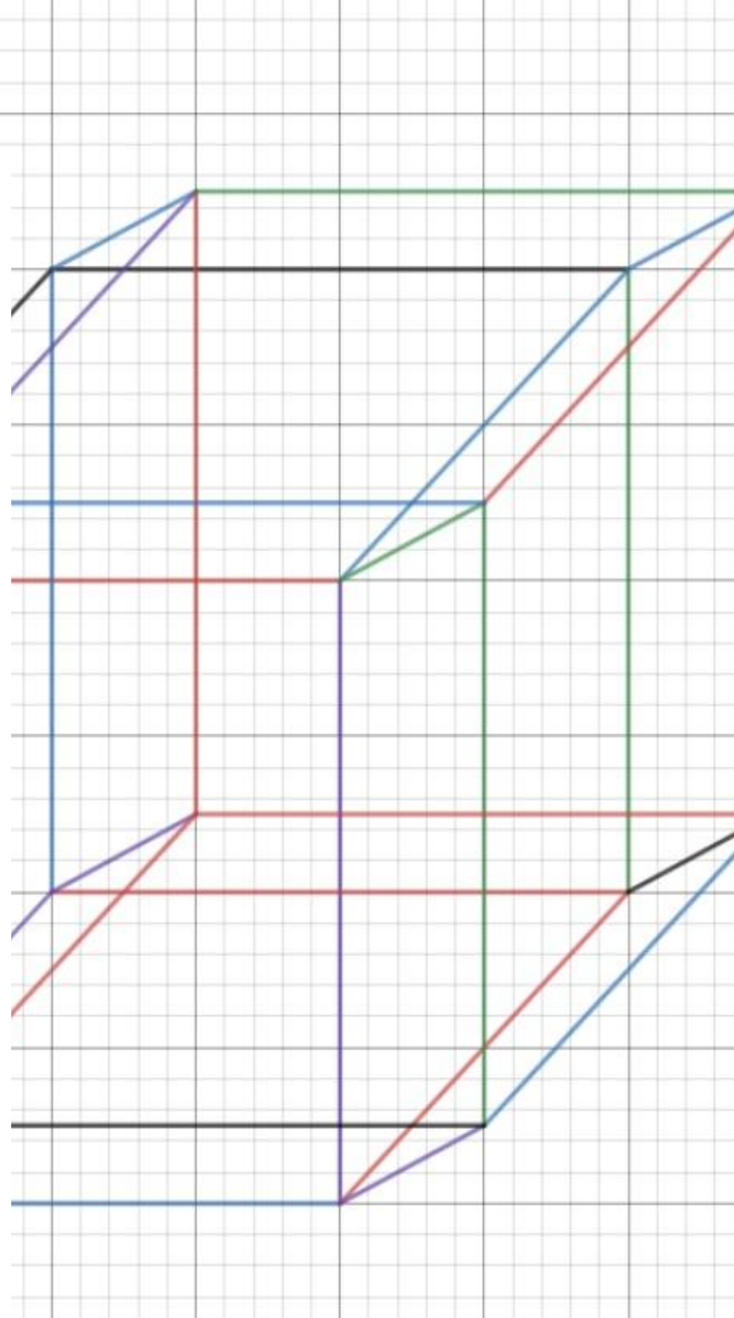
PARTIE I : Arts visuels et mathématiques

ÂGE : 16 – 18 ans



Hypercube
(Source: Author at Desmos.com)

OUTIL 9 : L'IMAGERIE ARTISTIQUE DANS LES FONCTIONS

SPEL – Sociedade Promotora de Estabelecimentos de Ensino

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

Guide de l'éducateur

Titre : l'imagerie artistique dans les fonctions

Âge : 16 –18 ans

Durée : 2 heures

Concepts mathématiques : Droites horizontales et verticales, valeur absolue, fonction linéaire, cercle

Concepts artistiques : Imagerie artistique, art graphique

Objectifs généraux : Aider les élèves à comprendre le concept d'équations et à prévoir leur représentation graphique en faisant des expériences sur un plan cartésien en ligne.

Instructions et Méthodologies : Cet outil utilisera le calculateur graphique en ligne gratuit Desmos, qui permettra aux élèves de créer des formes en utilisant quelques fonctions et équations de base.

Ressources : Ordinateur avec une connexion internet ; Accès au site web : https://www.desmos.com/

Conseils pour l'éducateur : Demandez aux élèves de voir la représentation graphique des lignes horizontales et verticales, des fonctions linéaires, des valeurs absolues et des circonférences en expliquant ces concepts et en montrant des exemples sur Desmos. Demandez-leur également de voir comment ces représentations graphiques peuvent s'étendre ou se rétrécir, aller à gauche/droite/vers le bas/vers le haut en changeant leurs valeurs et en distribuant les fonctions et les équations des lettres de l'alphabet, afin de les guider dans la dernière tâche de cet outil.

Résultats et Compétences ciblés : À la fin de cet outil, l'élève pourra :

- Comprendre les équations de graphes et transformations de fonctions dans le plan cartésien ;
- Identifier le type de fonctions et donc son résultat potentiel ;
- Faire de l'art graphique en utilisant des fonctions

Compte-rendu et Évaluation :

Ecrivez 3 aspects que vous avez appréciés dans cette activité :	1. 2.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

	3.
Ecrivez 2 choses que vous avez apprises	1. 2.
Write 1 aspect for improvement	1.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Introduction

Lorsque que l'on parle de faire un graphe, on fait généralement référence au repère cartésien. Le repère cartésien, également connu sous le nom de système de coordonnées cartésiennes, est un plan utilisé pour localiser une coordonnée sur un plan grâce à l'utilisation de deux nombres : la coordonnée x et la coordonnée y.

Lorsque l'on utilise des équations sur un repère cartésien, on peut dessiner des images qui font passer la relation entre les arts visuels et les mathématiques à un niveau supérieur. Dans ce contexte, dans le but d'aider les élèves à comprendre le concept de fonctions et leur visualisation simplement en les regardant, l'application web Desmos sera utilisée comme toile.

Dans cette application, les élèves pourront jouer avec la représentation graphique des équations en mettant leur créativité à contribution. Ainsi, les mathématiques deviendront plus familières et ils pourront s'en rapprocher.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l’information contenue dans ce document.

L'imagerie artistique par l'utilisation de fonctions

Tu as sûrement remarqué dans les cours de mathématiques que les représentations graphiques donnent des formes qui ressemblent parfois à des images. Différentes fonctions produisent différentes formes, ce qui signifie que pour modéliser des images à travers des graphes, il est nécessaire de comprendre les valeurs d'une fonction et les droites et courbes qui en résultent.

À partir de représentations graphiques plus simples ou plus complexes, en manipulant suffisamment bien la longueur de ces formes et courbes, ce que l'on appelle l'art graphique peut être illustré sur un système de coordonnées cartésiennes.

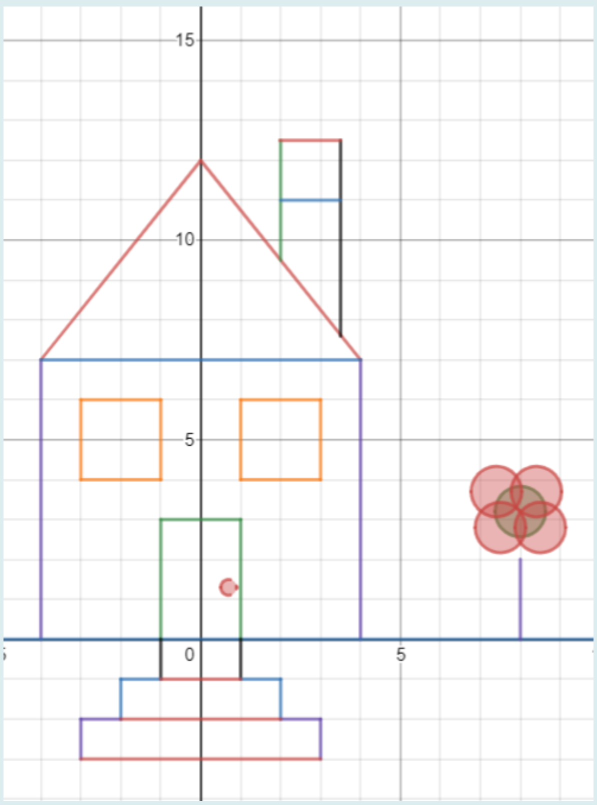


Fig. 1 – Maison et fleur
(Source: https://www.desmos.com/calculator/9fahdexfkl)

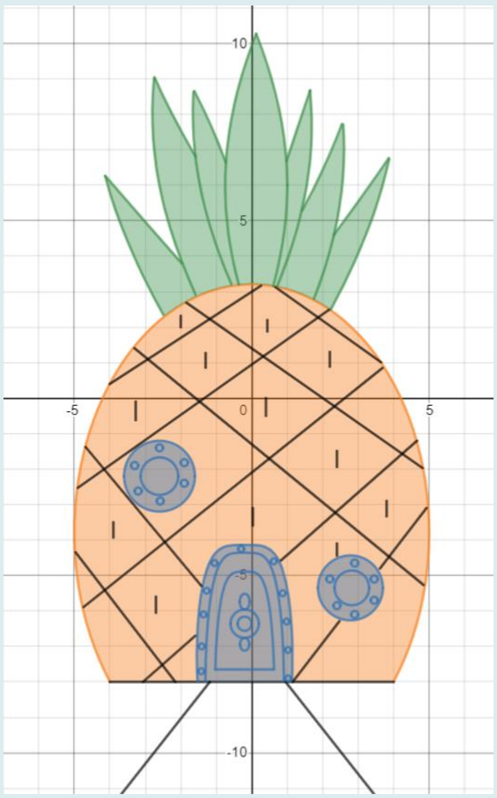


Fig. 2 – Maison de Bob l'éponge (Source: Jordan Keckler; https://www.desmos.com/calculator/z7d2cvdayo)

En utilisant la calculatrice graphique en ligne Desmos comme toile, cet outil se concentrera sur des formes simples, telles que des cercles et des lignes droites horizontales, verticales et obliques, qui sont nécessaires pour produire un art graphique aussi simple que celui de la figure 1.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Glossaire

Desmos : un logiciel de calcul scientifique en ligne.

Art graphique : un type d'expression artistique visuelle qui se concentre davantage sur la ligne et le ton que sur la couleur.

Système de coordonnées cartésiennes : système utilisé pour spécifier deux points quelconques au moyen de coordonnées numériques ; souvent utilisé pour la représentation graphique ; également appelé repère cartésien.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Les Maths dans l'Art Graphique

1. Droites horizontales et verticales

Comme leur nom l'indique, ce sont des droites sur un plan de coordonnées cartésiennes.

Une droite horizontale va de gauche à droite, toujours parallèle à l'axe des x, ce qui signifie que tous les points de cette droite ont la même coordonnée y (**l'ordonnée**).

En revanche, une droite verticale va du bas vers le haut, toujours parallèle à l'axe des y et toujours avec la même coordonnée x (**l'abscisse**).

Les deux droites ont une pente égale à 0, ce qui signifie qu'elles n'ont pas de courbe.

Les équations qui forment les droites horizontales et verticales sont:

Droite Horizontale	Droite Verticale
$\mathbf{y = b}$	$\mathbf{x = b}$

Où :

b est le point où la droite coupe l'axe des y (pour les droites horizontales) ou l'axe des x (pour les droites verticales).

Droite Horizontale

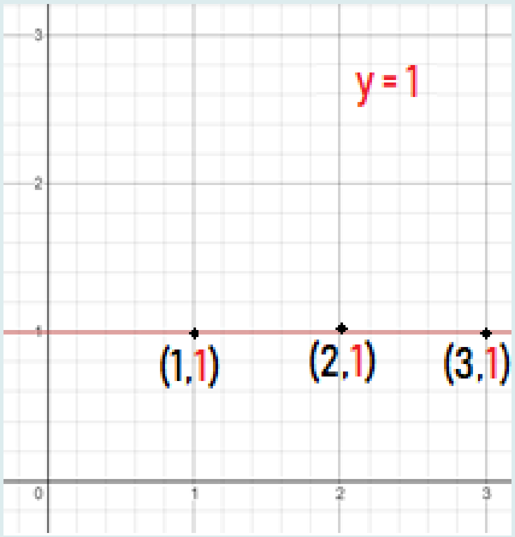


Fig. 3 – Droite Horizontale ($y = 1$)
(Source : Auteur, sur Desmos.com)

Droite Verticale

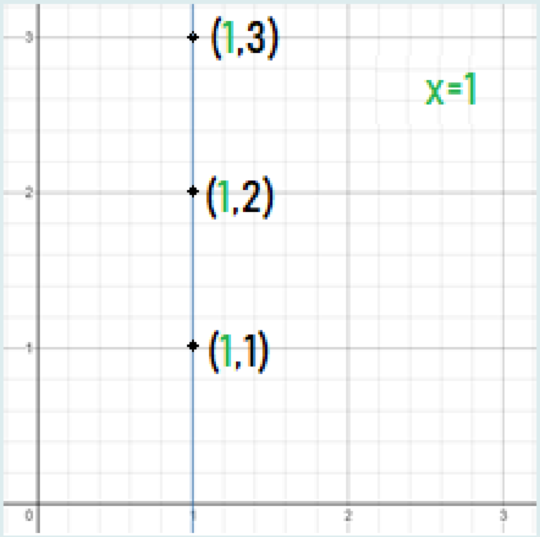


Fig. 4 – Droite Verticale ($x = 1$)
(Source : Auteur, sur Desmos.com)

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Comme on l'a vu, dans les droites horizontales, quelle que soit la valeur x, le point d'intersection avec l'axe des y est toujours égal à 1. De même, peu importe la valeur de y sur les droites verticales, le point d'intersection avec l'axe des x est toujours égal à 1.

2. Fonctions linéaires

Tout comme les droites horizontales et verticales, les fonctions linéaires sont celles dont la représentation graphique forme une ligne droite dans un plan. Cependant, elles ne sont pas toujours constantes. Elles peuvent aussi avoir une forme croissante ou décroissante.

Elles sont formées par l'équation suivante :

$$\boxed{\mathbf{y = mx + b}}$$

Où :

m est une constante et représente la pente (ou le gradient) d'une droite ;

b, connu sous le nom d'ordonnée à l'origine, détermine le point où la droite croise l'axe des y.

Lorsque :

m > 0 la pente de la droite est croissante ;

m = 0 la pente de la droite est constante (elle devient une droite horizontale);

m < 0 la pente de la droite est décroissante.

Les fonctions linéaires peuvent être utilisées pour décrire et prévoir de nombreuses applications et situations de la vie dans lesquelles il existe une valeur ou une quantité inconnue.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Exemple : tu prévois de fêter ton anniversaire dans une salle de fête. Même si tu sais que le service coûte 9 euros et que le coût du repas par personne est de 8,15 euros, tu ne sais pas encore combien de tes amis vont venir.

Dans ce cas, votre fonction linéaire est

$$\mathbf{y = 8{,}15x + 9}$$

Pente : $\mathbf{m = 8.15}$

Ordonnée à l'origine : $\mathbf{b = 9}$

A partir de ce moment, en remplaçant **x** par le nombre de participants, le résultat sera le coût total. Par exemple, si 4 personnes viennent (c'est-à-dire lorsque **x=4**), y (c'est-à-dire le coût total) est de 25,60€.

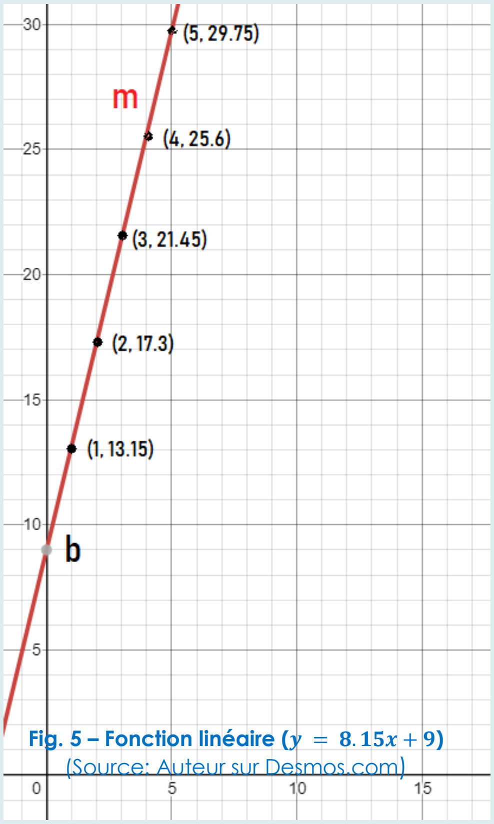


Fig. 5 – Fonction linéaire ($y = 8.15x + 9$)
(Source: Auteur sur Desmos.com)

3. Valeur absolue

La valeur absolue d'un nombre peut être considérée comme sa distance à l'origine O, ce qui signifie donc que tout nombre, qu'il soit négatif ou positif, aura toujours une valeur positive de lui-même.

La valeur absolue d'un nombre est représentée de la manière suivante :

$$\boxed{|x|}$$

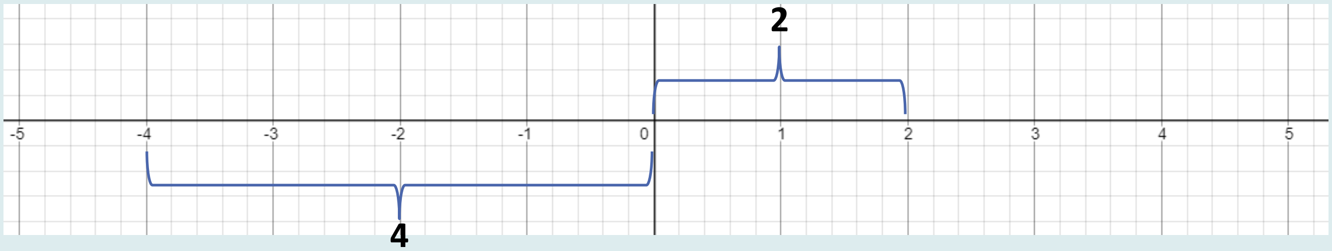


Fig. 6 – Représentation graphique de la valeur absolue
(Source: Auteur sur Desmos.com)

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

De cette façon, au lieu d'écrire "la valeur absolue de -4 est 4", nous pouvons simplement écrire "|-4| = 4".

Ce graphe montre la fonction de valeur absolue pour les nombres réels. Essentiellement, il indique que |**x**| correspond à son nombre sur l'axe des y, c'est-à-dire, par exemple, que |-2| (la valeur absolue de -2) est 2.

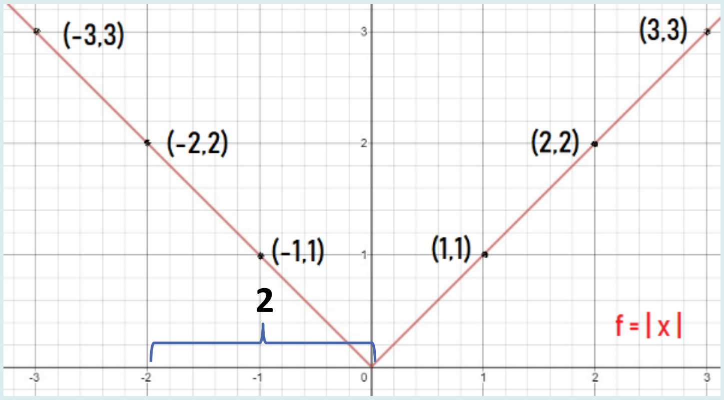


Fig. 7 – Valeur Absolue (f = |x|)
(Source: Auteur sur Desmos.com)

4. Cercles

Lorsque l'on connaît le rayon d'un cercle et les coordonnées de son centre, il est possible de représenter graphiquement un cercle dans un système de coordonnées cartésiennes.

L'équation d'un cercle est :

$$\boxed{(\mathbf{x} - \mathbf{x_c})^2 + (\mathbf{y} - \mathbf{y_c})^2 = \mathbf{r}^2}$$

Où :

x et **y** sont des points du cercle;

$\mathbf{x_c}$ et $\mathbf{y_c}$ sont les coordonnées du centre du cercle, correspondant à chaque axe;

r est le rayon du cercle.

Supposons que tu veuilles tracer un cercle de rayon 3, étant donné que les coordonnées du centre sont 0 pour ses axes x et y.

$$(\mathbf{x} - \mathbf{0})^2 + (\mathbf{y} - \mathbf{0})^2 = \mathbf{3}^2$$

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Dans l'exemple donné, le résultat serait le graphe suivant :

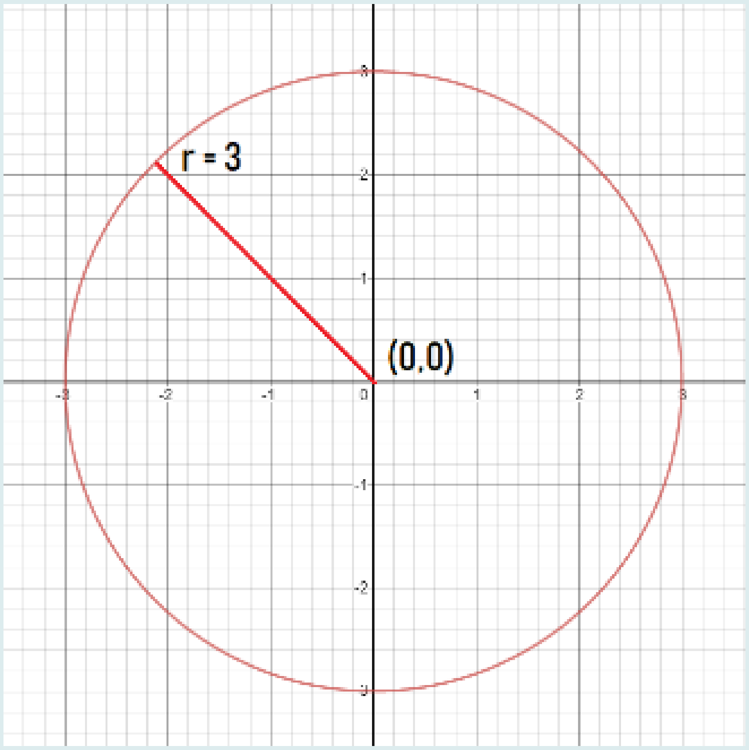
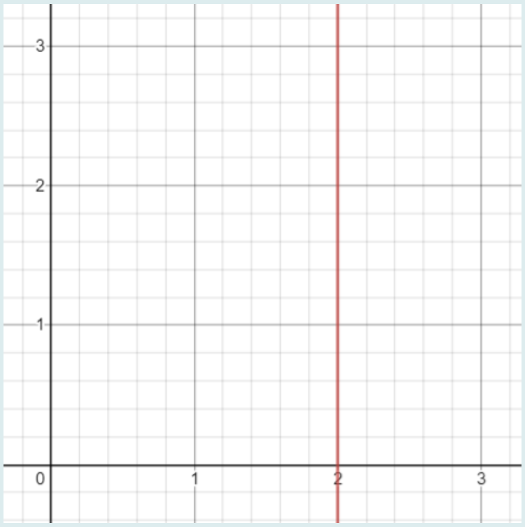
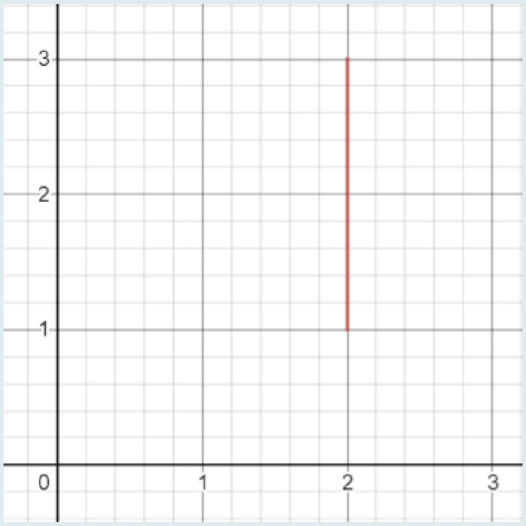
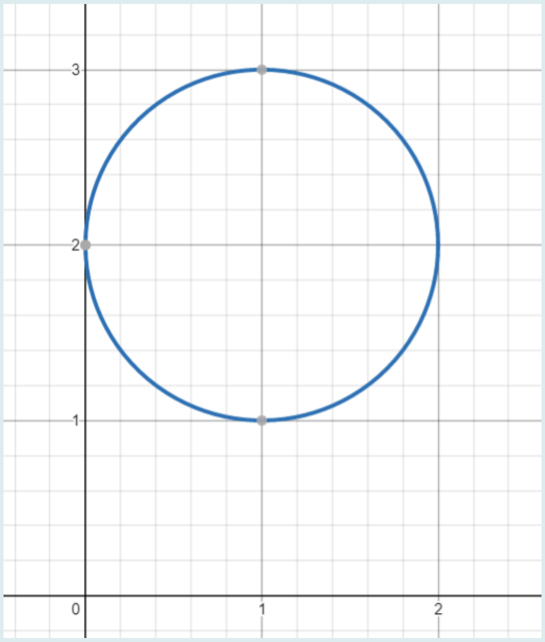
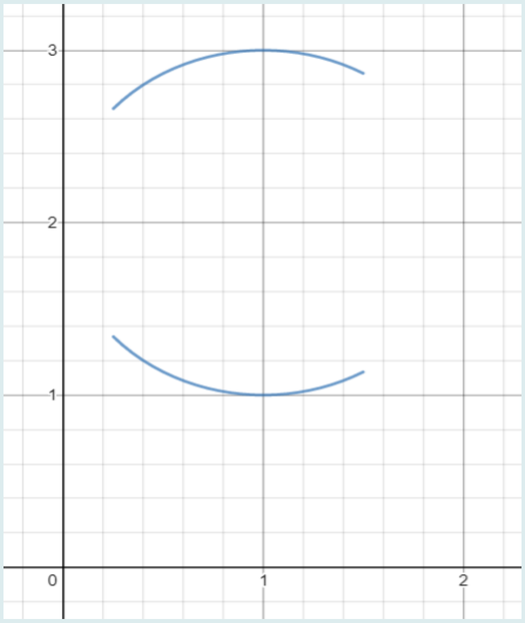


Fig. 8 – Cercle $(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 3^2$
(Source: Auteur sur Desmos.com)

Travailler avec Desmos

Lorsque l'on travaille avec Desmos, si l'on veut omettre une partie d'un graphe, il faut fixer des limites à la fonction - cela se fait en mettant les valeurs entre parenthèses. Considérons les exemples suivants :

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

<table>
<tr>
<td>x = 2 forme une droite verticale qui va de -∞ à +∞ en coupant l'axe des X à la coordonnée 2.
</td>
<td>x = 2 { 1 < y < 3}
Toutefois, dans ce cas, la droite verticale n'apparaître que lorsque y > 1 et y < 3.
</td>
</tr>
<tr>
<td>(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1^2 forme un cercle dont le centre a été fixé à x = 1 et y = 2, avec un rayon de 1[2].
</td>
<td>(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1^2 { 0.25 < x < 1.5}
Avec le même cercle, si l'on ne le fait apparaître que quand x > 0,25 et x < 1,5, on obtient le résultat suivant :
</td>
</tr>
</table>

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Analyse les fonctions utilisées pour créer l'alphabet, puis passe à la tâche finale.

<table>
<tr>
<td>

1) $2x + 0 \; \{ 0 < x < 1 \}$

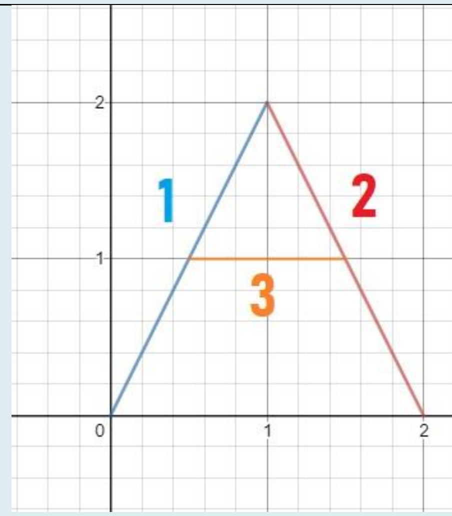
2) $-2x + 4 \; \{1 < x < 2\}$

3) $y = 1 \; \{0.5 < x < 1.5\}$

</td>
<td>

A

</td>
<td>



</td>
</tr>
<tr>
<td>

1) $x = 0 \; \{0 < y < 2\}$

2) $y = 2 \; \{0 < x < 0.5\}$

3) $(x - 0.5)^2 + (y - 1.5)^2 = 0.25 \; \{0.5 < x < 1\}$

4) $y = 1 \; \{0 < x < 0.5\}$

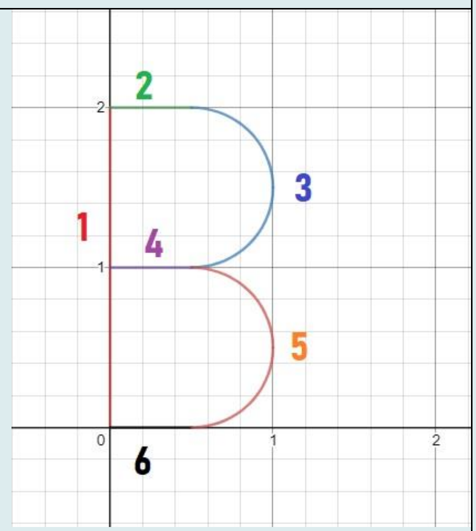
5) $(x - 0.5)^2 + (y - .5)^2 = 0.25 \; \{0.5 < x < 1\}$

6) $y = 0 \; \{0 < x < 0.5\}$

</td>
<td>

B

</td>
<td>



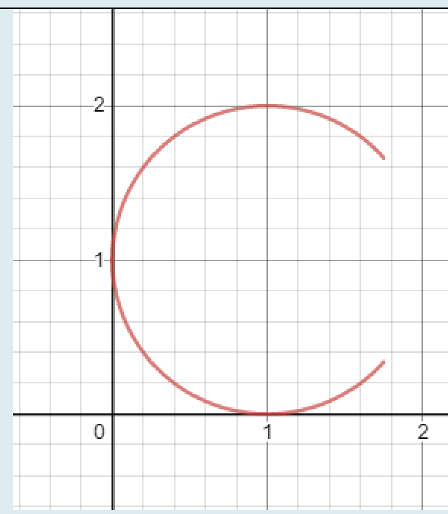
</td>
</tr>
<tr>
<td>

1) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1 \; \{x < 1.75\}$

</td>
<td>

C

</td>
<td>

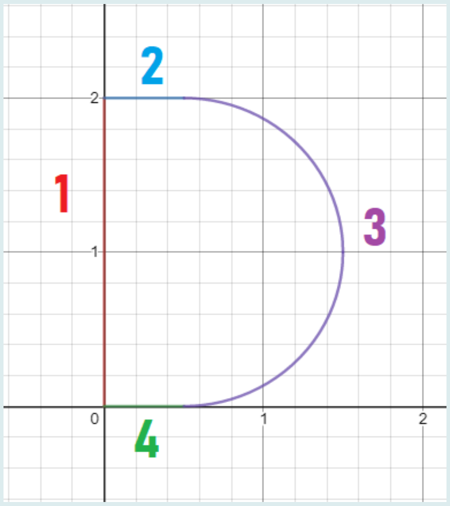
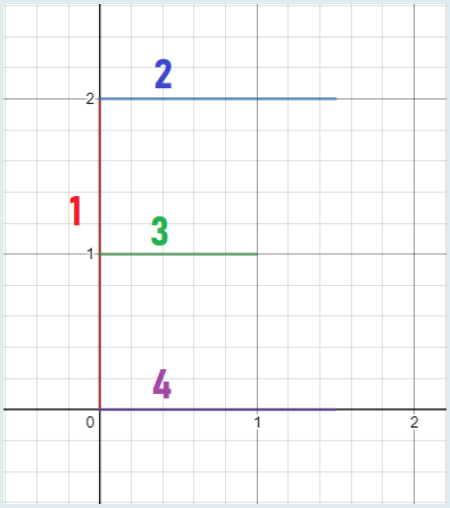
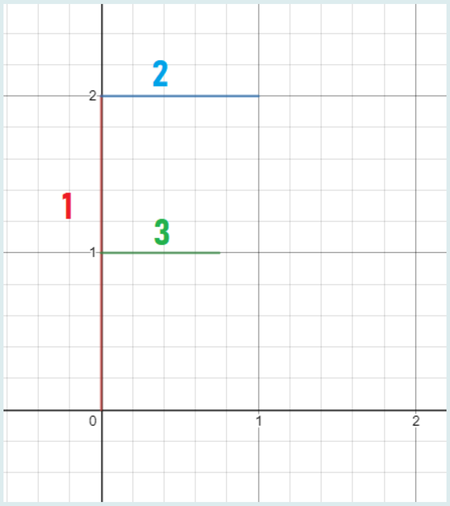


</td>
</tr>
</table>

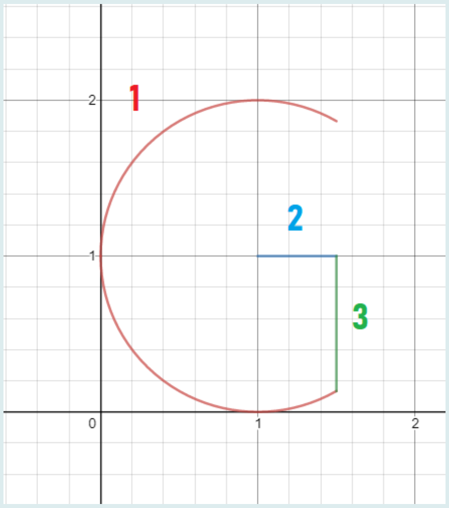
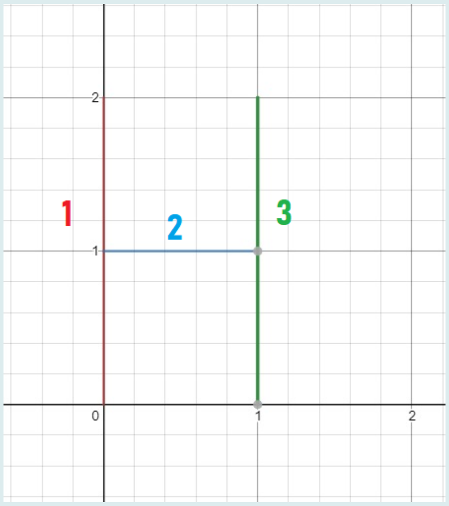
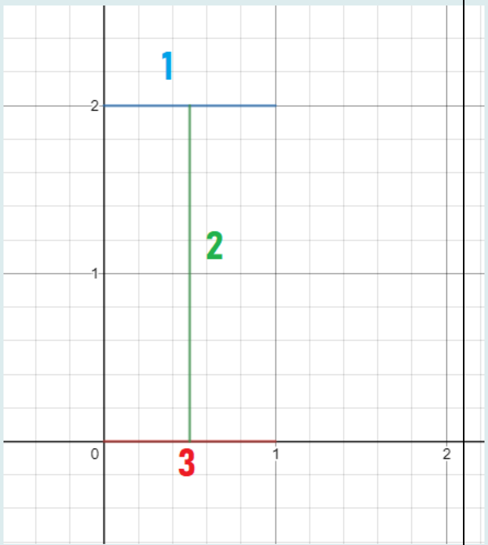
Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Erasmus+

The Art Of Maths

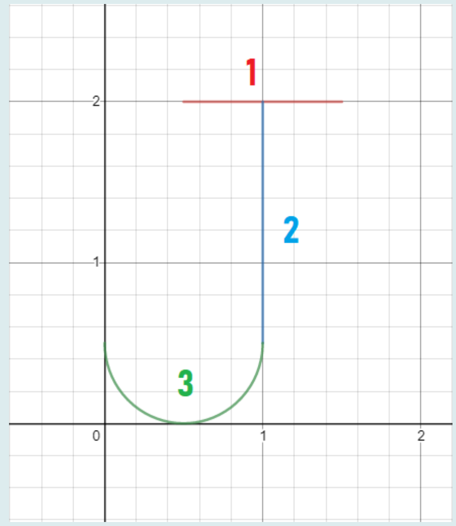
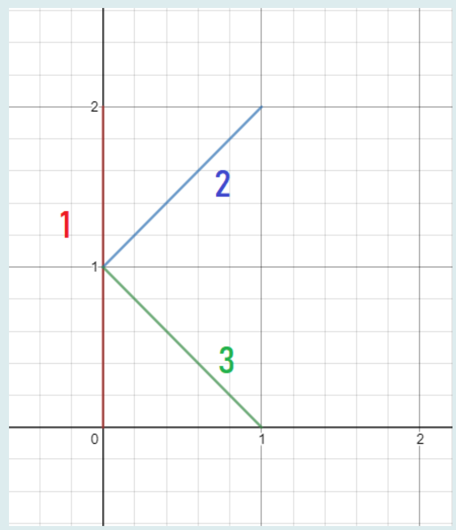
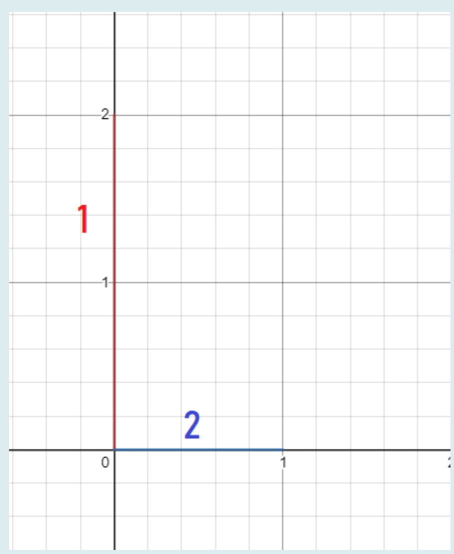
1) $x = 0\ \{0 < y < 2\}$ **2)** $y = 2\ \{0 < x < 0.5\}$ **3)** $y = 0\ \{0 < x < 0.5\}$ **4)** $(x - 0.5)^2 + (y - 1)^2 = 1\ \{x>0.5\}$	**D**	
1) $x = 0\ \{0 < y < 2\}$ **2)** $y = 2\ \{0 < x < 1.5\}$ **3)** $y = 1\ \{0 < x < 1\}$ **4)** $y = 0\ \{0 < x < 1.5\}$	**E**	
1) $x = 0\ \{0 < y < 2\}$ **2)** $y = 2\ \{0 < x < 1\}$ **3)** $y = 1\ \{0 < x < 0.75\}$	**F**	

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

1) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1 \; \{x < 1.5\}$ **2)** $y = 1 \; \{1 < x < 1.5\}$ **3)** $x = 1.5 \; \{0.134 < y < 1\}$	**G**	
1) $x = 0 \; \{0 < y < 2\}$ **2)** $y = 1 \; \{0 < x < 1\}$ **3)** $x = 1 \; \{0 < y < 2\}$	**H**	
1) $y = 2 \; \{0 < x < 1\}$ **2)** $x = 0.5 \; \{0 < y < 2\}$ **3)** $y = 0 \; \{0 < x < 1\}$	**I**	

15

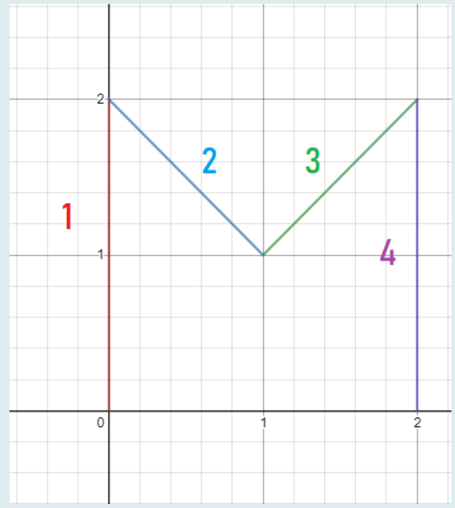
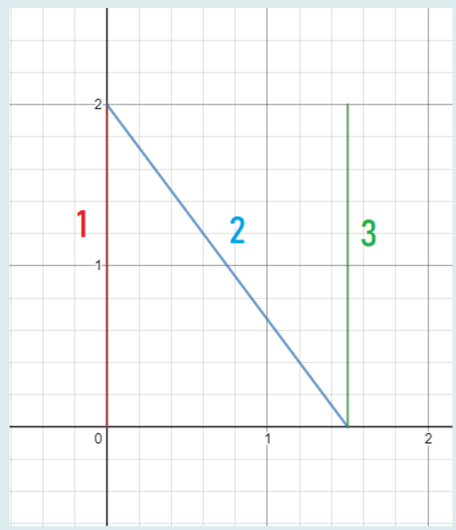
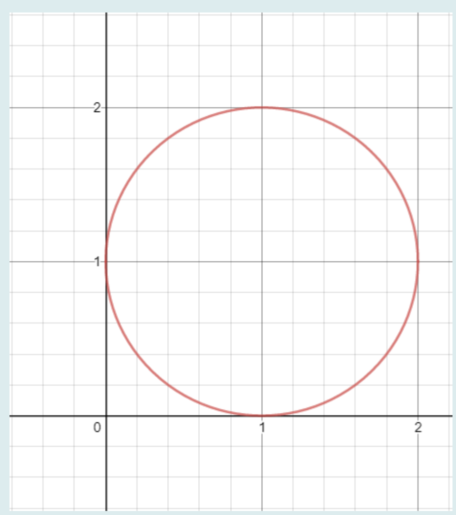
Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

1) y = 2 {0.5 < x < 1.5} **2)** x = 1 {0.5 < y < 2} **3)** (x - 0.5)^2 + (y - 0.5)^2 = 0.25 {0 < y < 0.5}	**J**	
1) x = 0 {0 < y < 2} **2)** x + 1 {0 < x < 1}	**K**	
1) x = 0 {0 < y < 2} **2)** y = 0 {0 < x < 1}	**L**	

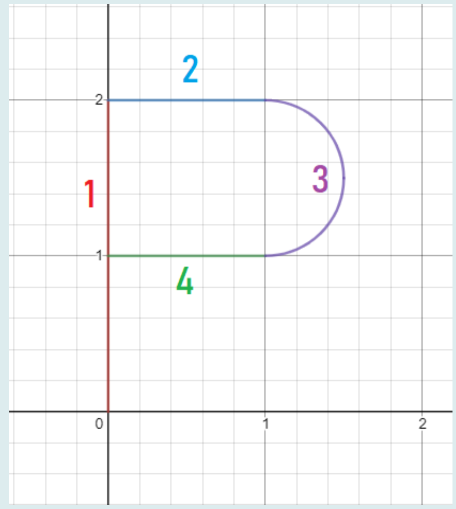
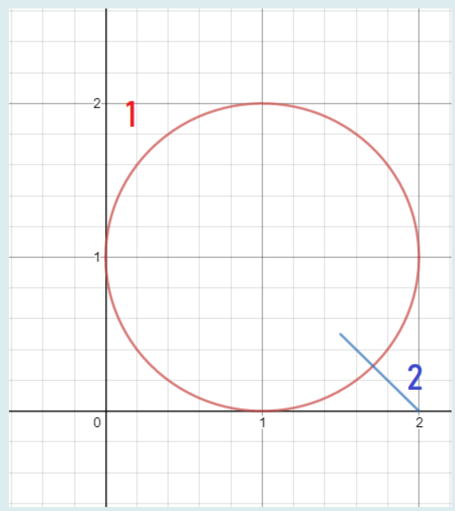
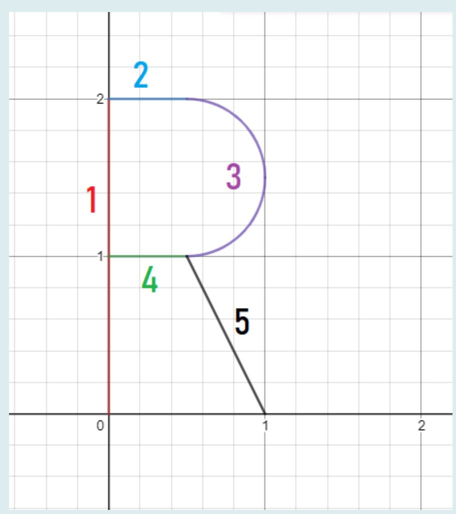
Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Erasmus+

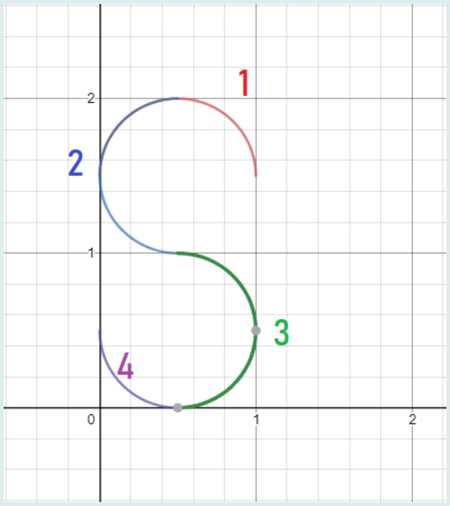
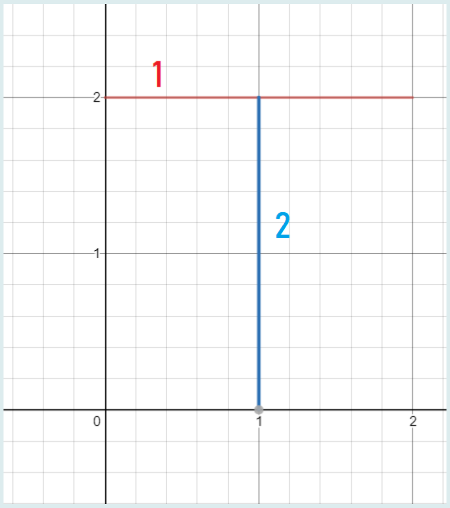
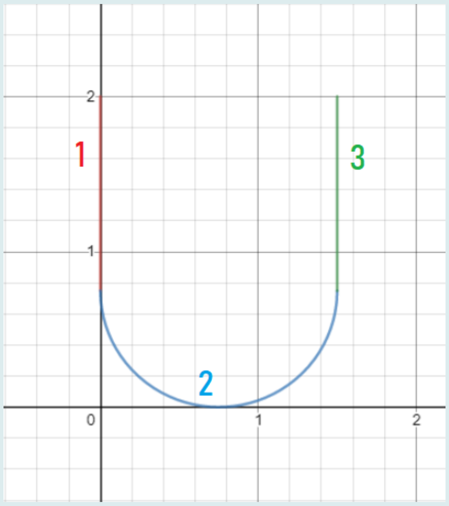
TheArtOf Maths

1) x = 0 {0 < y < 2} **2)** -x + 2 {0 < x < 1} **3)** x {1 < x < 2} **4)** x = 2 {0 < y < 2}	**M**	
1) x = 0 {0 < y < 2} **2)** -4/3x + 2 {0 < x < 1.5} **3)** x = 1.5 {0 < y < 2}	**N**	
1) (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1	**O**	

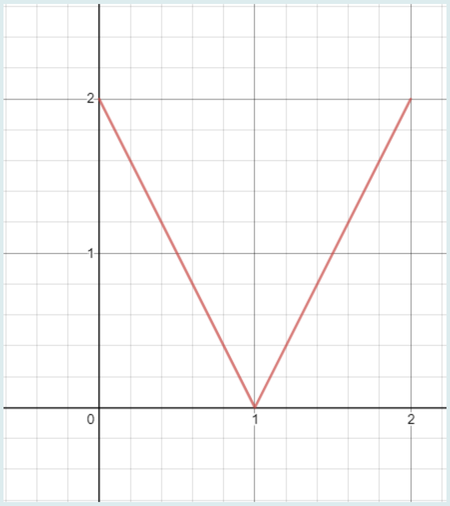
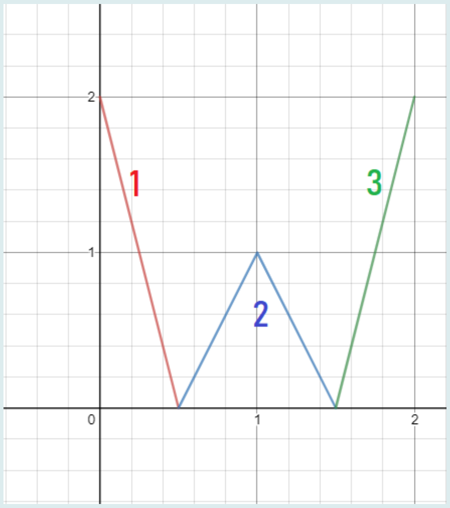
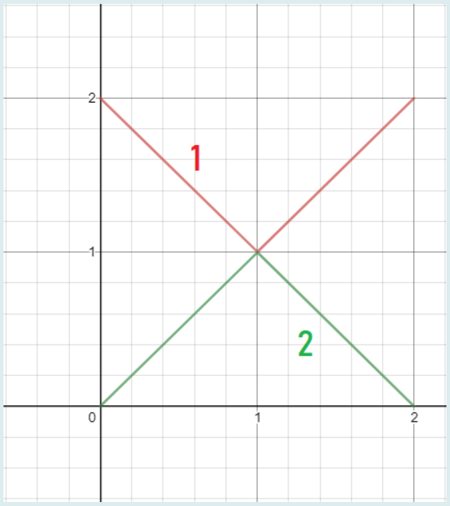
Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l’information contenue dans ce document.

1) $x = 0 \{0 < y < 2\}$ **2)** $y = 2 \{0 < x < 1\}$ **3)** $(x - 1)^2 + (y - 1.5)^2 = 0.25 \{1 < x < 1.5\}$ **4)** $y = 1 \{0 < x < 1\}$	**P**	
1) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$ **2)** $- x + 2 \{1.5 < x < 2\}$	**Q**	
1) $x = 0 \{0 < y < 2\}$ **2)** $y = 2 \{0 < x < 0.5\}$ **3)** $(x - 0.5)^2 + (y - 1.5)^2 = 0.25 \{x>0.5\}$ **4)** $y = 1 \{0 < x < 0.5\}$ **5)** $- 2x + 2 \{0.5 < x < 1\}$	**R**	

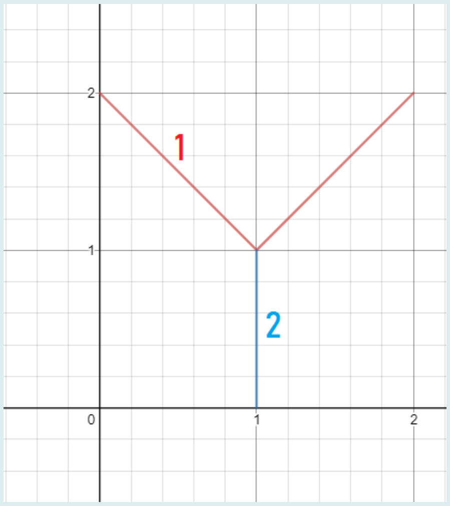
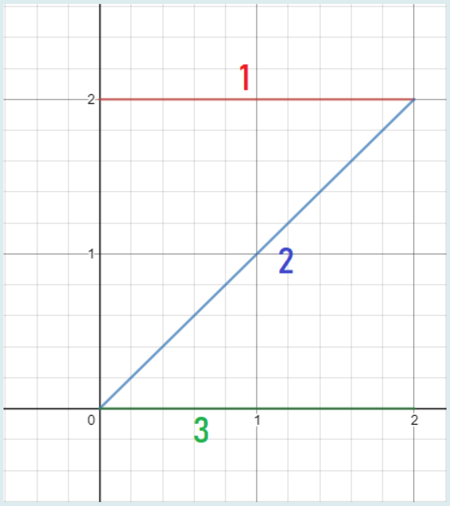
Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

1) $(x - 0.5)^2 + (y - 1.5)^2 = 0.25 \{y>1.5\}$ **2)** $(x - .5)^2 + (y - 1.5)^2 = .25 \{x < .5\}$ **3)** $(x - 0.5)^2 + (y - 0.5)^2 = .25 \{0.5 < x < 1\}$ **4)** $(x - 0.5)^2 + (y - 0.5)^2 = .25 \{y < 0.5\}$	**S**	
1) $y = 2 \{0 < x < 2\}$ **2)** $x = 1 \{0 < y < 2\}$	**T**	
1) $x=0 \{0.75<y<2 \}$ **2)** $(x - 0.75)^2 + (y-0.75)^2 = 0.75^2 \{y<0.75 \}$ **3)** $x=1.5 \{0.75<y<2 \}$	**U**	

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

1) $2\|x-1\|$ $\{0 < x < 2\}$	**V**	
1) $-4x + 2$ $\{0 < x < 0.5\}$ **2)** $-2\|x-1\| + 1$ $\{0.5 < x < 1.5\}$ **3)** $4x - 6$ $\{1.5 < x < 2\}$	**W**	
1) $\|x-1\| + 1$ $\{0 < x < 2\}$ **2)** $- x - 1\| + 1$ $\{0 < x < 2\}$	**X**	

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

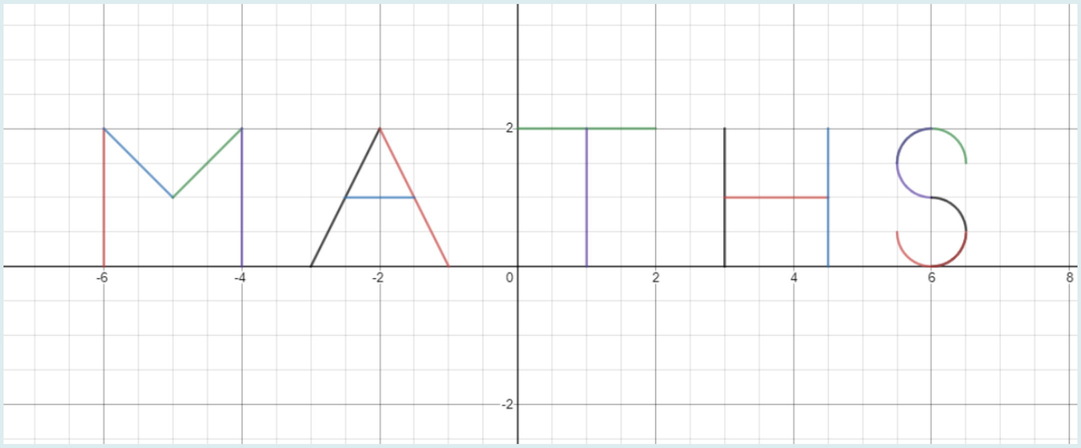
1) $\lvert x - 1 \rvert + 1$ {0 < x < 2} **2)** x = 1 {0 < y < 1}	**Y**	
1) y = 2 {0 < x < 2} **2)** x {0 < x < 2} **3)** y = 0 {0 < x < 2}	**Z**	

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

TÂCHES

TÂCHE 1

En utilisant les équations données pour former les lettres de l'alphabet, produis le mot « MATHS".



TÂCHE 2

Si tu as réussi à répondre à la question 1, utilise ta créativité et dessine une image à ton goût ou écris ton propre nom.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

POUR EN SAVOIR PLUS...

Explorez les mathématiques avec l'application web Desmos

https://www.desmos.com/

L'alphabet écrit avec des équations sur Desmos

https://www.desmos.com/calculator/l8u2vigxyb

Représentation graphique des fonctions de valeur absolue (en anglais) :

https://www.khanacademy.org/math/algebra/absolute-value-equations-functions/graphs-of-absolute-value-functions/v/graphing-absolute-value-functions

Dérivées et intégrales dans l'imagerie artistique (en anglais) :

https://ethnomath.coe.hawaii.edu/pdf/university_derivatives_integrals.pdf

Introduction aux fonctions linéaires (en anglais) :

https://courses.lumenlearning.com/boundless-algebra/chapter/introduction-to-linear-functions/

La géométrie d'un cercle (en anglais) :

http://www.mathcentre.ac.uk/resources/uploaded/mc-ty-circles-2009-1.pdf

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.