

## **PARTIE IV : Cinématographie & Mathématiques**

**ÂGE : 13-15 ans**

---

**OUTIL 44: LES NOMBRES PREMIERS -  
L'HOMME QUI DÉFIAIT L'INFINI**

---

**Sandgärdskolan**

## Guide de l'éducateur

**Titre** : Les nombres premiers - L'Homme qui défiait l'infini

**Âge** : 13-15 ans

**Durée** : 2 heures

**Concepts Mathématiques** : Nombres premiers et Infini

**Concepts Artistiques** : Genres de films, héros de Marvel, point de fuite

**Objectifs généraux** : Cette tâche permet d'en apprendre davantage sur l'infini. Elle fait réfléchir au mot infini. Qu'est-ce qu'il évoque ? Elle montrera également le lien entre l'infini et les nombres premiers.

**Ressources** : Cet outil fournit des images et des vidéos que vous pouvez utiliser dans votre classe. Les thèmes abordés dans ces ressources vous inspireront également pour trouver d'autres matériels que vous pourriez trouver pertinents afin de personnaliser et de nuancer votre leçon.

**Conseils pour l'éducateur** : L'apprentissage par la pratique s'est avéré très efficace, en particulier pour ceux ayant des troubles de l'apprentissage ou de l'attention. N'oubliez pas de toujours expliquer à quoi sert chaque concept mathématique, concrètement.

**Résultats et Compétences ciblées** : Les élèves seront capables de :

- Mieux comprendre les nombres premiers et l'infini.
- Explorer les films de super-héros.

**Compte-rendu et évaluation** :

Écrivez 3 aspects que vous avez appréciés dans cette activité :	1. 2. 3.
Écrivez 2 éléments que vous avez appris :	1. 2.
Écrivez 1 aspect à améliorer :	1.

## Introduction

L'infini concerne les choses qui ne finissent jamais ; un concept abstrait décrivant quelque chose sans aucune limite et se réfère à un ensemble de notions d'infinité en mathématiques, en philosophie et en théologie.

L'infini signifie beaucoup de choses différentes, selon le moment où il est utilisé. Le mot vient d'un mot latin, qui signifie "sans fin", Ad Infinitum/à l'infini. L'infini est éternel, c'est pourquoi on dit parfois que l'espace, les nombres et d'autres choses sont "infinis", parce qu'ils ne s'arrêtent jamais.

L'infini n'est pas vraiment un nombre ordinaire, mais il est parfois utilisé comme tel. L'infini dit souvent combien il y a de quelque chose, plutôt que la taille de cette chose. Par exemple, il y a une infinité de nombres entiers (appelés entiers), mais il n'y a pas d'entier qui soit infiniment grand. Mais différentes sortes de mathématiques ont différentes sortes d'infinité. C'est pourquoi sa signification change souvent.



Image 1 Symbole de l'infini (Source : [Wikimedia Commons](#))

## L'homme qui défiait l'infini

Le film *The Man Who Knew Infinity* traite de Srinivasa Ramanujan, qui est généralement considéré par les mathématiciens comme l'une des figures les plus romantiques dans la discipline des mathématiques.



Image 2 : Srinivasa Ramanujan. (Source : [Wikimedia Commons](#))

Ramanujan (1887-1920) est né dans le sud de l'Inde et est mort à la même époque, à l'âge de 32 ans seulement, mais lors d'un des événements les plus extraordinaires de l'histoire des mathématiques, il a passé la période de la Première Guerre mondiale au Trinity College de Cambridge, à l'invitation du grand mathématicien britannique Godfrey Harold (G. H.) Hardy (1877-1947) et de son grand collaborateur John E. Littlewood.

Enfant, il refusait d'apprendre autre chose que les mathématiques, il était presque entièrement autodidacte et ses travaux antérieurs à Cambridge sont contenus dans une série de cahiers.

Les travaux qu'il a réalisés après son retour en Inde en 1919 sont contenus dans le carnet perdu, au nom trompeur. Il a été retrouvé plus tard dans la bibliothèque du Wren college for mathematics. Pendant son séjour en Angleterre, Ramanujan est devenu le premier membre indien de la Trinité et de la Royal Society.

## Un homme de chiffres

Ramanujan avait une capacité extraordinaire à percevoir les schémas. Bien qu'il ait rarement prouvé ses résultats, il a laissé une foule d'évaluations de sommes et d'intégrales. Il était particulièrement expert dans une partie de la théorie des nombres appelée formes modulaires, qui présente encore plus d'intérêt aujourd'hui qu'à sa mort.

Le Carnet perdu a lancé l'étude de fonctions thêta fictives qui ne sont comprises qu'aujourd'hui. Ce n'est que récemment que les mathématiciens américains Bruce Berndt et George Andrews ont achevé la rédaction de ses carnets de notes. Il comprend des milliers de pages imprimées.

L'astronome Subrahmanyan Chandrasekhar, lauréat du prix Nobel, a décrit l'importance du succès de Ramanujan en Angleterre pour sa confiance en soi et celle des fondateurs de l'Inde moderne, dont Jawaharlal Nehru, qui est devenu le premier Premier ministre de l'Inde indépendante en 1947.

En 2008, David Leavitt a publié une version romancée de la vie de Ramanujan intitulée "Le greffier indien". Bien que Leavitt capture de manière très belle, en tant que romancier, il prend des libertés importantes et inclut des détails sur la vie privée de Ramanujan (par opposition à sa vie professionnelle de mathématicien)

En 2012, à l'occasion du 125e anniversaire de la naissance de Ramanujan, les Notices of the American Mathematical Society ont publié huit articles sur son travail. Cette suite a montré avec force comment la réputation et l'impact de Ramanujan continuent de croître.

Une dernière anecdote décrit bien Ramanujan et sa fascination pour les mathématiques. En 1917, Ramanujan est hospitalisé à Londres et reçoit la visite de son collègue Hardy. N'étant pas doué pour échanger des banalités, Hardy se contenta

de dire que le numéro de son taxi, 1 729, était inintéressant. Ramanujan répondit qu'au contraire, c'était le plus petit nombre exprimable comme la somme de deux cubes de deux manières distinctes :

1 729 est le plus petit nombre pouvant être représenté de deux manières différentes en tant que somme de deux cubes :

$$\begin{aligned}1729 &= 1^3 + 12^3 \\ &= 9^3 + 10^3\end{aligned}$$

C'est également le produit de trois nombres premiers :

$$1729 = 7 \times 13 \times 19$$

Le plus grand nombre similaire connu est :

$$\begin{aligned}885623890831 &= 7511^3 + 7730^3 \\ &= 8759^3 + 5978^3 \\ &= 3943 \times 14737 \times 15241\end{aligned}$$

Source : Hardy-Ramanujan "taxicab Numbers" [Wikimedia Commons](#)

## Plus de films sur les mathématiciens

Il y a eu beaucoup de livres, de pièces de théâtre et de films, ainsi que des séries télévisées comme "The Big Bang Theory" sur des mathématiciens et scientifiques. La série "The Big Bang Theory", en particulier, a fait connaître les mathématiques, la physique et la philosophie, et l'intérêt pour l'étude de ces sujets a beaucoup augmenté.

D'autres films intéressants sont Un homme d'exception (2001), Copenhague (2002), Proof (2005), Imitation Game sur Alan Turing et Une merveilleuse histoire du temps sur Stephen Hawking.

## Glossaire

**Subrahmanyan Chandrasekhar** C'est un astro physicien américain d'origine tamoule qui a reçu le prix Nobel de physique en 1983

**David Leavitt** C'est un écrivain américain qui a écrit des ouvrages de fiction et de non-fiction sur des mathématiciens célèbres. Son livre *The Indian Clerk* traite de Ramanujan et le livre *L'Homme qui en savait trop* d'Alan Turing.

**Jawaharlal Nehru** Il était un leader des droits civils en Inde pendant la lutte pour l'indépendance de la Grande-Bretagne. Il deviendra le premier Premier ministre de l'Inde en 1947. Sa fille Indira Gandhi et son petit-fils Rajiv Gandhi ont tous deux suivi ses traces et sont devenus par la suite premiers ministres.

**Les fonctions thêta** Il s'agit de fonctions spéciales comportant de nombreuses variables complexes telles que des fonctions elliptiques.

## Les maths dans « L'homme qui défiait l'infini »

Il existe deux types d'infini : l'infini potentiel et l'infini actuel.

\* **l'infini potentiel** est un processus qui ne s'arrête jamais. Par exemple, l'ajout de 10 à un nombre. Peu importe le nombre de fois que l'on ajoute 10, on peut toujours en ajouter 10.

\* **l'infini actuel** est une idée plus abstraite. Par exemple, il y a une infinité de chiffres car il est impossible de les écrire tous.

Un engagement précoce avec l'idée de l'infini a été pris par le philosophe grec Anaximandre qui considérait l'infini comme une base fondamentale et primitive de la réalité. Anaximandre a été le premier dans la tradition philosophique grecque à proposer que l'univers était infini.

Les Jains indiens (une religion pratiquée dans toute l'Inde) ont été les premiers à rejeter l'idée que toutes les infinités étaient identiques ou égales. Ils ont reconnu différents types d'infinis :

- infini en longueur (une dimension),
- surface infinie (deux dimensions),
- volume infini (trois dimensions), et
- infini perpétuellement (nombre infini de dimensions).

À la fin du XIXe siècle, Georg Cantor a introduit et étudié les ensembles infinis et les nombres infinis, qui sont aujourd'hui une partie essentielle du fondement des mathématiques.

Par exemple, en mathématiques modernes, une droite est considérée comme l'ensemble de tous ses points, et leur nombre infini (la cardinalité de la droite) est plus grand que le nombre d'entiers.



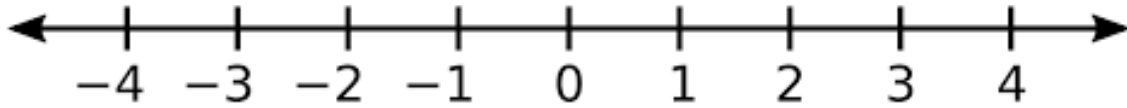


Image 2: Droite graduée (Source : [Wikimedia Commons](#))

Ainsi, le concept mathématique de l'infini affine et étend son ancien concept philosophique. Il est utilisé partout en mathématiques, même dans des domaines tels que la combinatoire et la théorie des nombres qui peuvent sembler n'avoir rien à voir avec lui. Par exemple, la preuve du dernier théorème de Fermat par Wiles utilise l'existence de très grands ensembles infinis.

## TÂCHE


### Hôtel Hilbert

Le Hilbert est le plus grand hôtel du monde : il dispose d'une infinité de chambres. On pourrait imaginer qu'il ne s'agit que d'un seul couloir sans fin, avec des chambres numérotées 1, 2, 3, 4, etc. Le jour où nous arrivons au Hilbert, toutes les chambres de l'hôtel sont pleines. Les affaires vont très bien !

Dans tout autre hôtel, la réception devrait nous refuser : si toutes les chambres sont pleines, il n'y a tout simplement pas de place pour nous. Très étonnamment, ce n'est pas le cas au Hilbert.

Lorsque nous arrivons et demandons une chambre, l'hôtel fait une annonce par haut-parleur qui peut être entendue partout dans l'hôtel : ils demandent à tous leurs clients de se déplacer dans la chambre suivante. Le client de la chambre 1 passe alors à la chambre 2, le client de la chambre 2 passe à la chambre 3 et le client de n'importe quelle chambre  $n$  passe à la chambre  $n+1$ . Comme il n'y a pas de dernière chambre dans l'hôtel, chaque client obtient une nouvelle chambre.

La première chambre est maintenant vide et nous pouvons y loger. Bien sûr, cela n'aurait pas fonctionné dans un hôtel limité. Nous pourrions toujours demander à tous les clients de passer à la chambre suivante, mais la personne dans la dernière chambre se retrouverait sans chambre. Le Hilbert n'a pas de dernière chambre, et l'infini plus un est toujours l'infini.

Cette idée peut être étendue : Si 10 nouveaux invités arrivent, la réception demande  simplement à tous les invités de passer à la dixième chambre suivante. Si 100 nouveaux invités arrivent, tous les invités actuels doivent passer à la centième chambre suivante - et de même pour tout autre nombre. Ainsi, même si l'hôtel est plein, il peut toujours offrir des chambres à un nombre quelconque de nouveaux clients !

À ton tour :

Prends une feuille de papier blanc de format A3. À l'aide d'une règle, dessine l'hôtel uniquement avec les murs et le toit. Commence par le coin inférieur droit du bâtiment et dessine 10 fenêtres pour indiquer les chambres. Le client suivant arrive et tu as besoin d'une chambre supplémentaire, car il y a une quantité infinie de chambres au Hilbert's. Combien de chambres peut-on faire tenir sur un étage ? Qu'est-ce qui fera que votre hôtel aura un nombre limité de chambres ?

## POUR EN SAVOIR PLUS...

Un cours accéléré sur les mathématiques des ensembles infinis (en anglais) :

<http://legacy.earlham.edu/~peters/writing/infapp.htm>

Une vidéo du film « L'homme qui défiait l'infini » (en anglais)

<https://www.youtube.com/watch?v=P0idBBhGNgU>

A propos de la série The Big Bang Theory (en anglais)

<https://the-big-bang-theory.com/>

### La vie de Ramanujan :

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Srinivasa\\_Ramanujan](https://fr.wikipedia.org/wiki/Srinivasa_Ramanujan)

En anglais :

<http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Ramanujan.html>

Vidéo en anglais :

<https://www.youtube.com/watch?v=uGoUef1C3K0>

### À propos de l'infini :

<https://fr.wikipedia.org/wiki/Infini>

En anglais:

<https://www.mathsisfun.com/numbers/infinity.html>

Pourquoi 1729 est-il connu sous le nom de nombre de Ramanujan ? (en anglais) :

<https://www.quora.com/Why-is-the-number-1729-known-as-the-Ramanujan-number>

Une équation vraiment difficile posée par Ramanujan (en anglais) :

<https://www.youtube.com/watch?v=r5BGli84arY>