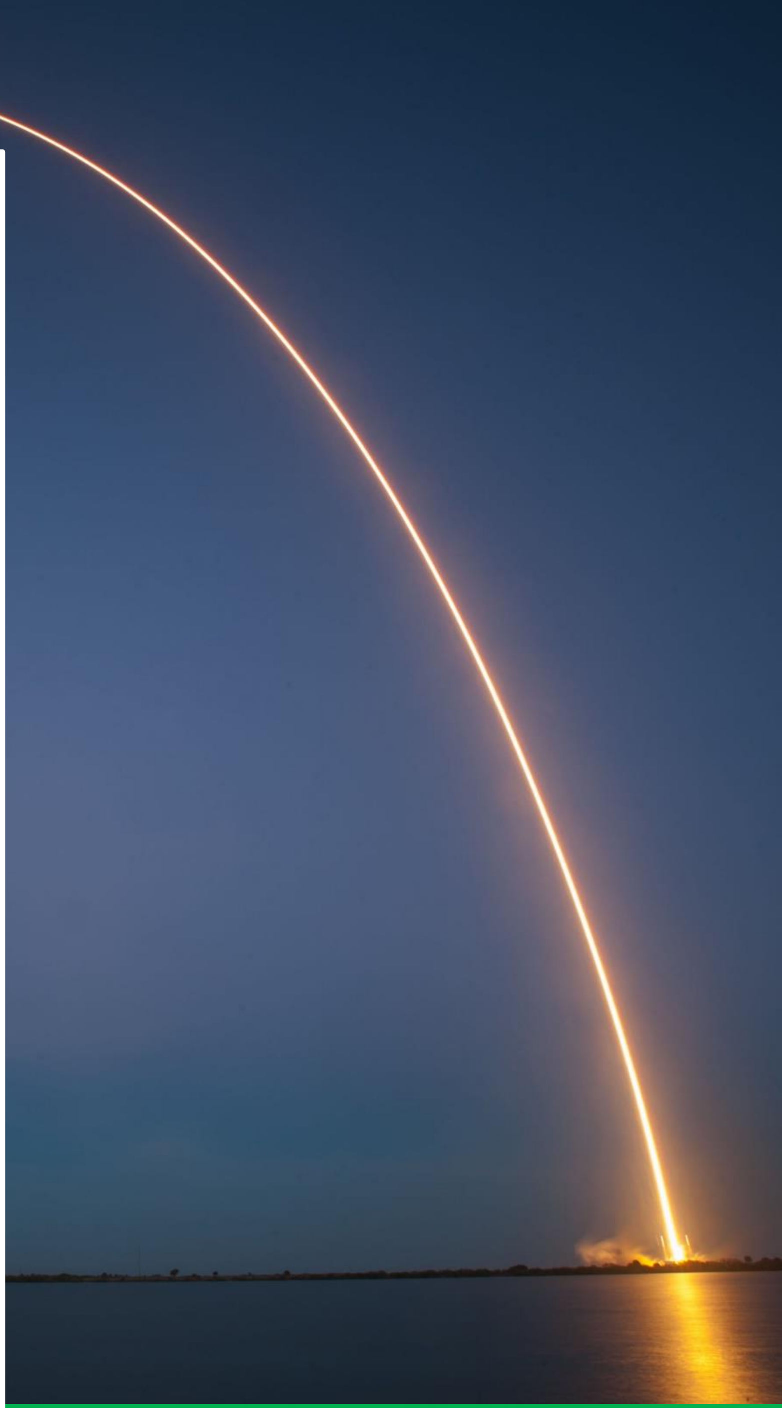
PARTIE IV : Cinématographie & Mathématiques

ÂGE : 16 – 18 ans



Falcon 9 SES-8
(Source: SpaceX from Wikicommons (2013)

OUTIL 43 : LA FONCTION QUADRATIQUE À TRAVERS LE FILM "CIEL D'OCTOBRE"

SPEL – Sociedade Promotora de Estabelecimentos de Ensino

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

Educator's Guide

Titre : La fonction quadratique à travers le film "Ciel d'octobre"

Âge : 16 –18 ans

Durée : 2 heures

Concepts Mathématiques : Les fonctions quadratiques

Concepts Artistiques : Chute libre, lancement vertical

Objectifs Généraux : Comprendre les notions de fonctions quadratiques, calculer les coordonnées du sommet, résoudre les équations quadratiques et les inégalités. Calculer la position d'un projectile en chute libre ou lancé verticalement.

Instructions et Méthodologies : Montrez l'extrait du film "Ciel d'octobre" qui fait référence à la fonction quadratique et proposez aux élèves de regarder le film en entier à la maison ; Utilisez une calculatrice graphique (Ex : Desmos) pour montrer aux élèves les graphes, ainsi que les résultats des équations quadratiques/inégalités.

Ressources : Ordinateur avec une connexion internet ; Accès au site web : https://www.desmos.com/

Conseils pour l'éducateur : Commencez par visualiser les graphes de fonctions quadratiques pour expliquer leurs propriétés. Donnez un exemple pour chacun des concepts enseignés, puis laissez les élèves faire des exercices similaires.

Compétences et Résultats ciblés : À la fin de cet outil, l'élève sera capable de :

- Prédire la forme d'une fonction quadratique et obtenir ses résultats.
- Calculer le point maximum ou minimum d'une fonction quadratique ;
- Résoudre des équations quadratiques et des inégalités ;
- Calculer la position d'un projectile en chute libre ou lancé verticalement.

Compte-rendu et Évaluation :

Écrivez trois aspects que vous avez aimé dans cette activité	1. 2. 3.
Écrivez deux choses que vous avez apprises :	1. 2.
Écrivez un aspect à améliorer	1.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Introduction

On trouve parfois des aspects liés aux mathématiques dans des séries télévisées ou des films. Dans ces cas-là, il arrive que ces concepts mathématiques n'aient pas beaucoup d'importance, car ils n'influencent pas l'histoire elle-même. Cependant, il y a quelques films dans lesquels c'est le cas.

En voici quelques exemples : "Las Vegas 21" (USA, 2008), de Robert Luketic ; "Proof" (USA, 2005), de John Madden ; "Un homme d'exception" (USA, 2001), de Ron Howard ; "Enigma" (USA, 2001), de Michael Apted ; "Pi" (USA, 1988), de Darren Aronofsky ; "Will Hunting" (USA, 1997), de Gus Van Sant et "Cube" (Canada, 1997), de Vincenzo Natali.

Dans cet outil, le film " Ciel d'Octobre " (USA, 1999,) de Joe Johnston, sera présenté et ses concepts mathématiques, tels que les trajectoires des projectiles et la fonction quadratique, seront abordés.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Ciel d'Octobre

Ciel d'Octobre (1999) est un film dramatique biographique américain basé sur le roman d'Homer Hickman "Rocket Boys" . Il est basé sur une histoire vraie d'Homer Hickam, fils de mineur de charbon, qui, contre la volonté de son père, a été inspiré lors du premier lancement de Spoutnik 1 en octobre 1957 par l'Union soviétique à lancer des fusées artisanales.

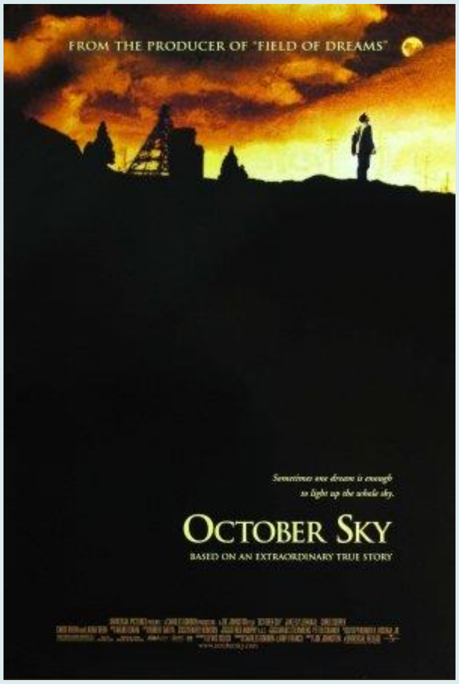


Fig. 1 – Poster du film Ciel d'Octobre en anglais (1999) (Source : https://pt.wikipedia.org/wiki/October_Sky)

De la chute libre au lancement vertical de fusées, dans Ciel d'octobre, Homer et son ami Quentin utilisent de tels concepts afin de prouver leur innocence d'un incendie qui s'est déclenché près de l'endroit où l'une des fusées qu'ils avaient lancées s'est écrasée. Pour ce faire, ils s'appuient sur la fonction quadratique pour démontrer qu'il était impossible qu'un projectile tombe à cet endroit.

Finalement, Homer Hickman a été engagé comme ingénieur aérospatial par la NASA.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Glossaire

Chute libre : tout mouvement d'un corps dans lequel la gravité est la seule responsable de son accélération.

Spoutnik 1 : Le premier satellite artificiel de la Terre lancé par l'Union soviétique le 4 octobre 1957 dans l'unité d'essai de fusées de l'Union soviétique actuellement connue sous le nom de cosmodrome de Baïkonour.

Projectile : tout objet qui se déplace sous l'influence de la gravité.

Lancement vertical : l'action de lancer un corps vers le haut ou vers le bas, qui, contrairement à la chute libre, a une valeur de vitesse initiale.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Les Maths dans Ciel d'Octobre

Tout comme Homer et son ami ont calculé dans quelle zone la fusée qu'ils avaient lancée s'est écrasée, il est possible de calculer la hauteur d'un objet en chute libre (lâché) ou lancé, en fonction du temps. Pour ce faire, on utilise la fonction algébrique suivante :

$$\mathbf{h(t) = \pm\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + h_0}$$

Où :

$\mathbf{h(t)}$ -> hauteur (en mètres)

$\mathbf{t}$ -> temps (en secondes)

$\mathbf{v_0}$ -> Vitesse initiale (en $\mathbf{m/s}$)

$\mathbf{h_0}$ -> Hauteur initiale (en mètres)

$\boldsymbol{g}$ -> l'accélération gravitationnelle en $\mathbf{m/s^2}$ (dont la valeur approximative sur Terre est de **9,8**)

Donc :

$$\mathbf{h(t) = \pm\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + h_0} \Leftrightarrow$$

$$\mathbf{h(t) = \pm\frac{1}{2}(9,8)t^2 + v_0t + h_0} \Leftrightarrow$$

$$\mathbf{h(t) = \pm 4,9t^2 + v_0t + h_0}$$

Note : Étant donné que lorsqu'un objet est lancé de haut en bas, son accélération est positive, alors que lorsqu'il est lancé de bas en haut, son accélération est négative, lorsqu'un objet est en chute libre ou est lancé verticalement de haut en bas, le signe plus (+) est utilisé dans la formule ; lorsqu'un objet est lancé verticalement de bas en haut, le signe moins (-) est utilisé.

Note 2 : Si la hauteur est indiquée en pieds, la formule prend la forme suivante :

$$\mathbf{h(t) = \pm\frac{1}{2}(32)t^2 + v_0t + h_0 \Leftrightarrow h(t) \pm 16t^2 + v_0t + h_0}$$

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

C'est ce qu'on appelle des **fonctions quadratiques** et les graphiques qui en résultent s'appellent des **paraboles**.

Examinons de plus près les fonctions quadratiques afin de connaître certaines de leurs propriétés.

La Fonction Quadratique

Définition et éléments caractéristiques

Une **function quadratique**, ou fonction polynomiale du second degré, est une fonction $\mathbf{f}$ définie par :

$$\mathbf{f(x) = ax^2 + bx + c}, \qquad a \neq 0$$

Où :

$\mathbf{a}, \mathbf{b}$ et $\mathbf{c}$ sont des **nombres réels.**

Le domaine d'une fonction quadratique est l'ensemble des nombres réels.

Le graphe d'une fonction quadratique est une courbe appelée **parabole**.

Exemples :

$\mathbf{y = 2x^2}$ $\qquad$ $\mathbf{y = -x^2 + 4}$ $\qquad$ $\mathbf{y = x^2 + 6x + 4}$

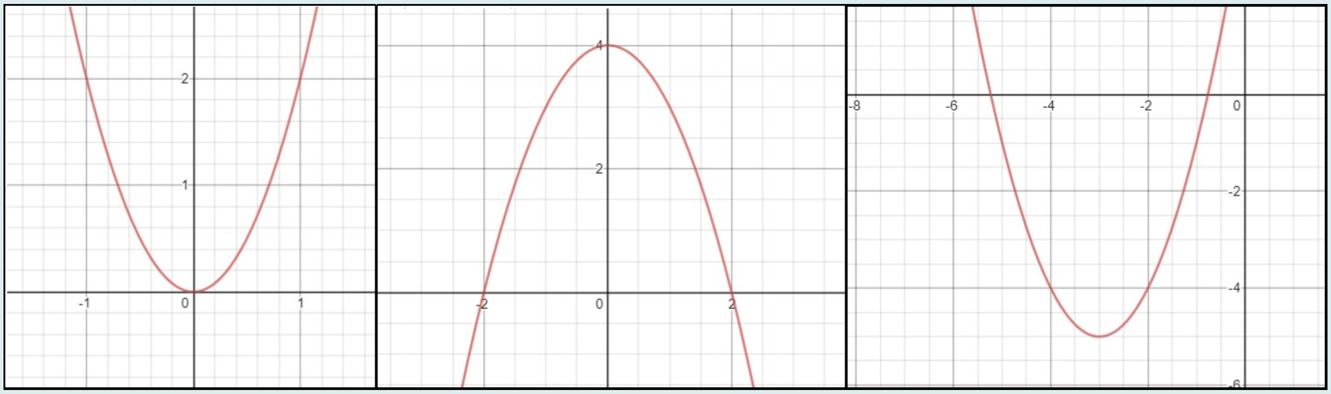


Fig. 2 – Fonctions quadratiques
(Source : Auteur sur https://www.desmos.com/)

- La valeur du paramètre $\mathbf{a}$ influence la courbe du graphe :
  - Si $\mathbf{a > 0}$, la parabole est en forme de U, **avec une ouverture vers le haut** ;
  - Si $\mathbf{a < 0}$, la parabole est en forme de U, **avec une ouverture vers le bas**.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Une parabole présente des caractéristiques particulières :

- Une parabole est symétrique par rapport à une ligne verticale, qui est appelée l'axe de symétrie.

- L'axe de symétrie d'une parabole est la ligne verticale d'équation $\mathbf{x} = -\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{2a}}$.

- Le point d'intersection de la parabole avec l'axe de symétrie est appelé un sommet.

- Les coordonnées du sommet d'une parabole sont données par les expressions :

$\mathbf{x_V} = -\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{2a}}$ and $\mathbf{y_V} = \mathbf{f}(\mathbf{x_V}) = \mathbf{f}\left(-\frac{\mathbf{b}}{\mathbf{2a}}\right)$ ou $\mathbf{y_V} = \frac{\mathbf{4ac - b^2}}{\mathbf{4a}}$.

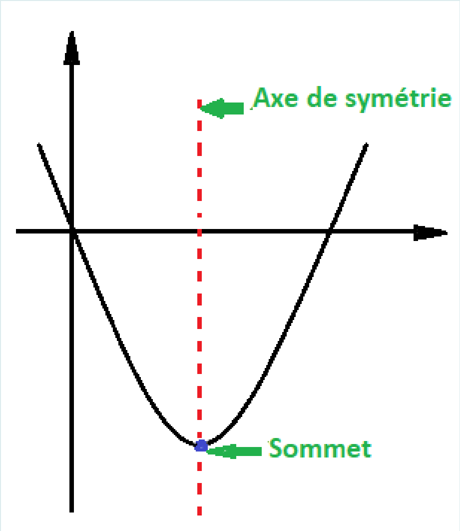


Fig. 3 - Axe de Symétrie (Source : http://calculator.mathcaptain.com/vertex-calculator.html)

Racines d'une fonction quadratique

Les racines ou **zéros** de la fonction quadratique, $\mathbf{f(x) = ax^2 + bx + c;\ a, b, c} \in \mathbb{R}$ R et a $\neq$ 0 aux nombres réels $\mathbf{x}$ tels que $\mathbf{f(x) = 0}$.

Par conséquent, les racines de la function $\mathbf{f(x) = ax^2 + bx + c,\ a \neq 0}$ sont les solutions de l'équation polynomiale du second degré $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$, qui sont données par la **formule** dite **quadratique :**

$$\mathbf{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

Nous avons :

$$\mathbf{f(x) = 0 \Leftrightarrow ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Exemples :

Considérons les zéros de la fonction définie par $\mathbf{f(x) = x^2 - 6x + 5}$

- Identifie chacune des valeurs : a = 1, b = - 6 et c = 5
- Utilise la formule quadratique :

$$\mathbf{f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 1 \times 5}}{2 \times 1}}$$

$$\mathbf{\Leftrightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{6 \pm 4}{2} \Leftrightarrow}$$

$$\mathbf{x = \frac{6-4}{2} \vee x = \frac{6+4}{2} \Leftrightarrow x = \frac{2}{2} \vee x = \frac{10}{2} \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 5}$$

Racines = {1, 5}

Note:

1) Le nombre de racines réelles d'une fonction quadratique dépend de la valeur obtenue pour la n^ième racine Δ= $b^2 - 4ac$, appelée le discriminant, à savoir:
   - lorsque Δ> 0, il y a **deux racines réelles** (et distinctes) ;
   - lorsque Δ = 0, il y a **une racine réelle** (pour être plus précis, il y a deux racines égales) ;
   - lorsque Δ <0, il n'y a **pas de racines réelles**.

2) Certaines équations polynomiales du second degré peuvent être résolues sans utiliser la formule quadratique. Cela se produit, par exemple, lorsque les équations du second degré sont incomplètes, c'est-à-dire du type :
   - $\mathbf{ax^2 + c = 0}$;
   - $\mathbf{ax^2 + bx = 0}$.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Intersection du graphe d'une fonction quadratique avec les axes de coordonnées

Intersection du graphe avec l'axe Oy

Pour obtenir les coordonnées du point d'intersection du graphe de la fonction $\mathbf{f}$ définie par $\mathbf{f(x) = ax^2 + bx + c};\ \mathbf{a, b, c} \in \mathbb{R}$ et $\mathbf{a \neq 0}$ avec l'axe $\mathbf{Oy}$, remplace x par 0. Puisque $\mathbf{f(0) = c}$, il y a toujours un point d'intersection du graphe de la fonction quadratique avec l'axe y. Les coordonnées du point d'intersection sont $(\mathbf{0, c})$.

Intersection du graphe avec l'axe Ox (zéro d'une fonction)

Une fonction quadratique peut avoir un zéro, deux zéros ou aucun. Examinons les représentations graphiques suivantes des fonctions quadratiques.

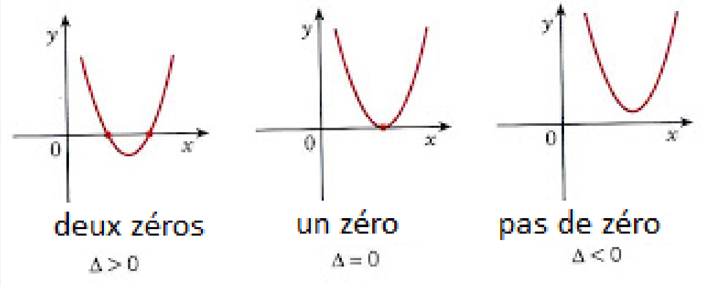


Fig. 4 – Représentation graphique des fonctions quadratiques
(Source : http://funcaode2grau.blogspot.com/2008/02/resumo-terico-da-funo-quadrtica.html)

Les abscisses des points d'ordonnée zéro sont les zéros de la fonction.

En ce qui concerne la fonction quadratique, l'identification de ses zéros est intéressante tant pour la résolution des équations et des inégalités du second degré que pour la résolution des problèmes en contexte réel.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Trouver les signes (+/-) des racines d'une fonction quadratique

- **Si la fonction a deux racines réelles (Δ> 0)**

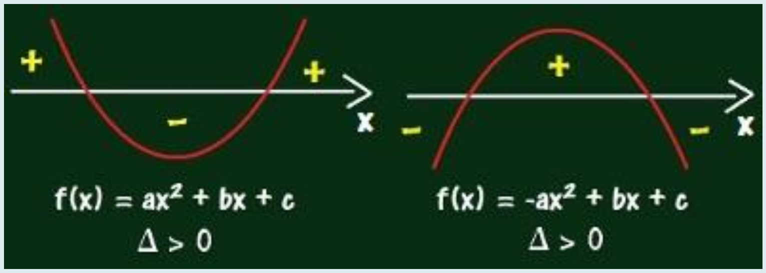


Fig. 5 – Signe d'une fonction quadratique avec 2 zéros
(Source : https://alunosonline.uol.com.br/matematica/estudo-variacao-sinal-uma-funcao-2-grau.html)

Positif : $]-\infty;\mathbf{x_1}[\,\cup\,]\mathbf{x_2};+\infty[$ Positif : $]\mathbf{x_1};\mathbf{x_2}[$

Négatif : $]\mathbf{x_1};\mathbf{x_2}[$ Négatif : $]-\infty;\mathbf{x_1}[\,\cup\,]\mathbf{x_2};+\infty[$

- **Si la fonction a une racine réelle (double racine égale)** $(\Delta = \mathbf{0})$

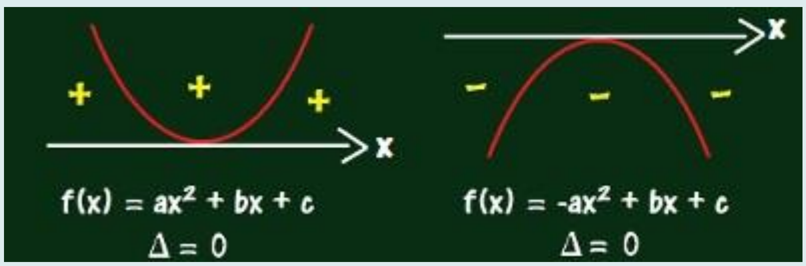


Fig. 6 – Signe d'une fonction quadratique avec 1 zéro
(Source: https://alunosonline.uol.com.br/matematica/estudo-variacao-sinal-uma-funcao-2-grau.html)

Positif : $\mathbb{R}\backslash\{\mathbf{x_1}\}$ **ou** $]-\infty;\mathbf{x_1}[\,\cup\,]\mathbf{x_1};+\infty[$ Positif : $\{\quad\}$**ou** $\emptyset$

Négatif : $\{\quad\}$**ou** $\emptyset$ Négatif : $\mathbb{R}\backslash\{\mathbf{x_1}\}$ **ou** $]-\infty;\mathbf{x_1}[\,\cup\,]\mathbf{x_1};+\infty[$

- **Si la fonction n'a pas de racines réelles** $(\Delta < \mathbf{0})$

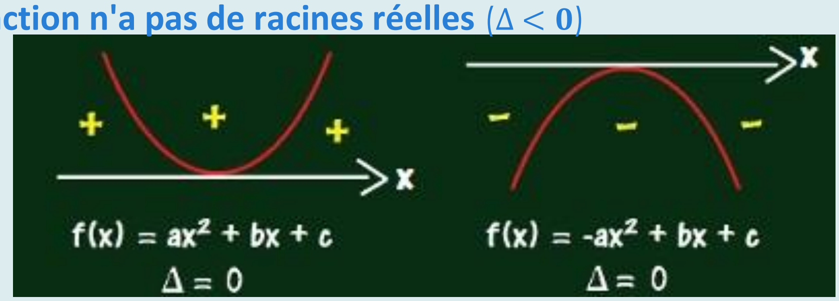


Fig. 7 – Signe d'une fonction quadratique sans zéros
(Source : https://alunosonline.uol.com.br/matematica/estudo-variacao-sinal-uma-funcao-2-grau.html)

Positif : $\mathbb{R}$ Positif : $\{\quad\}$**ou** $\emptyset$

Négatif : $\{\quad\}$**ou** $\emptyset$ Négatif : $\mathbb{R}$

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Inégalités du second degré

Sous la forme canonique d'une équation du second degré $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$, où $\mathbf{a \neq 0}$, si le "signe égal" (=) est remplacé par un signe "non égal à" ($\neq$), cela deviant une **inégalité du second degré.**

La résolution d'une inégalité du second degré consiste à déterminer les valeurs de $\mathbf{x}$ qui correspondent aux valeurs positives, négatives, non positives ou non négatives de la fonction $\mathbf{y = ax^2 + bx + c}$.

Exemple : Résous l'inégalité $\mathbf{x^2 + 2x > 3}$

Résolution :

➔ 1ière étape : $\mathbf{x^2 + 2x > 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 > 0}$

➔ 2ième étape : Résous l'équation $\mathbf{x^2 + 2x - 3 = 0}$

$$\mathbf{x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2}}$$

$$\mathbf{\Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm 4}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-2-4}{2} \vee x = \frac{-2+4}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-6}{2} \vee x = \frac{2}{2} \Leftrightarrow \quad x = -3 \vee x = 1}$$

➔ 3ième étape : Trace la représentation graphique de $\boldsymbol{f(x) = x^2 + 2x - 3}$ et identifie les zéros et les zones où la fonction est positive et négative.

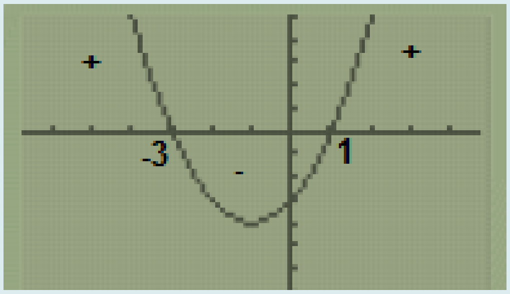


Fig. 8 – Graphe de la function $f(x) = x^2 + 2x - 3$
(Source: Calculatrice graphique)

➔ 4ième étape : Écris la solution pour régler l'inégalité.

$$\mathbf{x^2 + 2x > 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x \in \,]-\infty; -3[\, \cup \,]1; +\infty[}$$

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Note : L'inégalité précédente peut également être représentée à l'aide de la calculatrice graphique en ligne Desmos.

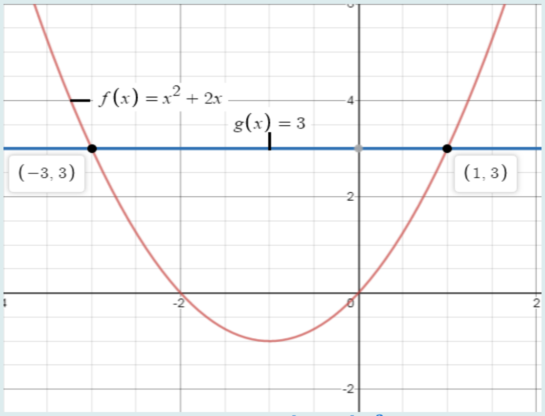


Fig. 9 – Graphe de l'inégalité $x^2 + 2x > 3$
(Source: https://www.desmos.com/calculator)

Dans ce cas, l'ensemble de solutions correspond à la partie du graphe de la fonction quadratique qui se trouve au-dessus de la ligne de l'équation $\boldsymbol{x = 3}$, à savoir, $\boldsymbol{C.S. =]-\infty; -3[\cup]1; +\infty[}$

La fonction quadratique représentée par $\mathbf{y = a(x - h)^2 + k}$

Pour qu'une fonction quadratique soit représentée par $\mathbf{y = a(x - h)^2 + k}$, où $\mathbf{(h, k)}$ sont les coordonnées de son sommet, il suffit de connaître les coordonnées de son sommet et d'un autre de ses points.

Fonctions quadratiques dans le lancement de projectiles

Comme mentionné précédemment, la fonction algébrique suivante permet de calculer la hauteur d'un objet en chute libre ou lancé verticalement, à un moment donné:

$$\mathbf{h(t) = \pm 4,9t^2 + v_0 t + h_0}$$

Où :

$\mathbf{h(t)}$ -> hauteur (en mètres)

$\mathbf{t}$ -> temps (en secondes)

$\mathbf{v_0}$ -> Vitesse initiale (en $\mathbf{m/s}$)

$\mathbf{h_0}$ -> Hauteur initiale (en mètres)

$\mathbf{g}$ -> l'accélération gravitationnelle en $\mathbf{m/s^2}$ (dont la valeur approximative sur Terre est de **9,8**)

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Rappelons que lorsqu'un objet est en chute libre ou est lancé verticalement de haut en bas, le signe plus (+) est utilisé dans la formule, tandis que si l'objet est lancé verticalement de bas en haut, on utilise le signe moins (-).

Voyons quelques exemples :

Pour faciliter le calcul, considérez que la constante gravitationnelle universelle, $\mathbf{g}$, est égale à $\mathbf{10}\ \boldsymbol{m/s^2}$, ce qui donne la formule suivante :

$$\mathbf{h(t) = \pm 5t^2 + v_0 t + h_0}$$

Exemples :

1) Un projectile est largué à 80 m du sol. Si $\mathbf{g = 10\ m/s^2}$ et qu'il est exempt de toute force dissipatrice, détermine le moment où l'objet touchera le sol.

Résolution :

➔ 1ière étape : Écris la formule qui correspond à la hauteur du projectile au moment où il a été lâché.

L'objet a été largué à 80 m de hauteur, d'où sa hauteur initiale de $\mathbf{h_0 = 80\ m}$. Comme la vitesse initiale est de $\boldsymbol{v_0 = 0\ m/s}$ et que le projectile va de haut en bas, la formule sera :

$$\mathbf{h(t) = 5t^2 + 0 \times t + 80 \;\Leftrightarrow\; h(t) = 5t^2 + 80}$$

➔ 2ième étape : Résous l'équation $\mathbf{h(t) = 0}$

$$\mathbf{h(t) = 0 \Leftrightarrow 5t^2 + 80 = 0 \Leftrightarrow 5t^2 = 80 \Leftrightarrow t^2 = \frac{80}{5} \Leftrightarrow t^2}$$
$$\mathbf{= 16 \Leftrightarrow \quad t = \pm\sqrt{16} \Leftrightarrow t = \pm 4 \Leftrightarrow t = 4\ s.}$$

➔ 3ième étape : Réponse: Le projectile touche le sol après 4 secondes.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Un projectile est lancé verticalement depuis le sol, à une vitesse de 72 km/h.

Déduis-en :

a) la fonction qui nous donne la hauteur du projectile ;

c) la hauteur maximale atteinte ;

d) la hauteur pour t = 3 s, et la direction du mouvement à ce moment ;

e) le moment où l'objet atteint le sol.

Obs.: Soit $g = 10 \mathrm{~m/s^2}$

Résolution :

a) La conversion de 72 km/h en m/s donne 20 m/s. Comme la vitesse initiale est de $v_0 = 0 \mathrm{~m/s}$, que la hauteur initiale est de $h_0 = 0 \mathrm{~m}$ et que le projectile a été lancé de bas en haut, la formule est $h(t) = -5t^2 + 20 \times t + 0 = -5t^2 + 20t$.

b) La hauteur maximale atteinte est le sommet de la parabole. La formule suivante est utilisée pour calculer les coordonnées du sommet de la parabole : $t = -\frac{b}{2a} = -\frac{20}{2\times(-5)} = 2$. Cela signifie que le point le plus haut est atteint après 2s. Par conséquent, le point le plus élevé est $h(2) = -5 \times 2^2 + 20 \times 2 = 20$ m.

c) $h(3) = -5 \times 3^2 + 20 \times 3 = 15$ m. Jusqu'à 2 s, le mouvement est dirigé vers le haut (hauteur maximale) et pendant $t > 2$s le mouvement est dirigé vers le bas, ce qui signifie qu'au bout de 3 secondes, l'objet est en train de descendre.

d) Le temps de descente est égal au temps de montée, donc l'objet touchera le sol après 2 + 2 = 4 s. Ce résultat pourrait être obtenu en résolvant l'équation $h(t) = 0$.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

TÂCHE

TÂCHE 1

Une balle est placée à 1,5 m au-dessus du sol et est lancée à un certain angle par rapport au sol. La trajectoire de la balle est donnée par la fonction définie par :

$$\mathbf{f(x) = -0,0025x^2 + x + 1,5}$$

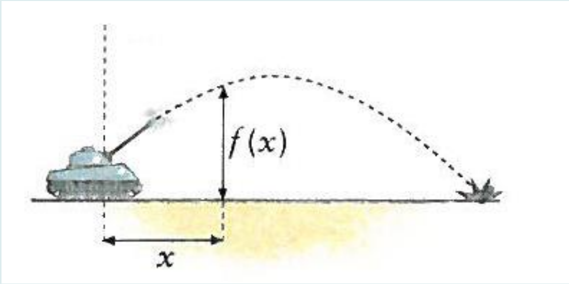


Fig. 10 – Trajectoire d'un projectile
(Source : Neves, M. A, Pereira, A., Leite, A., Guerreiro, L., & Silva, M. C. (2006). Matemática A2 – Ensino Profissional: Funções polinomiais. Porto: Porto Editora.)

Où f(x) est la hauteur de la balle (en mètres) et x la distance horizontale entre la balle et le point de lancement.

1.1 Détermine la distance horizontale en mètres, à une décimale près, entre le point de lancement et le point de chute de la balle.

1.2. Détermine la hauteur maximale atteinte par la balle et la distance à laquelle elle a atterri.

TÂCHE 2

Résous, de manière analytique, l'inégalité suivante $2x^2 - 8x > -6$.

TÂCHE 3

Une balle est lancée verticalement de bas en haut.

La hauteur h, en mètres, où se trouve la balle t secondes secondes après le lancement est définie par :

$$\mathbf{h(t) = 1 + 38t - 5t^2.}$$

3.1 Détermine $h(0)$ et interprète le résultat dans le contexte de la situation présentée.

3.2 Détermine la hauteur maximale atteinte par la balle et le moment où cela s'est produit.

3.3 À quel moment la balle a-t-elle touché le sol ? Présente la réponse à une décimale près.

3.4 À quel intervalle de temps la balle se trouvait-elle à moins de 30 mètres du sol ? Présente la réponse à la décimale d'une seconde.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

POUR EN SAVOIR PLUS...

Synopsis du film Ciel d'Octobre (1999)

http://www.allocine.fr/film/fichefilm_gen_cfilm=22351.html

Fonctions quadratiques dans Ciel d'Octobre (en anglais) :

https://www.youtube.com/watch?v=udHB3tftPz4

Formes et caractéristiques des fonctions quadratiques (en anglais) :

https://www.khanacademy.org/math/algebra/quadratics/features-of-quadratic-functions/v/rewriting-a-quadratic-function-to-find-roots-and-vertex

Signe d'une fonction quadratique avec application aux inégalités (en anglais) :

http://www.sosmath.com/algebra/quadraticeq/signquadra/signquadra.html

Problèmes quadratiques : Mouvement des projectiles (en anglais):

https://www.purplemath.com/modules/quadprob.htm

Explorez les graphes de fonctions quadratiques avec l'application web Desmos :

https://www.desmos.com/

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.