

PARTIE IV : Cinématographie & Mathématiques

ÂGE : 16 – 18 ans

OUTIL 41 : DÉRIVÉE D'UNE FONCTION DANS LE FILM "LES FIGURES DE L'OMBRE".

C.I.P. Citizens In Power



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

Educator's Guide

Titre : Dérivée d'une fonction dans le film "Les Figures de l'ombre".

Âge : 16-18 ans

Durée : 1 heure

Concepts Mathématiques : Méthode d'Euler, Dérivée

Concepts Artistiques : Cinématographie

Objectifs généraux : Les élèves se familiariseront avec des concepts à la fois à l'intérieur et à l'extérieur du domaine des mathématiques. Au travers de la bande-annonce, les élèves seront sensibilisés à l'énorme contribution des femmes de couleur aux États-Unis, au début du XXe siècle, ainsi qu'à leur parcours dans l'histoire. Enfin, les élèves pratiqueront également certains concepts mathématiques de l'algèbre, à savoir les dérivées.

Instructions et Méthodologies : Suivez la structure de cet outil, en commençant par quelques informations générales sur le lien entre les mathématiques et le cinéma, puis en entrant dans les détails du film. Présentez les trois protagonistes et lisez leur biographie à partir du glossaire. L'intrigue peut ensuite être lue individuellement par chaque élève ou à haute voix dans la classe, avant de voir la bande-annonce du film, ce qui peut donner lieu à une activité de brainstorming. Vous pouvez soulever des questions sociales et mathématiques, par exemple en demandant aux élèves quel est, selon eux, le rôle des mathématiques dans la science des fusées, avant de lire les informations de la section "mathématiques". Il y a ensuite deux tâches : la première peut être faite comme devoir, en demandant aux élèves d'en apprendre plus sur un mathématicien important appelé Leonhard Euler et la tâche 2 est un exercice mathématique basé sur le concept de dérivée.

Ressources : Biographie des trois protagonistes, la bande-annonce du film, quelques images et deux tâches.

Conseils pour l'éducateur : Montrez la bande-annonce aux élèves dès le début afin de capter leur attention. Mettez également l'accent sur la position sociologique du film (en présentant la force de persuasion, le courage, la persévérance et le dévouement des trois femmes, en combinant leur vie professionnelle et familiale),

mais aussi sur d'autres aspects mentionnés précédemment, tels que les obstacles rencontrés par les femmes et les Afro-Américains à l'époque aux États-Unis.

Résultats et Compétences ciblées : Les élèves pourront :

- Reconnaître que les mathématiques - de leur forme la plus simple à leur forme la plus compliquée - sont importantes, non seulement pour notre vie quotidienne, mais aussi responsables des plus grandes réalisations de l'histoire de l'humanité, rendues publiques par ce film, comme le lancement sur l'orbite et son retour en toute sécurité.
- Utiliser la formule qui estime la dérivée d'une fonction

Compte-rendu et évaluation :

Vous pouvez utiliser ce tableau soit par une copie papier ou simplement en posant ces déclarations au tableau et en demandant aux élèves d'écrire leurs réponses sur un papier qu'ils vous remettront de préférence anonymement en sortant de la salle. La stratégie formative spécifique est appelée 3,2,1. Pour plus de stratégies, vous pouvez consulter le site :

<https://www.bhamcityschools.org/cms/lib/AL01001646/Centricity/Domain/131/70%20Formative%20Assessments.pdf>

3

Écrivez 3 aspects que vous avez appréciés dans cette activité :	1. 2. 3.
Écrivez 2 éléments que vous avez appris :	1. 2.
Écrivez 1 aspect à améliorer :	1.

Introduction

Selon Polster (2012), il existe plus de 700 films mathématiques, bien que certains soient liés aux mathématiques dans une très large mesure et d'autres dans une bien moindre mesure ; ils sont considérés comme des instants de divertissement, qui peuvent être utilisés dans les cours pour tenter de rendre l'apprentissage des mathématiques amusant et intéressant pour le jeune public. Pour cet outil, un film récent (2016) appelé "Les figures de l'ombre" a été choisi pour plusieurs raisons.

Une des raisons est due à ses messages sociaux d'autonomisation des femmes et des personnes de couleur au début du 20e siècle. Ce film peut donner lieu à de nombreuses discussions selon plusieurs aspects, comme la composition de la classe et l'âge des élèves (même en regardant simplement la bande-annonce du film ; grâce au lien donné plus loin sur cet outil). Certaines de ces questions sociologiques sont la race, le sexe, la combinaison de la vie familiale et professionnelle, les différences (s'il y en a) entre le présent et le passé, entre les pays, etc.

Deuxièmement, il peut préparer des discussions et des petits projets/ recherches et/ou présentations sur un mathématicien célèbre appelé Leonhard Euler, dont les méthodes (utilisées dans un autre domaine à l'origine) ont été utiles et utilisées dans le domaine de la science des fusées, montré dans ce film.

Troisièmement, comme le dit Kirk Long (2017) dans ce film, il est évident que les mathématiques sont partout et que les élèves devraient en fait s'en préoccuper. Il est admis que le fait d'entraîner son cerveau aux maths leur permet de voir les connexions entre des choses qui, autrement, leur échapperaient, tout comme le fait l'une des trois femmes, Johnson, dans "Les Figures de l'ombre".

Biographies



Image 1: Katherine Johnson¹

Image 2: Mary Jackson²

Image 3: Dorothy Johnson Vaughan³

Katherine Coleman Goble Johnson (26 Août 1918 - 24 février 2020) est une mathématicienne afro-américaine dont les calculs de mécanique orbitale en tant qu'employée de la NASA ont été essentiels à la réussite du premier vol spatial habité américain et des suivants. Au cours de ses 35 ans de carrière à la NASA et à son prédécesseur, le Comité consultatif national pour l'aéronautique, elle a acquis la réputation de maîtriser les calculs manuels complexes et a aidé l'agence spatiale à innover dans l'utilisation des ordinateurs.

Le travail de Johnson a consisté à calculer les trajectoires, les fenêtres de lancement et les trajectoires de retour d'urgence pour les vols spatiaux du projet Mercury, notamment ceux des astronautes Alan Shepard, le premier Américain dans l'espace,

¹ (Source : https://www.google.com/search?q=Katherine+Johnson&client=firefox-b-d&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=0ahUKEwi_mL_0xOPiAhVQ_KQKHcSpB0EQ_AUIECgB&biw=1138&bih=527#imgrc=0jKkzCQCTbceSM:

² Source : https://www.google.com/search?q=Dorothy+Vaughan&client=firefox-b-d&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=0ahUKEwins5aZxuPiAhUoMewKHVNHCAYQ_AUIECgB&biw=1138&bih=527#imgrc=6SovmvarwMjx0M:

³ Source : https://www.google.com/search?q=Mary+Jackson&client=firefox-b-d&source=lnms&tbn=isch&sa=X&ved=0ahUKEwjX56KGx-PiAhWPbVAKHTL6Bf0Q_AUIECgB&biw=1138&bih=527#imgrc=pRLcd_QFW-XXhM:

et John Glenn, le premier Américain en orbite, ainsi que les trajectoires de rencontre pour l'alunisseur Apollo et le module de commande des vols vers la Lune. Ses calculs ont également été essentiels au début du programme de la navette spatiale, et elle a travaillé sur les plans d'une mission vers Mars. En 2015, le président Barack Obama a décerné à Johnson la Médaille présidentielle de la liberté.

Informations provenant de Wikipédia : https://fr.wikipedia.org/wiki/Katherine_Johnson

Dorothy Johnson Vaughan (20 septembre 1910 - 10 novembre 2008) était une mathématicienne afro-américaine et une calculatrice humaine qui travaillait pour le National Advisory Committee for Aeronautics (NACA), et la NASA, au Langley Research Center à Hampton, en Virginie. En 1949, elle est devenue directrice intérimaire de la West Area Computers, la première femme afro-américaine à superviser un groupe de personnel du centre. Elle a ensuite été officiellement promue à ce poste. Au cours de ses 28 ans de carrière, Vaughan s'est préparée à l'introduction des ordinateurs au début des années 1960 en apprenant à son personnel et à elle-même le langage de programmation FORTRAN ; elle a ensuite dirigé la section de programmation de la division d'analyse et de calcul (ACD) à Langley.

Informations provenant de Wikipédia : https://fr.wikipedia.org/wiki/Dorothy_Vaughan

Mary Jackson (9 avril 1921 - 11 février 2005) était une mathématicienne afro-américaine et ingénieur aérospatial au National Advisory Committee for Aeronautics (NACA), auquel a succédé en 1958 la National Aeronautics and Space Administration (NASA). Elle a travaillé au Langley Research Center à Hampton, en Virginie, pendant la plus grande partie de sa carrière. Elle a commencé comme informaticienne à la division séparée West Area Computing. Elle a suivi des cours d'ingénierie avancés et, en 1958, elle est devenue la première femme noire ingénieur de la NASA. Après 34 ans passés à la NASA, Jackson a obtenu le titre d'ingénieur le plus élevé du monde. Elle a réalisé qu'elle ne pouvait pas obtenir de nouvelles promotions sans devenir superviseur. Elle a accepté une rétrogradation pour devenir responsable du Programme fédéral des femmes, du Bureau des programmes

d'égalité des chances de la NASA et du Programme d'action positive. Dans ce rôle, elle s'est efforcée d'influencer à la fois l'embauche et la promotion des femmes dans les carrières scientifiques, d'ingénierie et de mathématiques de la NASA.

Informations provenant de Wikipédia :

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Mary_Jackson_\(math%C3%A9maticienne\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/Mary_Jackson_(math%C3%A9maticienne))

Intrigue du film "Les Figures de l'ombre"

Le film "Les Figures de l'ombre" raconte l'incroyable histoire de Katherine Jonson (actrice Taraji P. Henson), Dorothy Vaughan (actrice Octavia Spencer) et Mary Jackson (actrice Janelle Monae) - trois brillantes Afro-Américaines travaillant à la NASA, qui ont servi de cerveau au lancement en orbite de l'astronaute John Glenn, un exploit spectaculaire qui a permis de renverser la course à l'espace. Le trio visionnaire a traversé tous les obstacles de sexe et de race et a inspiré des générations.

L'histoire se déroule à une époque où les États-Unis étaient en compétition avec la Russie pour envoyer un homme dans l'espace. La NASA a trouvé des talents inexploités dans un groupe de mathématiciennes afro-américaines, les cerveaux derrière l'une des plus grandes opérations de l'histoire des États-Unis. L'histoire incroyablement vraie de ces trois femmes, également connues sous le nom de "calculatrices humaines", nous montre à quelle vitesse elles ont gravi les échelons de la NASA aux côtés de nombreux grands esprits de l'histoire chargés de calculer le lancement de l'astronaute John Glenn en orbite et de garantir son retour en toute sécurité. Dorothy Vaughan, Mary Jackson et Katherine Gobels Johnson sont restées dans l'histoire comme de véritables héros américains avec leur génie et leur désir de rêver en grand. Elles ont accompli quelque chose de nouveau pour la race humaine. (Adapté de la source : <https://www.imdb.com/title/tt4846340/plotsummary>)

Bande annonce du film : <https://www.youtube.com/watch?v=h4aFS2t74oE>

Les Maths dans le film



Tu peux utiliser ce lien pour te familiariser avec la partie mathématique du film (en anglais): https://www.youtube.com/watch?v=v-pbGAts_Fg

L'idée initiale était que pour amener l'Amérique sur la lune, il fallait une plus grosse fusée. Au-delà de cela, de nouveaux types de trajectoires étaient également nécessaires. Ainsi, de nouvelles méthodes mathématiques ont été jugées importantes pour modéliser ces trajectoires. Bien sûr, de nombreuses variables sont impliquées dans ce genre d'équations, et il est très difficile d'estimer avec précision celles que les militaires et les astronautes souhaitaient - même la plus petite erreur de calcul quant au moment où il fallait ralentir le vaisseau spatial pour amorcer sa descente dans l'atmosphère aurait pu le brûler, tandis que la marine exigeait que la NASA puisse faire descendre la capsule dans un rayon d'environ 32 km carrés de l'océan. Katherine Johnson a joué un rôle central dans la résolution de ce problème et, ce faisant, elle expose l'une des raisons pour lesquelles les mathématiques sont importantes et intéressantes.

Dans le film, elle vit un moment d'eurêka en regardant un tableau noir et se rend compte que les "vieilles mathématiques" pourraient être la clé. "Elle se tourne vers la méthode d'Euler qui, en termes simples, permet au mathématicien d'approcher numériquement une équation différentielle sans jamais vraiment la résoudre. C'est un processus fastidieux, mais c'est ce processus (et d'autres qui lui sont philosophiquement similaires) qui fait fonctionner le cerveau mathématique de nos ordinateurs aujourd'hui - ce que Dorothy Vaughan a aidé à mettre en œuvre vers la

fin du film lorsqu'elle a utilisé l'énorme ordinateur IBM des débuts pour commencer à vérifier les chiffres obtenus par Johnson et d'autres ordinateurs." ⁴

Johnson révèle la raison la plus fondamentale pour laquelle les mathématiques sont importantes dans nos vies, et ce parce qu'elles sont interconnectées et entrelacées dans tout ce qui nous entoure. Bien qu'Euler ait utilisé cette méthode dans un autre contexte, il s'est avéré essentiel de l'utiliser ici pour faire atterrir les hommes sur la lune. De même, la résolution de ces équations différentielles n'est pas seulement importante pour les spécialistes des fusées, elles ont permis des avancées suprêmes dans presque tous les domaines d'étude, depuis l'amélioration des soins aux patients jusqu'à la conduite automobile.

Quelques Formules

La **Méthode d'Euler**, présentée dans le film, est une méthode numérique permettant de résoudre une équation différentielle du premier ordre du premier degré avec une valeur initiale donnée. C'est la méthode explicite la plus élémentaire pour l'intégration numérique des équations différentielles ordinaires. La compréhension approfondie de la méthode est assez difficile et relève des programmes de mathématiques des universités. Cependant, nous pouvons mentionner qu'elle est entièrement basée sur l'acquisition de connaissances spéciales sur les "dérivées".

La **dérivée d'une fonction** d'une variable réelle mesure la sensibilité au changement de la valeur de la fonction (valeur de sortie) par rapport à un changement de son argument (valeur d'entrée). Les dérivées sont un outil fondamental du calcul. Par exemple, la dérivée de la position d'un objet mobile par rapport au temps est la vitesse de l'objet : elle mesure la vitesse à laquelle la position de l'objet change lorsque le temps avance.

⁴ The Math Behind "Hidden Figures"- Why STEM is important and math is everywhere!, published 04/02/2017 Last accessed 25/07/2019. <https://www.startalkradio.net/the-math-behind-hidden-figures-why-stem-is-important-and-math-is-everywhere/>

La dérivée d'une fonction d'une seule variable à une valeur d'entrée choisie, lorsqu'elle existe, est **la pente de la tangente** au graphe de la fonction en ce point (point P dans l'image ci-dessous). La ligne tangente est la meilleure approximation linéaire de la fonction à proximité de cette valeur d'entrée. Pour cette raison, la dérivée est souvent décrite comme le "taux de variation instantané", c'est-à-dire le rapport entre la variation instantanée de la variable dépendante et celle de la variable indépendante.

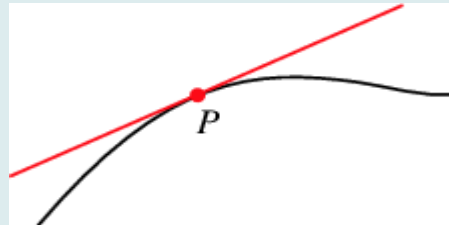
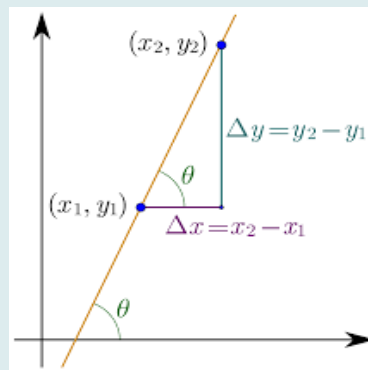


Image 4: La dérivée de la fonction au point P est la pente de la tangente (en rouge) au graphe de la fonction (en noir) en ce point précis.

En conséquence, la dérivée de la fonction est fortement imbriquée avec la formule qui explique la pente.

$$\text{Pente} = \frac{\text{changement en Y}}{\text{changement en X}} = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$



$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

La formule est utilisée si l'on considère qu'il y a un changement dans l'axe des x du point x au point $(x+\Delta x)$, avec un changement simultané dans l'axe des y , de $f(x)$ à $f(x+\Delta x)$.

La lettre grecque Δ est utilisée lorsque nous voulons montrer que ce changement est très faible. La formule implique que nous estimons cette limite lorsque Δx se rapproche de 0.

La méthode d'Euler : La méthode d'Euler est une procédure numérique permettant de résoudre une équation différentielle du premier ordre avec une condition initiale donnée. C'est la méthode explicite la plus élémentaire pour l'intégration numérique d'équations différentielles ordinaires et c'est la méthode Runge-Kutta la plus simple. La méthode d'Euler porte le nom de Leonhard Euler, qui l'a traitée dans son livre *Institutionum calculi integralis* (publié en 1768-1870). La méthode d'Euler est une méthode du premier ordre, ce qui signifie que l'erreur locale (erreur par pas) est proportionnelle au carré de la taille du pas, et l'erreur globale (erreur à un moment donné) est proportionnelle à la taille du pas. La méthode d'Euler sert souvent de base pour construire des méthodes plus complexes, par exemple la méthode prédicteur-correcteur.

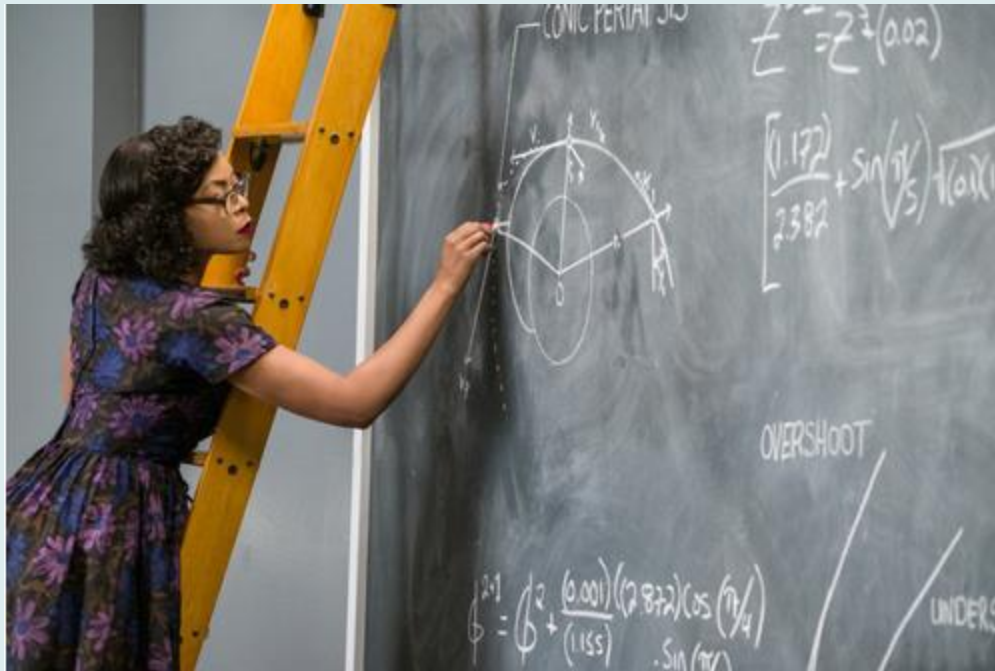


Image 5 : Katherine Johnson (interprétée par Taraji P. Henson) calcule les trajectoires d'insertion orbitale pour le programme Mercure en utilisant la méthode d'Euler dans cette scène du film « Les Figures de L'ombre ». ⁵

⁵ **Credit:** TM and © 2017 Twentieth Century Fox Film Corporation. All rights reserved. Retrieved from: <https://www.startalkradio.net/the-math-behind-hidden-figures-why-stem-is-important-and-math-is-everywhere/>

TÂCHES

TÂCHE 1

Comme une grande partie des calculs derrière ce film est basée sur le travail d'une des plus célèbres personnalités des mathématiques, **Leonhard Euler**, fais une petite recherche puis une présentation de 5 à 7 diapositives décrivant la personnalité de ce mathématicien bien connu.

TÂCHE 2

Utilise la formule qui estime la dérivée d'une fonction afin de prouver que la dérivée de x^2 est $2x$.

POUR EN SAVOIR PLUS...

Si vous souhaitez approfondir les thèmes abordés dans cet outil, vous pouvez consulter les liens suivants :

20th Century Fox (en anglais):

<http://www.foxmovies.com/movies/hidden-figures>

Bande annonce :

<https://www.youtube.com/watch?v=548FICcem58>

Journal de Star Talk. Blog publié le 4 février 2017 intitulé "The Math Behind "Hidden Figures" - Why STEM is important and math is everywhere' :

<https://www.startalkradio.net/the-math-behind-hidden-figures-why-stem-is-important-and-math-is-everywhere/>

La partie mathématique du film (en anglais):

https://www.youtube.com/watch?v=v-pbGAts_Fg

La biographie de Mary Jackson:

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Mary_Jackson_\(math%C3%A9maticienne\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/Mary_Jackson_(math%C3%A9maticienne))

La biographie de Dorothy Johnson Vaughan:

https://fr.wikipedia.org/wiki/Dorothy_Vaughan

The biography of Katherine Johnson:

https://fr.wikipedia.org/wiki/Katherine_Johnson