

# **PARTIE V : Littérature & Mathématiques**

**ÂGE : 16-18 ans**

---

## **OUTIL 42 : LES NOMBRES TRIANGULAIRES DANS LE LIVRE "LA FORMULE PRÉFÉRÉE DU PROFESSEUR"**

---

**C.I.P. Citizens In Power**



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

## Guide de l'éducateur

**Titre** : Les nombres triangulaires dans le livre "La Formule préférée du professeur" de Yoko Ogawa (2009)

**Âge** : 16-18 ans

**Durée** : 1h30 - 2 heures

**Concepts Mathématiques** : Nombres Triangulaires

**Concepts Artistiques** : Littérature et mathématiques

**Objectifs généraux** : Les élèves identifieront tout d'abord dans l'introduction le lien et les avantages de l'apprentissage des mathématiques au travers de la littérature. Ils découvriront ensuite un célèbre ouvrage, son auteur et la présentation du livre. Vers la fin, ils auront l'occasion de lire une petite partie du chapitre 4 du livre et d'analyser certains de ses concepts mathématiques dans le cadre de la tâche finale. Cette tâche vise à atteindre l'objectif ciblé, qui est d'interagir avec les nombres triangulaires.

**Instructions et Méthodologies** : Il est préférable de suivre la structure de cet outil car il commence par quelques informations de base simples sur le lien entre la littérature et les mathématiques en général, tout en entrant progressivement dans les détails et ses avantages. Une biographie de l'auteur et un aperçu du livre sont donnés avant d'arriver au passage proprement dit du chapitre 4 du livre, relatif aux Nombres triangulaires et à la tâche mathématique associée.

**Ressources** : Cet outil fournit une vue d'ensemble du livre, des photos de l'auteur et de la couverture du livre, une bande annonce Youtube d'un film basé sur le livre "La Formule préférée du professeur" ; et la tâche principale de mathématiques.

**Conseils pour l'éducateur** : Saisissez l'intérêt de vos élèves en mettant l'accent sur la façon dont la littérature est associée aux mathématiques et sur les nombreux avantages qu'elle présente, ainsi que sur le fragment du texte donné, qui aidera les élèves à voir et à comprendre la partie raisonnement d'une formule compliquée, liée aux nombres triangulaires, afin de la comprendre pleinement et de l'appliquer finalement à la tâche mathématique.

**Résultats et Compétences ciblées :** Les élèves pourront :

- se familiariser avec les nombres triangulaires, tels qu'ils sont indiqués dans les textes,
- appliquer la formule par des étapes simples basées sur le passage du chapitre 4 du Livre
- Résoudre la tâche mathématique

**Compte-rendu et évaluation :**

Vous pouvez utiliser ce tableau soit par une copie papier ou simplement en posant ces déclarations au tableau et en demandant aux élèves d'écrire leurs réponses sur un papier qu'ils vous remettront de préférence anonymement en sortant de la salle. La stratégie formative spécifique est appelée 3,2,1. Pour plus de stratégies, vous pouvez consulter le site :

<https://www.bhamcityschools.org/cms/lib/AL01001646/Centricity/Domain/131/70%20Formative%20Assessments.pdf>

Écrivez 3 aspects que vous avez appréciés dans cette activité :	1. 2. 3.
Écrivez 2 éléments que vous avez appris :	1. 2.
Écrivez 1 aspect à améliorer :	1.

3

## Introduction

Selon Cohen (2013), "l'étude de la fiction et de la poésie liées aux mathématiques aide les élèves à apprécier à la fois les mathématiques et la littérature et à comprendre le lien entre les deux". De nombreuses études ont été réalisées par des chercheurs tels que Gowney (2008, 2009), Bahls (2009), Glaz et Liang (2009), Glaz (2010, 2011) et Ivy (2004, 2009), qui expliquent comment les mathématiques peuvent être combinées avec la littérature dans les classes. En général, le fait de relier les mathématiques aux arts, tels que le cinéma, le théâtre et les arts du langage, a été considéré comme une stratégie utile pour l'enseignement des mathématiques pour plusieurs raisons. Des recherches ont prouvé que le fait de fournir un environnement considéré comme moins stressant et psychologiquement sûr augmente l'inspiration et les résultats des élèves (Jensen, 1998). Lorsque les élèves sont inquiets, leurs résultats diminuent parce qu'ils sont préoccupés par un sentiment de nervosité et d'inquiétude, ce qui les détourne des tâches mathématiques proprement dites (Covington, 1999). Ces élèves inquiets pourraient passer à côté de nombreuses informations qu'ils sont censés apprendre parce que leur attention est dérivée et détournée par leur crainte des mathématiques, au détriment de la matière à apprendre (Siegel 1999). L'utilisation efficace de la littérature avec les mathématiques peut contribuer à réduire l'anxiété ressentie par les "mathephobes" (Zambo, 2005).

Par ailleurs, un article très largement cité de Furner, Yahya et Duffy (2005), qui suggère 20 stratégies pour enseigner les mathématiques à tous les élèves, inclut dans l'une d'entre elles l'utilisation de la littérature en mettant l'accent sur ces avantages :

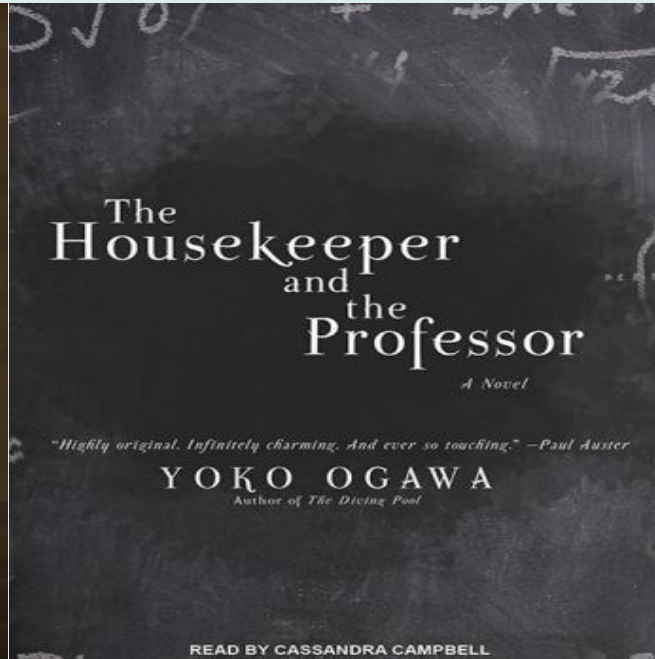
- "Enseigne les concepts mathématiques dans le contexte d'une histoire
- intègre aux études la lecture, l'écriture, la parole, l'écoute, etc.
- Développe la réflexion mathématique
- Prévient les difficultés en mathématiques et crée un environnement de classe moins stressant.
- Permet une variété de réponses
- Établit des liens entre l'histoire, la culture et les applications pratiques
- Permet l'utilisation de matériel de manipulation en rapport avec l'histoire

- Évalue la compréhension d'un enfant par la lecture/le questionnement
- Propose une large gamme de livres qui peuvent être utilisés pour enseigner la plupart des concepts mathématiques
- Conduit à la résolution de problèmes et à une participation active à partir du contexte de l'histoire
- Fournit une expérience partagée pour les étudiants et les enseignants" (Furner et al, 2005, p. 22)

Il existe de nombreux livres d'alphabétisation en plusieurs langues associés aux mathématiques. Parmi les plus connus, citons "The Devotion of suspect X" de Keigo Higashino (1958), "The calculus wars" de Jason Socrates Bardi (2006), "Logicomix" d'Apostolos Doxiades (2009), "Mathematical Mysteries" : The Beauty and Magic of Numbers" de Calvin Clawson (1999) et celui que nous avons choisi pour cette tâche qui est "La formule préférée du professeur" de Yoko Ogawa (2009), un roman japonais à succès.

"La formule préférée du professeur" est composé de 11 chapitres, qui traitent de plusieurs concepts mathématiques, tels que les racines carrées, les nombres amicaux, la théorie des nombres, les nombres premiers, la formule de Gauss et les nombres premiers de Mersenne. Ici, un aperçu du livre sera donné et une seule tâche mathématique sera liée au chapitre 4 et aux nombres triangulaires. 5

## Biographie



**Image 1 :** Yoko Ogawa (Source : [https://www.google.com/search?q=yoko+ogawa&client=firefox-b-d&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwiMsdjB\\_ODiAhXCEVAKHX7WCOIQ\\_AUIECgB&biw=1138&bih=527#imgrc=l3mrvd3faKalvM](https://www.google.com/search?q=yoko+ogawa&client=firefox-b-d&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwiMsdjB_ODiAhXCEVAKHX7WCOIQ_AUIECgB&biw=1138&bih=527#imgrc=l3mrvd3faKalvM))

**Image 2:** Couverture du livre «La formule préférée du professeur » en Anglais.

[https://www.google.com/search?q=the+housekeeper+and+the+professor&client=firefox-b-d&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwj41ev9\\_ODiAhUKJFAKHTTpDfkQ\\_AUIECgB&biw=1138&bih=527#imgrc=cPXLj\\_9wuxL-GM](https://www.google.com/search?q=the+housekeeper+and+the+professor&client=firefox-b-d&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwj41ev9_ODiAhUKJFAKHTTpDfkQ_AUIECgB&biw=1138&bih=527#imgrc=cPXLj_9wuxL-GM)

6

**Yoko Ogawa** est née à Okayama, dans la préfecture d'Okayama, est diplômée de l'université de Waseda et vit à Ashiya, Hyōgo, avec son mari et son fils. Depuis 1988, Ogawa a publié plus de quarante ouvrages de fiction et de non-fiction. En 2006, elle a co-écrit avec le mathématicien Masahiko Fujiwara "An Introduction to the World's Most Elegant Mathematics", un dialogue sur l'extraordinaire beauté des nombres. Kenzaburō Ōe a déclaré : "Yoko Ogawa est capable d'exprimer les rouages les plus subtils de la psychologie humaine dans une prose à la fois douce et pénétrante". La subtilité réside en partie dans le fait que les personnages d'Ogawa semblent souvent ne pas savoir pourquoi ils font ce qu'ils font. Elle travaille par accumulation de détails, une technique qui est peut-être plus efficace dans ses œuvres courtes ; la lenteur du

développement dans les œuvres longues nécessite une sorte de deus ex machina pour les terminer. Le lecteur se voit présenter une description précise de ce que les protagonistes, généralement des femmes, observent et ressentent, ainsi que de leur auto-observation quelque peu aliénée, dont certaines reflètent la société japonaise et surtout le rôle des femmes en son sein. Le ton de ses œuvres varie, d'une œuvre à l'autre et parfois au sein même des œuvres plus longues, du surréel au grotesque et à l'humour - parfois grotesque - en passant par l'ambiguïté psychologique et même le dérangement. (Hotel Iris, l'une de ses œuvres plus longues, est plus explicite sexuellement que ses autres œuvres et est également son œuvre la plus traduite).

Source originale de Wikipédia (Extrait de :

[https://en.wikipedia.org/wiki/Y%C5%8Dko\\_Ogawa](https://en.wikipedia.org/wiki/Y%C5%8Dko_Ogawa) )

## Aperçu de l'ouvrage « La formule préférée du professeur »

Ce livre parle d'un mathématicien de 64 ans. Il était professeur 17 ans auparavant, mais un accident de voiture lui a causé des lésions cérébrales, et plus précisément la partie du cerveau reliée à la mémoire. Aujourd'hui, il n'a plus qu'une mémoire de 80 minutes, bien qu'il se souvienne de faits qui se sont produits avant l'accident. Son domaine de recherche est la théorie des nombres, mais il n'est pas plus actif dans la recherche à cause des dommages causés à son cerveau. En raison de son problème de mémoire, il est plutôt impossible d'avoir une vie normale. Tout lui semble se dérouler rapidement. Ce problème l'a également poussé à abandonner la société et les relations avec les autres. Le professeur vit avec sa belle-sœur, qui est veuve depuis de nombreuses années. Elle vit dans la maison principale et lui dans une toute petite maison individuelle. Ils viennent d'une famille riche et vivent de l'immobilier qu'ils possèdent. Ils n'ont pas beaucoup de contacts, du moins après l'accident. Sa belle-sœur engage une aide ménagère pour s'occuper du professeur. Celle-ci vient tous les jours dès le matin et prépare le petit déjeuner, fait la lessive, le ménage et prépare le dîner. Elle a vingt-neuf ans, elle est célibataire mais a un garçon de dix ans. Au Japon, il n'est pas si courant d'engager une aide ménagère.



C'est plus courant dans les familles très riches. Il est également assez rare qu'une femme ait un enfant sans être mariée.

Cette femme est arrivée pour la première fois chez le professeur en mars 1992. Ce livre traite de la relation entre le professeur, l'aide ménagère et son fils. En tant que professeur de mathématiques, son amour a toujours été les chiffres et c'est la seule chose qui l'intéresse et, dans une certaine mesure, le base-ball, bien qu'il ne suive pas vraiment les résultats. Le livre cite un certain nombre d'histoires réelles sur le base-ball japonais. Lorsque l'employée vient chez le professeur tous les matins, il ne se souvient pas d'elle. Une technique de mémorisation qu'il utilise consiste à garder de nombreux petits morceaux de papier accrochés à sa veste pour lui rappeler les informations nécessaires. L'une d'entre elles concerne son aide ménagère. Chaque matin, lorsqu'elle vient, il l'identifie avec le visage sur l'un des morceaux de papier, puis il pose ses questions habituelles : toutes liées à des chiffres tels que "Quel âge avez-vous ?, quelle est votre peinture ? Et ainsi de suite. Les questions sont toujours liées à des chiffres. Par exemple, si elle dit que sa peinture est 24, alors il répond que c'est la factorielle de 4. Elle lui demande alors ce qu'est la factorielle, et il répond, et c'est une conversation classique entre eux.

Lorsque le professeur découvre l'existence du fils de son employée, il réagit de façon scandaleuse et lui demande de l'amener à la maison. C'est ainsi que commence la relation entre les trois personnes. Le livre ne comporte pas de grand drame. Mais chaque petite chose dans la vie du professeur est étrange et difficile pour les gens qui l'entourent à cause de son problème de mémoire. En plus de ses problèmes de mémoire, son penchant pour les nombres, en particulier les nombres premiers, est si fort que sa vie a tendance à être légèrement comique ou maladroite. Le professeur raconte de nombreuses histoires sur les mathématiques et les nombres à son employée et à son fils. L'une de leurs choses préférées est la célèbre formule d'Euler,  $e^{\pi i} = -1$ . Ils connaissaient  $\pi$  mais ne connaissaient pas  $i$  et  $e$ , et ne comprenaient donc pas vraiment la signification de la formule.





The Professor's Beloved Equation est un film japonais sorti le 21 janvier 2006 et réalisé par Takashi Koizumi. Il est basé sur le roman "La formule préférée du professeur". La bande-annonce en anglais est disponible ici : <https://www.youtube.com/watch?v=pOV-jadkgAw>



### Extrait du Chapitre 4 (en anglais)

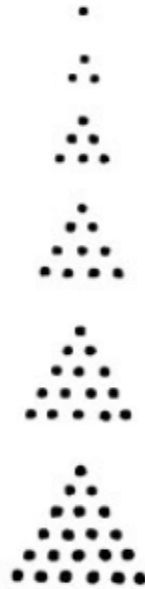
The clinic was old and depressing. The ceiling was discolored, and the grimy slippers stuck to your feet. Yellowed posters on the walls gave instructions for weaning and inoculations. The only light in the hall was the dim bulb outside the X-ray room.

They'd said the test was just a precaution, but Root had been in the examination room for some time.

"Have you ever heard of triangular numbers?" the Professor said, pointing at the radiation sign on the door of the X-ray room. It was shaped like a triangle.

"No," I said. He sounded calm now, but I could tell that he was still a little shaken.

"They're truly elegant," he said, beginning to draw dots on the back of a questionnaire that he'd picked up in the lobby.



"What do you make of these?"

"Well, let's see. It looks like neatly stacked firewood, or maybe rows of beans."

"That's right, the point is they're 'neatly' arranged. One in the first row, two in the second, three in the third.... It's the simplest way to form a triangle." I glanced at the dots on the page. The Professor's hand was trembling slightly. The black marks seemed to float up in

the half-light. "So then, if we total up the number of dots in each triangle, we get 1, 3, 6, 10, 15, and 21. And if we write these as equations:

$$1$$

$$1 + 2 = 3$$

$$1 + 2 + 3 = 6$$

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$$

"In other words, a triangular number is the sum of all the natural numbers between 1 and a certain number. Then, if you put two of these triangles together, things get even more interesting. Why don't we look at the fourth one, 10, so we don't have to draw too many dots?"



It wasn't particularly cold in the hall, but the trembling in his hand had grown worse and the dots had slightly smudged. His whole

being seemed concentrated in the tip of his pencil. A few of the notes on his suit were smeared with blood and now illegible.

"Look at this. When you put two of the four-row triangles together, you get a rectangle that is 4 dots high and 5 dots wide; and the total number in the rectangle is  $4 \times 5$  or 20 dots. Do you see that? And if you divide that in half, you get  $20 / 2 = 10$ , or the sum of the natural numbers from 1 to 4. Or, if you look at each line of the rectangle, you get:

$$\begin{array}{cccc}
 1 & 2 & 3 & 4 \\
 + & + & + & + \\
 4 & 3 & 2 & 1 \\
 \hline
 5 & 5 & 5 & 5
 \end{array}$$

"And once you know that, you can use this relationship to figure out the tenth triangle--the sum of the numbers from 1 to 10--or the hundredth or any other. For 1 to 10 it would be:

$$\frac{10 \times 11}{2} = 55$$

"And for 1 to 100,

$$\frac{100 \times 101}{2} = 5050$$

"And 1 to 1000,

$$\frac{1000 \times 1001}{2} = 500500$$

"And 1 to 10,000...."

The pencil rolled out of his hand and fell at his feet. The Professor was crying. I believe it was the first time I saw him in tears, but I had the feeling that I'd seen these emotions many times before. I placed my hand on his.

"Do you understand?" he said. "You can find the sums of all the natural numbers."

"I understand."

"Just by lining up the dots in a triangle. That's all there is to it."

"Yes, I see that now."

"But do you really understand?"

"Don't worry," I told him. "Everything's going to be all right. How can you cry, look at these beautiful triangular numbers."

Just then the door to the examination room opened and Root emerged.

"See!" he said, giving his bandaged hand a wave. "I'm fine."

Extrait de : <https://ibaracaldo.files.wordpress.com/2013/06/ogawa-yoko-the-housekeeper-and-the-professor.pdf>

## Les Maths dans 'La formule préférée du professeur'

### Glossaire

**Nombre Triangulaire** : Un nombre triangulaire compte les objets disposés dans un triangle équilatéral. Le  $n^{\text{ième}}$  nombre triangulaire est le nombre de points dans l'arrangement triangulaire avec  $n$  points sur un côté, et est égal à la somme des  $n$  nombres naturels de 1 à  $n$ . La Suite de nombres triangulaires (suite A000217 de l'OEIS), commençant au nombre triangulaire 0, est

0, 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, 91, 105, 120, 136, 153, 171, 190, 210, 231, 253, 276, 300, 325, 351, 378, 406, 435, 465, 496, 528, 561, 595, 630, 666...

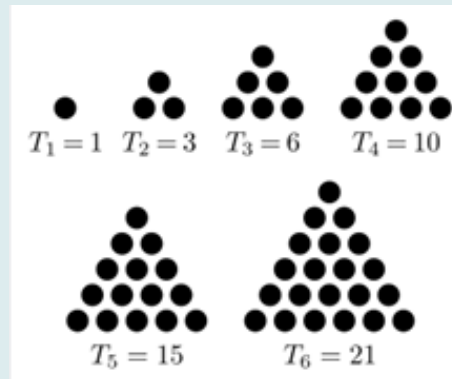
**Théorie des nombres** : La théorie des nombres est une branche des mathématiques pures consacrée principalement à l'étude des nombres entiers. Le mathématicien allemand Carl Friedrich Gauss (1777-1855) a déclaré : "Les mathématiques sont la reine des sciences - et la théorie des nombres est la reine des mathématiques". Les théoriciens des nombres étudient les nombres premiers ainsi que les propriétés des objets constitués d'entiers (par exemple, les nombres rationnels) ou définis comme des généralisations des entiers (par exemple, les entiers algébriques).

**Nombres Premiers** : Un nombre premier est un nombre entier supérieur à 1 dont les seuls facteurs sont 1 et lui-même. Un facteur est un nombre entier qui constitue un produit. Les premiers nombres premiers sont 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 et 29. Les nombres qui ont plus de deux facteurs sont appelés des nombres composés. Le nombre 1 n'est ni premier ni composé.

Un "nombre triangulaire" compte les objets disposés dans un triangle équilatéral. Le  $n^{\text{ème}}$  nombre triangulaire est le nombre de points dans l'arrangement triangulaire avec  $n$  points sur un côté, et est égal à la somme des  $n$  nombres naturels de 1 à  $n$ .

Le  $n^{\text{ème}}$  nombre triangulaire s'écrit  $t_n$ .

Les six premiers nombre triangulaires sont montrés ci-dessous :



Par exemple,  $T_3=6$  où  $n=3$  est la taille du côté du triangle, et 6 est le nombre de points nécessaires pour représenter le triangle.

Tu peux utiliser une formule explicite pour estimer un nombre triangulaire ; la formule est donnée ci-dessous:

$$T_n = \sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$





## TÂCHE

- (a) Utilise la formule donnée ci-dessus pour estimer les nombres triangulaires  $T_4$  et  $T_5$
- (b) Estime le nombre de points et la longueur de l'arrangement triangulaire pour  $T_4$  et  $T_5$
- (c) Organise les arrangements triangulaires pour  $T_4$  et  $T_5$
- (d) Estime la somme de  $T_4+T_5$
- (e) Prouve que la somme de deux nombres triangulaires consécutifs est toujours un nombre carré (carré parfait)
- (f) Les résultats du point (d) correspondent-ils à ce qui a été prouvé au point (e) ?

## POUR EN SAVOIR PLUS...

Si vous souhaitez approfondir les thèmes abordés dans cet outil, vous pouvez consulter les liens suivants :

Livres utilisés dans l'introduction sur les mathématiques liées à la littérature :

Cohen, M. D. (2013). *Truth & beauty: Mathematics in literature*. (No. 106).

Mathematics Teacher. Retrieved from

<http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&AuthType=ip,sso&db=eric&AN=EJ1018180&site=eds-live&custid=s1098328>

<http://www.nctm.org/publications/article.aspx?id=35612>

Furner, J. M., Yahya, N., & Duffy, M. L. (2005). Teach mathematics: Strategies to reach all students. *Intervention in School and Clinic*, 41, 16–23.

Zambo, R. (2005). The Power of Two: Linking Mathematics and Literature.

*Mathematics Teaching in the Middle School*, 10(8), 394-399. Retrieved from

<http://www.jstor.org/stable/41182121>

Critique de livre :

<https://www.ams.org/notices/201005/rtx100500635p.pdf?fbclid=IwAR1pCMwgeYrT42v-crjS43ttgGchjpaoOK3q4lGmrcNxyaxlNEqOWFEUMjY>

Glossaire, Nombres triangulaires :

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Nombre\\_triangulaire](https://fr.wikipedia.org/wiki/Nombre_triangulaire)

Le livre (en anglais):

<https://ibaracaldo.files.wordpress.com/2013/06/ogawa-yoko-the-housekeeper-and-the-professor.pdf>