PARTIE IV : Cinématographie & Mathématiques

ÂGE : 16 – 18 ans

OUTIL 40 : THÉORIE DES NOMBRES PREMIERS DANS "L'HOMME QUI DÉFIAIT L'INFINI"

C.I.P. Citizens In Power

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

Guide de l'éducateur

Titre : Théorie des nombres premiers dans "L'Homme qui défiait l'infini"

Âge : 16-18 ans

Durée : 1h30

Concepts Mathématiques : Nombres premiers et Partitions

Concepts Artistiques : Cinématographie

Objectifs généraux : Les élèves se familiariseront avec les nombres premiers et les partitions, utiliseront les exemples mathématiques donnés, pour réaliser la tâche finale et se familiariseront avec la formule des partitions et le diagramme de Young. Ils verront également certaines des étapes qu'implique une recherche mathématique. Ils auront l'occasion de se familiariser avec Ramanujan, son travail et sa biographie, à travers des images, des vidéos et quelques extraits.

Instructions et Méthodologies : Les méthodologies utilisées ici suivent la taxonomie de Bloom, en commençant par une présentation de Ramanujan, un rappel de ce que sont les nombres premiers et les partitions, jusqu'à un niveau plus complet d'explication de ceux-ci. Ensuite, les élèves appliqueront la théorie apprise dans le cadre de la tâche finale.

Ressources : Cet outil fournit des vidéos Youtube comprenant un synopsis de la vie de Srinivasa Ramanujan et des extraits du film "L'homme qui défiait l'infini". Vous y trouverez des images, un glossaire, la biographie de Ramanujan et les mathématiques qui se cachent derrière, des exemples de partitions, la tâche, et des ressources supplémentaires à explorer.

Conseils pour l'éducateur : Captez l'intérêt de vos élèves en mettant l'accent sur les difficultés que Ramanujan a rencontrées dans son temps et dans sa vie réelle (notamment la pauvreté et les obstacles dus à son origine indienne). Mettez également l'accent sur les éléments de son caractère qui ont aidé Ramanujan à exceller, comme modèle pour les élèves, au-delà de son esprit de prodige, tels que sa persévérance, son travail acharné et sa dévotion qui l'ont finalement aidé à rester dans l'histoire.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Résultats et Compétences ciblées : Les élèves pourront :

- identifier ce grand mathématicien (éléments biographiques) ;
- expérimenter avec leur propre formule de partition.

Compte-rendu et évaluation :

Vous pouvez utiliser ce tableau soit par une copie papier ou simplement en posant ces déclarations au tableau et en demandant aux élèves d'écrire leurs réponses sur un papier qu'ils vous remettront de préférence anonymement en sortant de la salle. La stratégie formative spécifique est appelée 3,2,1. Pour plus de stratégies, vous pouvez consulter le site :

https://www.bhamcityschools.org/cms/lib/AL01001646/Centricity/Domain/131/70%20Formative%20Assessments.pdf

Écrivez 3 aspects que vous avez appréciés dans cette activité :	1. 2. 3.
Écrivez 2 éléments que vous avez appris :	1. 2.
Écrivez 1 aspect à améliorer :	1.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Introduction

Selon Polster (2012), il existe plus de 700 films mathématiques, bien que certains soient liés aux mathématiques dans une très large mesure et d'autres dans une bien moindre mesure ; ils sont considérés comme des instants de divertissement, qui peuvent être utilisés dans les cours pour tenter de rendre l'apprentissage des mathématiques amusant et intéressant pour le jeune public. "L'homme qui défiait l'infini", qui est basé sur le livre homonyme de Robert Kanigel, a été choisi pour plusieurs raisons.

Tout d'abord, il s'agit d'un des films les plus en rapport avec les mathématiques et il raconte l'histoire d'un grand mathématicien indien du XXe siècle, appelé Srinivasa Ramanujan. D'autre part, le film offre une excellente vision des mathématiques en tant qu'art mais aussi en tant que processus créatif de découverte, en s'appuyant sur plusieurs concepts mathématiques et surtout sur les nombres premiers et les partitions. Le film constitue également un bon modèle pour les jeunes adultes.

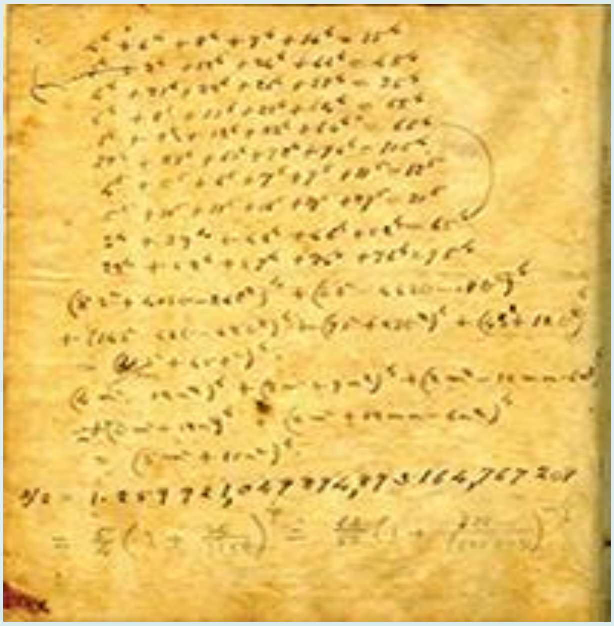
Le film permet de saisir ce que cela signifie d'entreprendre une recherche mathématique. Le protagoniste est surtout poussé par la curiosité et tente de saisir les liens frappants et gracieux entre les concepts abstraits. Ces explorations impliquent naturellement une certaine forme d'expérimentation, mais reposent principalement sur des idées et des symboles plutôt que sur des éléments physiques. Comme on peut le voir dans le livre et dans le film, il y a beaucoup d'erreurs et d'impasses. Il faut donc faire preuve de plus de persévérance. C'est pourquoi, lorsque le personnage entre dans l'enseignement plus typique de l'université anglaise, il est tenu de donner des preuves complètes, vérifiables, et logiques de ses affirmations. La construction de la preuve peut être difficile et prend souvent beaucoup plus de temps que la découverte initiale.

Ce qui est souligné dans le film, et qui est une obligation de la vraie recherche mathématique, c'est d'éviter la tentation même de ces grands esprits de passer de découverte en découverte, d'un lien à un autre, avant de donner les preuves pour

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

étayer celles déjà trouvées. L'enseignement supérieur en mathématiques vise à inculquer cela. En Inde, Ramanujan n'avait pas reçu un tel enseignement. À Cambridge, il a dû rattraper son retard et combler ses lacunes. Les étudiants, les éducateurs et les praticiens des mathématiques remarqueront dans ce film quelques pratiques de grande qualité.

Biographie



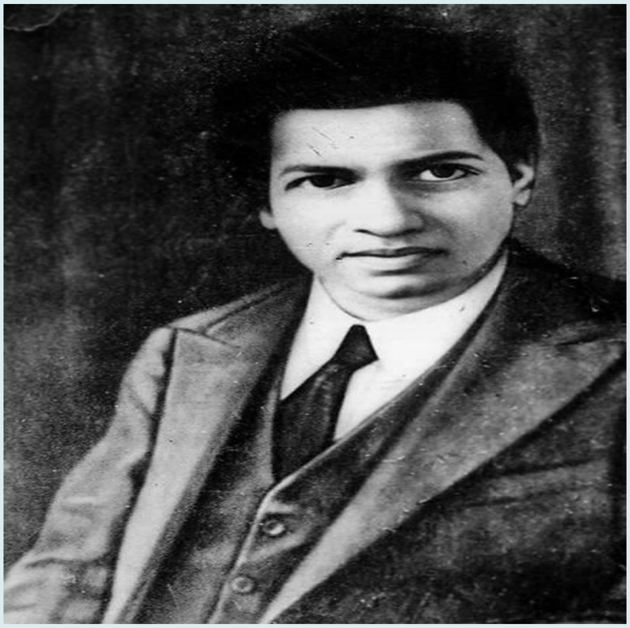
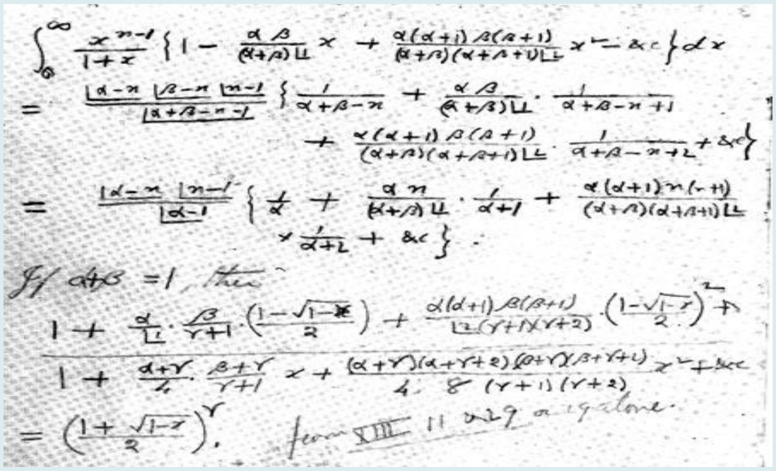


Image 1: Notes de Ramanujan[1] **Image 2: Ramanujan[2]**

[1] Source : https://www.google.com/search?q=notebooks+of+ramanujan+pdf&client=firefox-b-d&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwiZn5uFtd7iAhWNyKQKHVdoD10Q_AUIECgB&biw=1138&bih=527#imgdii=CdWIT6ACYDdArM:&imgrc=dNSzdmvpv-YSrM
[2] Source : https://en.wikipedia.org/wiki/Srinivasa_Ramanujan

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.



Picture 3: Notes de Ramanujan[3]

Srinivasa Ramanujan ((22 Décembre 1887 – 26 Avril 1920) était un mathématicien indien et a vécu pendant la période coloniale britannique en Inde. Bien qu'il n'ait eu pratiquement aucune formation formelle en mathématiques, il a apporté des contributions significatives à l'analyse mathématique, à la théorie des nombres, aux suites infinies et aux fractions continues, y compris aux solutions de problèmes mathématiques alors considérés comme insolubles. Il a commencé à développer ses propres recherches, mais les autres mathématiciens professionnels n'étaient pas intéressés car ses résultats étaient trop innovants et présentés de manière inhabituelle.

En 1913, il écrit au mathématicien anglais G.H. Hardy à l'université de Cambridge, en Angleterre. Fasciné par les échantillons que Ramanjuan lui avait envoyés, Hardy s'est arrangé pour qu'il se rende à Cambridge. Ramanujan avait créé des théorèmes révolutionnaires. Hardy et ses collègues se trouvaient surpassés par ces nouveaux théorèmes et sa redécouverte de résultats récemment prouvés mais très avancés. Parmi ses travaux originaux, on trouve la fonction première et la fonction thêta de Ramanujan, qui ont transformé le monde des mathématiques et les possibilités qu'il offre et qui ont presque toutes été prouvées justes. De nombreux mathématiciens

[3] Source : https://www.google.com/search?client=firefox-b-d&biw=1138&bih=527&tbm=isch&sa=1&ei=ABP-XKLMCszLwQL6-ZToCw&q=ramanujan%27s+notebooks&oq=ramanujan%27s+notebooks&gs_l=img.3.0.0j0i5i30j0i8i30j0i24l2.39595.44881..50313...0.0..0.154.2622.0j21......0....1..gws-wiz-img.......35i39j0i67j0i30.GMm5Q9WIy7M#imgrc=omvjbPsONG-PZM

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

influencés par Ramanujan ont publié leurs travaux dans The Ramanujan Journal, une revue scientifique évaluée par des pairs. Ses notes (publiées ou non) ont été examinées depuis sa mort pour élaborer de nouvelles théories.
En 1919, sa santé le fait retourner en Inde, où il meurt en 1920 à l'âge de 32 ans. Ses dernières lettres à Hardy, écrites en janvier 1920, montrent qu'il continuait à produire de nouvelles idées et théorèmes mathématiques.
Information provenant de Wikipedia: https://en.wikipedia.org/wiki/Srinivasa_Ramanujan

La trame du film "L'homme qui défiait l'infini"

Au XXe siècle, Srinivasa Ramanujan est un citoyen pauvre et sous pression qui vit à Madras, en Inde, et qui occupe des emplois non qualifiés au bord de la pauvreté. Ses employeurs remarquent ses compétences exceptionnelles en mathématiques et commencent à lui confier des tâches de base en comptabilité. Lorsqu'ils se rendent compte que ses connaissances en mathématiques dépassent les simples tâches de comptabilité, ils l'encouragent à mettre ses propres écrits en mathématiques à la disposition du public et à contacter des professeurs de mathématiques dans des universités en dehors de l'Inde. L'une de ces lettres est envoyée à G.H. Hardy, un mathématicien célèbre de l'université de Cambridge, qui s'intéresse particulièrement à Ramanujan.

Ramanujan se marie et envoie ses premières publications. Hardy l'invite presque immédiatement à Cambridge pour évaluer sa détermination en tant que possible mathématicien théorique. Ramanujan est enthousiasmé par l'opportunité et décide de poursuivre l'offre de Hardy, même si cela implique de se séparer de sa femme pendant une longue période. Il se sépare d'elle et lui promet de continuer à lui écrire des lettres.

Dès son arrivée à Cambridge, Ramanujan est confronté à diverses formes de chauvinisme racial et trouve le changement de vie en Angleterre plus difficile que prévu. Bien que Hardy soit très impressionné par les capacités de Ramanujan, il

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

s'inquiète de son manque d'expérience dans la rédaction d'épreuves. Avec détermination, il réussit à faire publier Ramanujan dans une grande revue. Pendant ce temps, Ramanujan découvre qu'il souffre de tuberculose alors que ses lettres régulières à sa femme restent sans réponse après de nombreux mois. Hardy n'est toujours pas conscient des difficultés personnelles auxquelles il est confronté. La santé de Ramanujan se détériore alors qu'il continue à approfondir ses intérêts de recherche en mathématiques sous la supervision de Hardy et d'autres collègues de Cambridge.

Sa femme finit par découvrir que sa mère a caché les lettres de Ramanujan et ne lui a pas envoyé les siennes. Hardy tente de faire accepter les compétences mathématiques exceptionnelles de Ramanujan par son université en proposant sa candidature pour le titre de « Fellow » au Trinity College. Au début, Hardy échoue en raison de la politique liée au collège et des préjugés raciaux persistants de l'époque. Plus tard, cependant, en obtenant le soutien de membres clés du collège, Hardy propose à nouveau la candidature de Ramanujan; et il est finalement accepté comme membre de la Royal Society et, plus tard, du Trinity College. Finalement, Ramanujan retrouve sa famille en Inde, bien que sa santé déclinante, qui a surtout souffert des mauvaises conditions de logement et des rudes conditions hivernales en Angleterre, entraîne sa mort prématurée peu après sa reconnaissance en tant que mathématicien d'importance et de mérite international.

Bande Annonce : https://www.youtube.com/watch?v=_MrvgHmgcBs

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Glossaire

Théorie des nombres : une branche des mathématiques qui se concentre sur les nombres entiers, leurs propriétés et leurs relations.

Suite infinie : est une suite composée de l'addition de nombres et qui se poursuit à l'infini.

Fractions continues : les fractions dont le dénominateur est la somme d'un nombre entier avec une fraction dont le dénominateur est également la somme d'un nombre entier avec une fraction, et ainsi de suite.

Hindouisme : est une religion principalement présente en Asie du Sud-Est qui donne sa propre idée de la spiritualité et des traditions et est parfois aussi considérée simplement comme un "mode de vie".

Chauvinisme : un patriotisme fort qui conduit à la croyance en une nationalité dominante, toutes les autres étant considérées comme inférieures.

Fellow : est le statut accordé à une personne qui fait partie d'un collège ou d'une société.

Collège : un groupe de personnes qui partagent des intérêts, des objectifs et une expertise professionnelle.

Société : une association de personnes qui partagent le même objectif et/ou les mêmes activités.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Les maths dans « L'homme qui défiait l'infini »

La formule de Ramanujan

La première formule a été trouvée pour calculer de combien de façons un nombre peut être obtenu en additionnant d'autres nombres, résolvant ainsi une énigme qui a captivé le légendaire mathématicien Srinivasa Ramanujan.
Cette prouesse a également permis de mieux comprendre une expression cryptique que Ramanujan utilisait pour décrire des suites de nombres appelés " partitions ".
Une partition d'un nombre est toute combinaison d'entiers qui s'additionne pour donner ce nombre. Par exemple, 4 = 3+1 = 2+2 = 2+1+1 = 1+1+1+1+1, le nombre de partition de 4 est donc 5. Cela semble simple, mais le nombre de partition de 10 est 42, alors que 100 compte plus de 190 millions de partitions. Il fallait donc une formule pour calculer le nombre de partitions.
Les tentatives précédentes n'ont fourni que des approximations ou se sont appuyées sur des "sommes folles et infinies", explique Ken Ono de l'université Emory d'Atlanta, en Géorgie.

Modèle de partition

La formule approximative de Ramanujan, développée en 1918, lui a permis de constater que les nombres se terminant par 4 ou 9 ont un nombre de partition divisible par 5, et il a trouvé des règles similaires pour les nombres de partition divisibles par 7 et 11.

Sans en apporter la preuve, il a écrit que ces nombres avaient des "propriétés simples" qu'aucun autre ne possédait. Plus tard, des règles similaires ont été trouvées pour la divisibilité d'autres nombres de partitions, de sorte que personne ne savait si les mots de Ramanujan avaient une signification plus profonde.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Aujourd'hui, Ono et ses collègues ont mis au point une formule qui recopie le nombre de partition de tout nombre entier. Ils ont peut-être aussi découvert ce que voulait dire Ramanujan.

Ils ont trouvé des relations "fractales" dans des séquences de nombres de partition d'entiers qui ont été générées à l'aide d'une formule contenant un nombre premier. Par exemple, dans une séquence générée à partir de 13, tous les nombres de partition sont divisibles par 13, mais en zoomant, on trouve une sous-séquence de nombres qui sont divisibles par 132, une autre séquence divisible par 133 et ainsi de suite.

Par Jacob Aron : https://www.newscientist.com/article/dn20039-deep-meaning-in-ramanujans-simple-pattern/

Pour plus d'informations, voici une vidéo expliquant la formule (en anglais) :

https://www.youtube.com/watch?v=nxdGOLp56nc

Glossaire

Nombre Premier : Un nombre premier est un nombre entier supérieur à 1 dont les seuls facteurs sont 1 et lui-même. Un facteur est un nombre entier qui peut être divisé de façon égale en un autre nombre. Les premiers nombres premiers sont 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 et 29. Les nombres qui ont plus de deux facteurs sont appelés des nombres composés. Le nombre 1 n'est ni premier ni composé.

Partition : En théorie des nombres et en combinatoire, une partition d'un entier positif n, également appelée partition d'un entier, est une façon d'écrire n comme une somme d'entiers positifs. Deux sommes qui ne diffèrent que par l'ordre de leurs sommes sont considérées comme une même partition. (Si l'ordre importe, la somme devient une composition.) Une somme dans une partition est également appelée

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

une partie. Le nombre de partitions de n est donné par la fonction de partition p(n). Donc p(4) = 5. La notation $\lambda \vdash n$ signifie que λ est une partition de n.
Les partitions peuvent être visualisées graphiquement avec les diagrammes de Young ou les diagrammes de Ferrers. Elles se produisent dans un certain nombre de branches des mathématiques et de la physique, y compris l'étude des polynômes symétriques et du groupe symétrique et dans la théorie de la représentation des groupes en général.

Exemple

Les sept partitions de 5 sont :

- 5
- 4 + 1
- 3 + 2
- 3 + 1 + 1
- 2 + 2 + 1
- 2 + 1 + 1 + 1
- 1 + 1 + 1 + 1 + 1

Dans certaines sources, les partitions sont traitées comme une suite de sommes, plutôt que comme une expression avec des signes plus. Par exemple, la partition 2 + 2 + 1 peut être écrite (2, 2, 1) ou sous une forme encore plus compacte $(2^2, 1)$ où l'exposant indique le nombre de répétitions d'un terme.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

TÂCHE

La fonction de la partition p(n) représente le nombre de partitions possibles d'un entier non négatif. Par exemple p(4)=5, car l'entier 4 a les cinq partitions :

- 1+1+1+1;
- 1+1+2;
- 1+3;
- 2+2;
- et 4

Sur la base de ces éléments, calcule la somme S= p(4) + p(6) + p(8)

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

POUR EN SAVOIR PLUS…

Si vous souhaitez approfondir les thèmes abordés dans cet outil, vous pouvez consulter les liens suivants :

Livre sur les mathématiques liées au cinema (en anglais):

Polster, B., & Ross, M. (2012). *Math goes to the movies*. Baltimore: Johns Hopkins University Press. Retrieved from http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&AuthType=ip,sso&db=nlebk&AN=597694&site=eds-live&custid=s1098328

Biographie de Ramanujan :

https://fr.wikipedia.org/wiki/Srinivasa_Ramanujan

Qu'est-ce qu'un nombre premier ? (en anglais) :

https://whatis.techtarget.com/definition/prime-number

Qu'est-ce qu'une partition ? :

https://fr.wikipedia.org/wiki/Partition_d%27un_entier

Formule de Ramanujan (en anglais) :

https://www.newscientist.com/article/dn20039-deep-meaning-in-ramanujans-simple-pattern/

L'homme qui défiait l'infini : l'inspiration, la rigueur et l'art des mathématiques 24 mai 2016 (en anglais) :

https://theconversation.com/the-man-who-knew-infinity-inspiration-rigour-and-the-art-of-mathematics-59520

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.