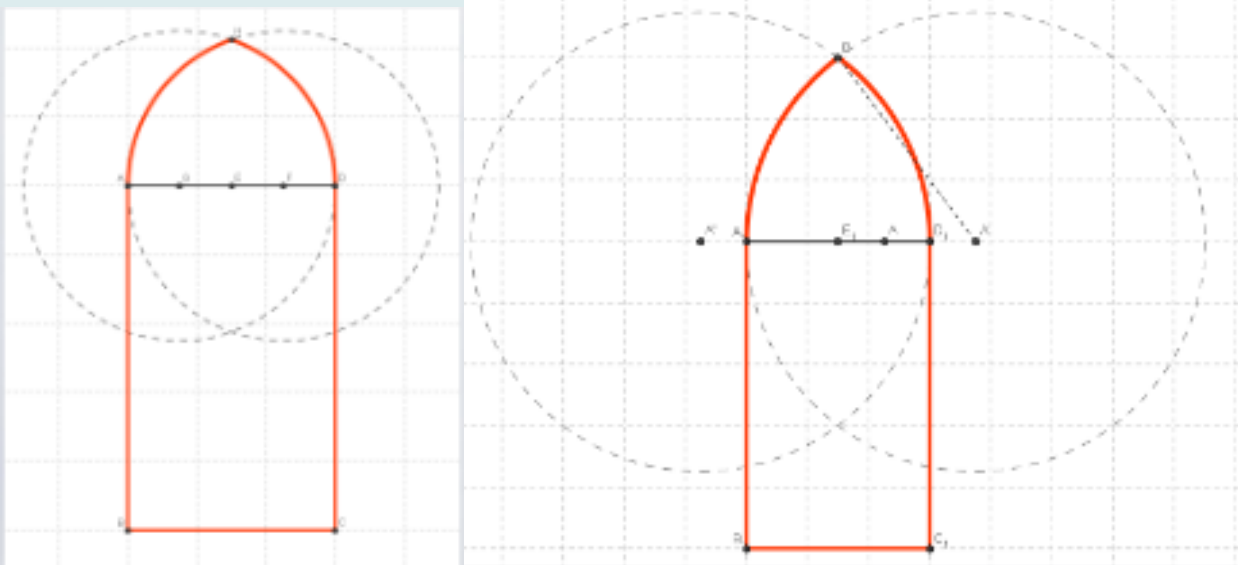


Εικόνα 6: Οξυκόρυφο τόξο στη γοθική αρχιτεκτονική

(Εικόνα 6: Ανακτήθηκαν από: <http://karaelvars.com/gothic-architecture-pointed-arch.html/gothic-architecture-pointed-arch-81-arches-cathedral-place-of-worship-old-town-cozy-640x480>)

Ένα από τα βασικά σχέδια στη γοθική αρχιτεκτονική αποτελεί το **οξυκόρυφο τόξο**. Για να κατασκευάσουμε μια γεωμετρική αναπαράσταση του οξυκόρυφου τόξου, πρέπει να δουλέψουμε στην τομή δύο κύκλων με την ίδια ακτίνα· όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα:

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.



## Γλωσσάρι

**Κλίτος:** (σε μια εκκλησία) ένα χαμηλότερο τμήμα παράλληλο με τον ναό, τη χορωδία ή την πτέρυγα, από τα οποία χωρίζεται με κολόνες.

**Επίστεγη αντηρίδα:** μια αντηρίδα που κλίνει από μια ξεχωριστή κολόνα, σχηματίζοντας τυπικά ένα τόξο με τον τοίχο που στηρίζει.

**Σταυροθόλιο:** μια θόλος που σχηματίζεται από τη τομή σε ορθές γωνίες δύο σωληνοειδών θόλων. Μερικές φορές οι αψίδες των σταυροθολίων μπορεί να είναι μυτερές αντί για στρογγυλές.

**Οξυκόρυφο τόξο:** ένα τόξο με μια μυτερή κορυφή, χαρακτηριστικό της γοθτικής αρχιτεκτονικής.

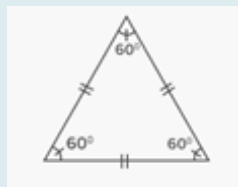
**Βιτρώ:** έγχρωμο γυαλί που χρησιμοποιείται για τη διαμόρφωση διακοσμητικών ή εικονογραφημένων σχεδίων, συνήθως τοποθετημένων σε αντιπαραβαλλόμενα τεμάχια σε πλαίσιο μολύβδου σαν μωσαϊκό και χρησιμοποιείται για παράθυρα εκκλησιών.



# Τα μαθηματικά πίσω από τη γοτθική τέχνη

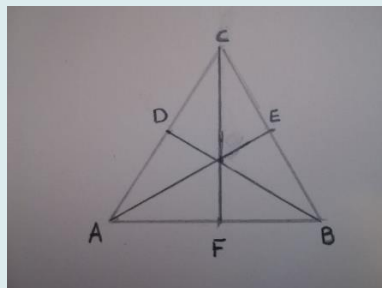
## 1. Ισόπλευρο τρίγωνο

- Το ισόπλευρο τρίγωνο είναι ένα τρίγωνο στο οποίο και οι **τρεις πλευρές** είναι **ίσες**. Θα πρέπει επίσης να σημειώσουμε ότι όταν πρόκειται για την Ευκλείδεια γεωμετρία, το ισόπλευρο τρίγωνο είναι και **ισογώνιο**, δηλαδή όλες οι τρεις εσωτερικές γωνίες του είναι **ίσες** μεταξύ τους, ενώ είναι **60 μοίρες** η κάθε μία.



## 2. Η διάμεσος ενός τριγώνου

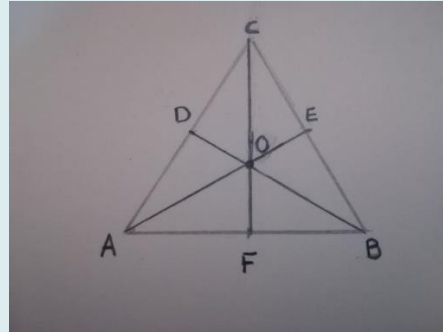
- Η **διάμεσος** ενός τριγώνου είναι το ευθύγραμμο τμήμα το οποίο ενώνει μια **κορυφή** του τριγώνου με το **μέσο** της απέναντι πλευράς.
- Στην πιο κάτω εικόνα οι κορυφές του τριγώνου είναι τα σημεία A, B και C, ενώ το μέσο των απέναντι πλευρών δίνεται από τα σημεία D, E και F αντίστοιχα.





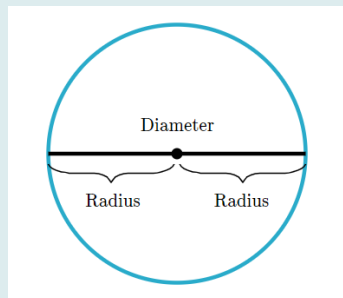
### 3. Το κέντρο βάρους ενός τριγώνου

- Οι διάμεσοι ενός τριγώνου **τέμνονται** σε ένα σημείο (διέρχονται από το ίδιο σημείο). Το **σημείο τομής** ονομάζεται **κέντρο βάρους (O)** του τριγώνου.



### 4. Κύκλος

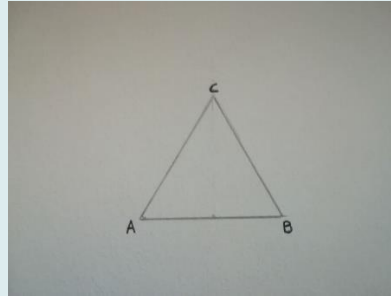
- Η **ακτίνα** ενός κύκλου είναι οποιαδήποτε ευθεία γραμμή από το κέντρο στην περιφέρεια ενός κύκλου
- Η **διάμετρος** ενός κύκλου είναι οποιαδήποτε ευθεία που διέρχεται από το κέντρο του κύκλου και της οποίας τα τελικά σημεία βρίσκονται πάνω στον κύκλο



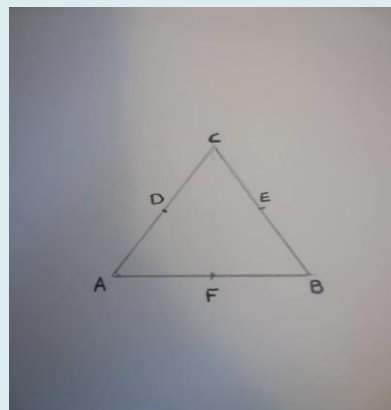
## ΕΡΓΑΣΙΑ

✏ Αυτή η εργασία θα σας επιτρέψει να κατανοήσετε τους τρόπους με τους οποίους χρησιμοποιήθηκαν ευκλείδειες γεωμετρικές κατασκευές κατά τη διαδικασία σχεδιασμού και κατασκευής γοθθικών ναών.

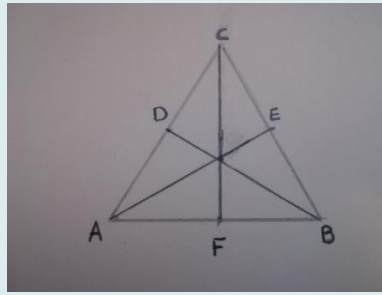
- Χρησιμοποιώντας ένα μολύβι, σχεδιάστε ένα ισόπλευρο τρίγωνο (πλευρά τριγώνου: 4cm)



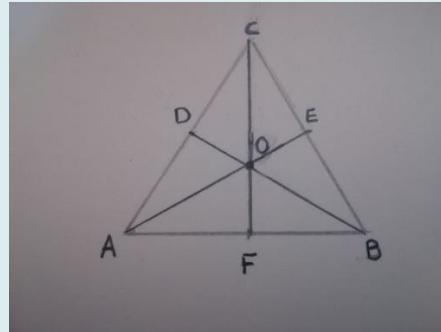
- Μετρήστε το μισό του μήκους μεταξύ του σημείου A και του σημείου C για να βρείτε το σημείο D (μέσον του ευθύγραμμου τμήματος AC)
- Μετρήστε το μισό του μήκους μεταξύ του σημείου B και του σημείου C για να βρείτε το σημείο E (μέσον του ευθύγραμμου τμήματος BC)
- Μετρήστε το μισό του μήκους μεταξύ του σημείου A και του σημείου B για να βρείτε το σημείο F (μέσον του ευθύγραμμου τμήματος AB)



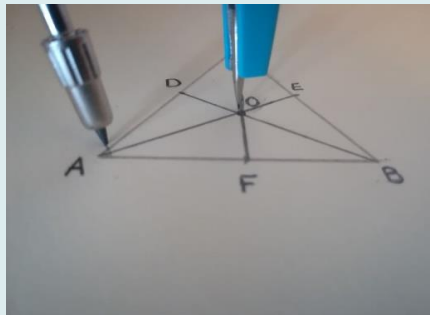
- Χρησιμοποιώντας ένα μολύβι, σχεδιάστε τις διαμέσους του τριγώνου (BD, AE, CF)



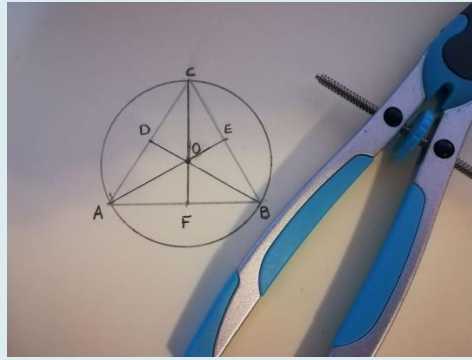
- Ονομάστε ως  $O$  το σημείο τομής των τριών διαμέσων του τριγώνου



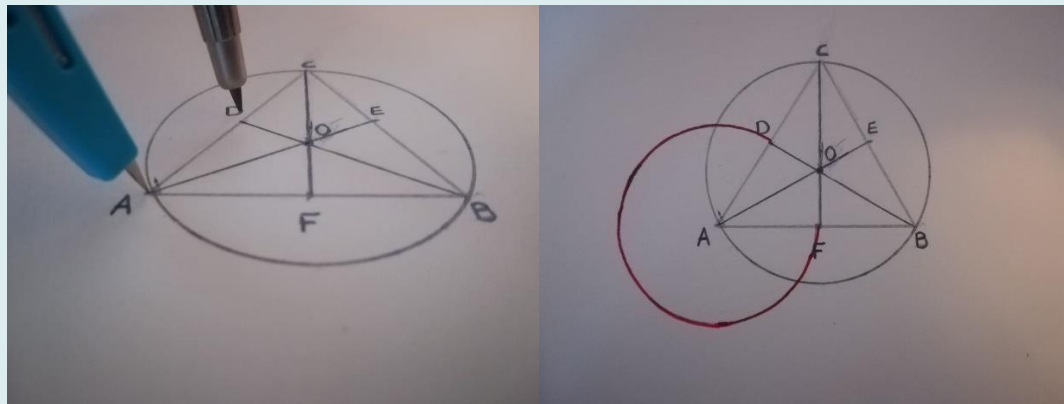
- Με τη βοήθεια ενός διαβήτη, μετρήστε μια **ακτίνα** ενός κύκλου ίση με το μήκος της  $OA$ .



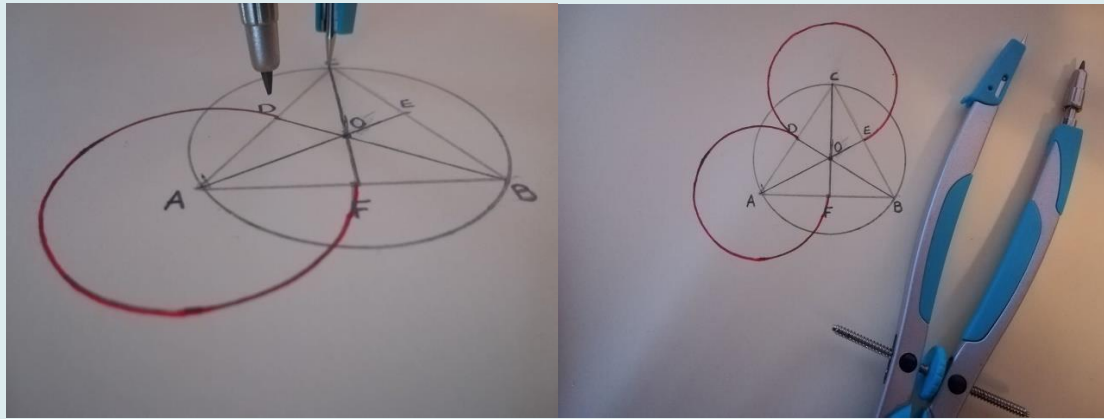
- Από το κέντρο  $O$ , επεκτείνετε τον διαβήτη σας στο σημείο  $A$ . Περιστρέψτε τον και επιστρέψτε στο σημείο  $A$  για να ολοκληρώσετε τον περιγεγραμμένο (εξωτερικό) κύκλο.



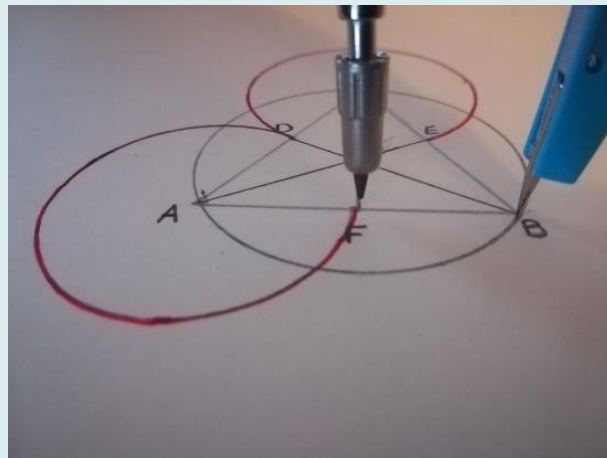
- Από το σημείο A επεκτείνετε τον διαβήτη στο σημείο Δ (μέσον του AC). Διατηρώντας σταθερό τον διαβήτη σας στο σημείο A, περιστρέψτε και επιστρέψτε στο σημείο F για να ολοκληρώσετε τον εξωτερικό κύκλο με τέτοιο τρόπο ώστε το τόξο DF να μην είναι ορατό.



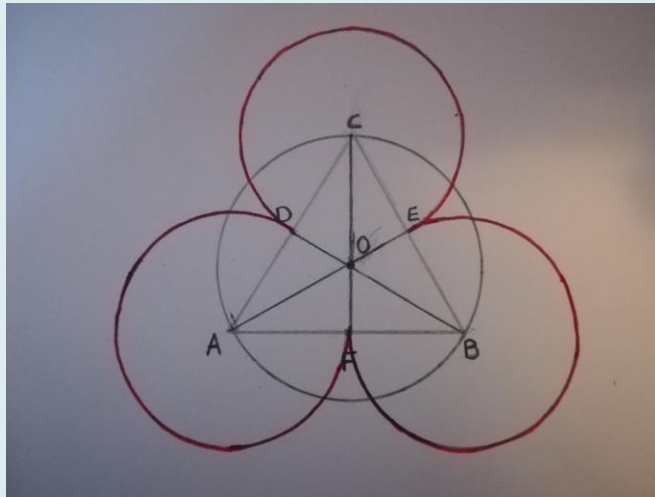
- Από το σημείο C, επεκτείνετε τον διαβήτη σας στο σημείο E (ή D). Στη συνέχεια, περιστρέψτε και επιστρέψτε στο σημείο D (ή E) για να ολοκληρώσετε τον εξωτερικό κύκλο, με τέτοιο τρόπο ώστε το τόξο DE του κύκλου να μην είναι ορατό.



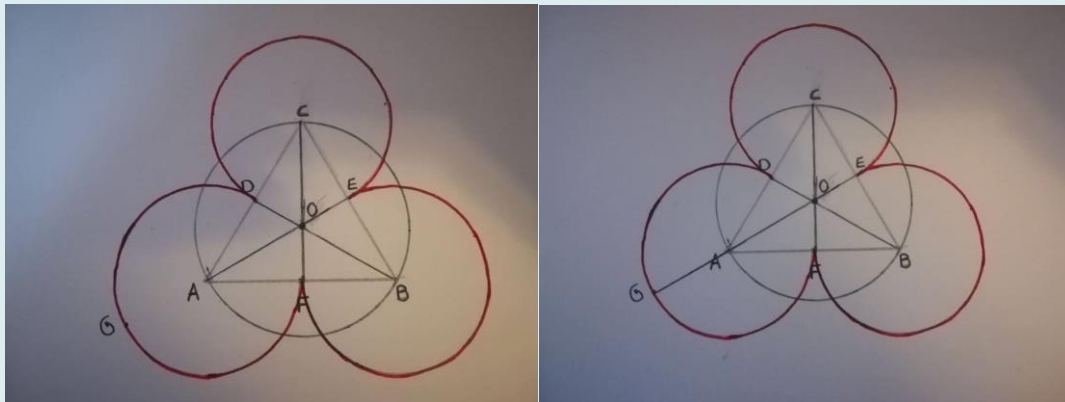
- Από το σημείο B, επεκτείνετε τον διαβήτη σας στο σημείο E (ή F). Στη συνέχεια, περιστρέψτε και επιστρέψτε στο σημείο F για να ολοκληρώσετε τον εξωτερικό κύκλο, με τέτοιο τρόπο ώστε το τόξο FE να μην είναι ορατό.



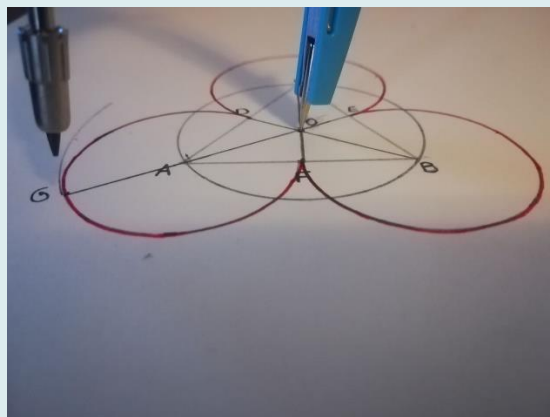
- Το προκύπτον σχήμα (με κόκκινο χρώμα) θα έχει ως εξής:



- Επεκτείνετε το ευθύγραμμο τμήμα  $OA$  προς το  $A$ , για να φτάσετε στο σημείο  $G$ .

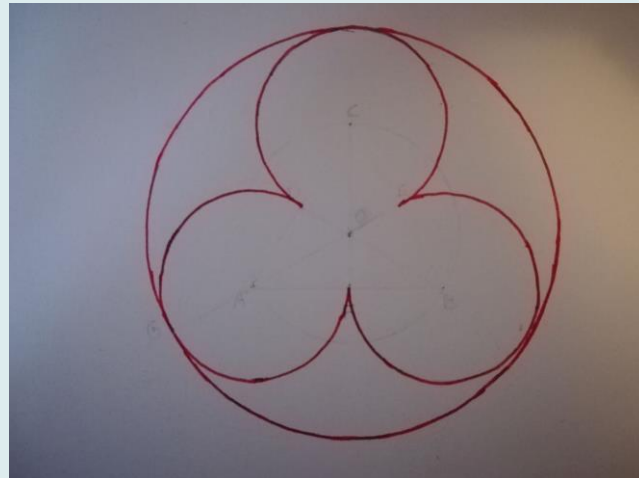
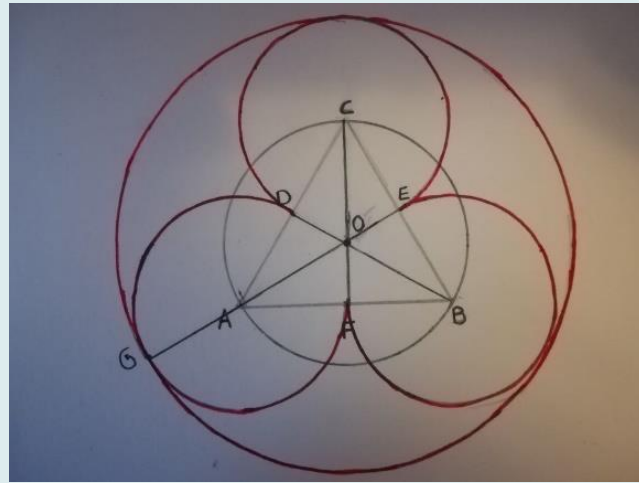


- Από το κέντρο  $O$ , επεκτείνετε τον διαβήτη σας στο σημείο  $G$ .





- ο Ακολουθώς, περιστρέψτε και επιστρέψτε στο σημείο G για να ολοκληρώσει έναν περιγεγραμμένο κύκλο στο προκύπτον κόκκινο σχήμα της προηγούμενης εικόνας.



- ο Η μέθοδος που χρησιμοποιήσατε σε αυτή την εργασία είναι αρκετά παρόμοια με τη μέθοδο που χρησιμοποιούσαν οι αρχιτέκτονες των γοθικών χρόνων για την κατασκευή διαπλεκόμενων γραμμών (γοθίπλεκτου ή ροδόπλεκτου) σε παράθυρα γοθικών ναών. (Εικόνα 5)





Εικόνα 5: Διαπλεκόμενες γραμμές σε γοθικό ναό (Ανακτήθηκε από: <http://www.canterbury-archaeology.org.uk/geometric-tracery/4592908321>)

## Μάθετε περισσότερα...

Μαθηματικά μοντέλα γοθικής δομής:

<https://archive.bridgesmathart.org/2005/bridges2005-385.pdf>

Γεωμετρία στα γοθικά παράθυρα:

[https://prezi.com/onrt-ajwx\\_nr/maths-and-art-geometry-and-gothic-windows/](https://prezi.com/onrt-ajwx_nr/maths-and-art-geometry-and-gothic-windows/)

Ένα βίντεο που σχετίζεται με τα γοθικά παράθυρα:

<https://www.youtube.com/watch?v=HgSGWoVusfc>

Η γεωμετρία της γοθικής αρχιτεκτονικής:

<https://www.ministryofstone.com/the-geometry-of-gothic-architecture>

Η ιστορία των μαθηματικών:

<https://www.storyofmathematics.com/islamic.html>

Construction of a Gothic Window through GeoGebra:

<https://www.youtube.com/watch?v=mtp0iSkXhoc&feature=youtu.be>