

PARTIE IV : Cinématographie & Mathématiques

ÂGE : 16-18

OUTIL 35 : LE THÉORÈME DE BAYES
DANS “RETOUR VERS LE FUTUR” DE
ROBERT ZEMECKIS

LogoPsyCom



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Guide de l'éducateur

Titre : Le Théorème de Bayes dans "Retour vers le Futur" de Robert Zemeckis

Âge : 16-18 ans

Durée : 2 heures

Concepts Mathématiques : Probabilités, Théorème de Bayes

Concepts Artistiques : Genres littéraires, Science-fiction, Théorie de la Relativité

Objectifs Généraux : Découvrir les concepts mathématiques du Théorème de Bayes en les appliquant au film pour acquérir une vision plus pratique des mathématiques.

Instructions et Méthodologies : Offrez aux étudiants la possibilité d'explorer les mathématiques en s'immergeant dans un scénario et en regardant les vidéos proposées. Votre classe découvrira les différents concepts mathématiques nécessaires à la compréhension des probabilités.

Ressources : Cet outil propose des vidéos et ressources en ligne. Les sujets abordés dans ces ressources peuvent vous servir d'inspiration pour trouver plus de contenu et personnaliser votre leçon.

Conseils pour l'éducateur : L'apprentissage par la pratique est très efficace, en particulier pour les jeunes apprenants ayant des troubles de l'apprentissage. Expliquez toujours l'aspect pratique des mathématiques enseignées à vos élèves.

Compétences et Résultats ciblés : À la fin de cet outil, l'élève sera capable de :

- Comprendre et utiliser les probabilités ;
- Comprendre la notion de probabilité conditionnelle ;
- Utiliser le Théorème de Bayes.

Compte-rendu et Évaluation:

Écrivez trois aspects que vous avez aimé dans cette activité	1. 2. 3.
Écrivez deux choses que vous avez apprises :	1. 2.
Écrivez un aspect à améliorer	1.

Introduction

Regarder un film peut être une activité de loisirs active ou passive. Les films peuvent être des ressources précieuses pour que les apprenants explorent les différents sujets abordés. Certains films utilisent les mathématiques dans leurs intrigues, mais les élèves n'y prêtent pas toujours attention, bien qu'ils soient plus susceptibles de comprendre un sujet dont ils ont entendu parler à la télévision.

En voyant les personnages réfléchir aux problèmes mathématiques et aux différents concepts abordés, le spectateur veut comprendre ces concepts et résoudre ces problèmes, tout comme il essaie souvent de deviner la fin d'un film. Dans ce cas-ci il va apprendre de nouvelles choses simplement en suivant le parcours des personnages pendant toute l'histoire.

Par conséquent, enseigner aux élèves les mathématiques qui se cachent derrière certains films peut être une grande valeur ajoutée au cours de mathématiques, souvent jugé trop abstrait, en apportant aux élèves une compréhension plus pratique et réelle des usages possibles des mathématiques.



“Retour vers le futur” de Robert Zemeckis

Synopsis



Image 1: Titre du film

"Retour vers le futur" est une trilogie qui commence avec l'histoire d'un adolescent, Marty, qui voyage accidentellement dans le temps, pour finir en 1955. Il rencontre ses parents quand ils étaient jeunes et la version jeune de sa mère tombe amoureuse de lui. Il devra donc résoudre ce problème en veillant à ce que ses parents tombent amoureux l'un de l'autre et finissent par lui donner naissance. Il est aidé par un scientifique appelé Dr Emmett Lathrope.



Bande Annonce: <https://www.youtube.com/watch?v=cU5BREZ9ke0>

Savais-tu que certaines innovations technologiques et caractéristiques de notre société actuelle illustrées dans le deuxième film étaient assez proches de la réalité ?



Regarde la vidéo suivante de TVLaTribune pour découvrir les bonnes et mauvaises prédictions du film :

<https://www.youtube.com/watch?v=JRoj4s-GAR4>


"Retour vers le futur" est une trilogie de science-fiction dans laquelle nous pouvons voir comment les auteurs ont représenté notre monde moderne en 1985. La science-fiction est un genre qui a eu un grand impact sur la société puisqu'il favorise l'innovation scientifique et technologique et la créativité. Il est lié à d'autres genres comme l'horreur ou le fantastique. "Retour vers le futur" a été une inspiration pour un dessin animé de science-fiction de Justin Roiland et Dan Harmon pour Cartoon Network dont tu as peut-être entendu parler : "Rick et Morty". Si tu regardes les personnages, tu peux facilement voir les similitudes :



Image 2: Marty et Dr. Emmett Lathrop dans "Retour vers le futur"¹



Image 3: Rick et Morty dans le dessin animé "Rick and Morty"²

 Regarde cette vidéo de TED-Ed pour en apprendre davantage sur la façon dont la science-fiction nous aide à prédire l'avenir:

<https://www.youtube.com/watch?v=paXKoZ1pr5w>

5

Nous savons que le voyage dans le temps est souvent utilisé dans la science-fiction, mais qu'en est-il de la réalité ?

Serait-il possible de voyager dans le temps ?

Certains scientifiques ont élaboré des théories à ce sujet. Veux-tu en savoir plus à ce sujet ?

 Tu peux regarder cette vidéo de TED-Ed:

<https://www.youtube.com/watch?v=7H3ksmxwpWc>

Glossaire

Science-Fiction : genre artistique, littéraire, cinématographique, etc. qui favorise l'innovation scientifique et technologique.

Futuriste : personne qui tente de prédire l'avenir.

Groupe de réflexion : une organisation qui effectue des recherches sur certaines questions concernant la politique, la société, l'économie, etc.

Théorie de la relativité : La théorie d'Albert Einstein était une percée dans les domaines de la physique et de l'astronomie au 20^e siècle et, entre autres choses, a présenté le temps et l'espace comme une entité appelée espace-temps.

Mécanique quantique : décrit le monde à la plus petite échelle possible des niveaux d'énergie des atomes et des particules subatomiques.

Dilatation temporelle : provient de la théorie de la relativité et est une différence dans le temps mesurée par deux observateurs, soit en raison d'une différence de vitesse entre eux, soit parce qu'ils sont situés différemment par rapport à un champ gravitationnel.

¹ <https://www.therakyatpost.com/2015/10/21/its-october-21-2015-the-day-marty-mcfly-came-back-to-the-future/>

² <http://popvinylworld.com/new-gamestop-exclusive-rick-and-morty-blips-chips-mystery-box-now-available-for-pre-order/>

Les maths dans “Retour vers le futur”

Probabilités

Comme tu t'en souviendras peut-être, la probabilité peut être calculée avec différentes formules. Faisons un petit rappel !

Voici les définitions et les formules à retenir :

Les probabilités sont utilisées pour avoir une idée plus précise des chances que quelque chose d'aléatoire se produise.

On écrira $P(A)$ et ce chiffre sera toujours compris entre 0 et 1.

Souviens-toi : **$0 \leq P(A) \leq 1$**

Comme deux événements complémentaires constituent toutes les possibilités :

$$P(A_c) + P(A) = 1$$

Pour calculer la probabilité que deux événements se produisent en même temps, multiplie leurs probabilités.

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Pour calculer la probabilité que l'un ou l'autre des deux événements se produise, additionne leurs probabilités, puis retire la probabilité que les deux se produisent au même moment.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



Probabilité Conditionnelle

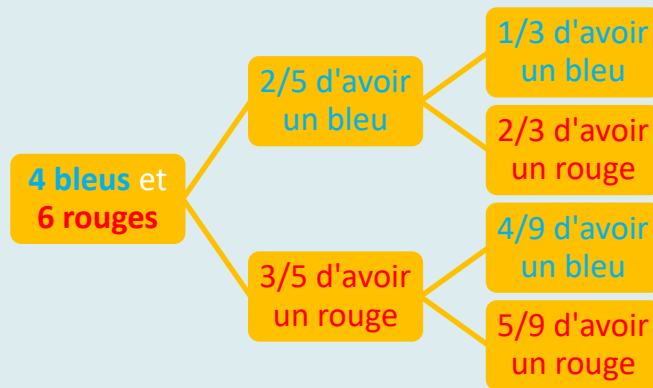
Il existe deux types d'événements : les **événements indépendants** et les **événements dépendants**.

Les **événements indépendants** sont ceux qui **ne sont pas affectés par un autre événement**, comme le fait de lancer des dés.

Les **événements dépendants** sont ceux qui **au contraire sont affectés par un événement précédent**, comme quand on a un sac de bonbons et qu'on choisit un bonbon rouge au début. La probabilité de piocher de nouveau un bonbon rouge sera différente la deuxième fois.

C'est ce qu'on appelle la **probabilité conditionnelle** qui peut être représentée à l'aide du diagramme en arbre suivant :

Exemple : si on a dix bonbons parmi lesquels on en a **quatre bleus** et **six rouges** :



Voyons comment nous pouvons écrire cela en notation mathématique

- L'événement A: on pioche un bonbon **bleu**
- L'événement B: on pioche un bonbon **rouge**

$P(A | B)$ désigne la probabilité de l'événement A en sachant que l'événement B a eu lieu.

Nous avons pioché un bonbon **rouge** la première fois. Quelle est la probabilité de piocher un bonbon **bleu** la deuxième fois ?

$$P(B | A) = \frac{4}{9}$$

Comment calcule-t-on cela sans utiliser le diagramme en arbre ?



Avec le Théorème de Bayes

Le théorème de Bayes est utilisé pour trouver une probabilité conditionnelle lorsque nous connaissons déjà d'autres probabilités.

Voici la formule :

$$P(\mathbf{A} | \mathbf{B}) = \frac{P(\mathbf{A}) P(\mathbf{B}|\mathbf{A})}{P(\mathbf{B})}$$

Où:

$P(\mathbf{A} | \mathbf{B})$ est la probabilité de l'événement A en sachant que l'événement B a eu lieu.

Utilisons le film pour un autre exemple.

Imaginons que tu as voyagé dans la machine à remonter le temps, la DeLorean.

Elle aurait pu t'envoyer en 1861, 1955, 1985 ou 2019, avec des chances égales.

$$P(1871) = \frac{1}{4} = \mathbf{0,25}$$

$$P(1955) = \frac{1}{4} = \mathbf{0,25}$$

$$P(1985) = \frac{1}{4} = \mathbf{0,25}$$

$$P(2019) = \frac{1}{4} = \mathbf{0,25}$$

Tu regardes autour de toi et tu vois un train à vapeur !

Cela ne peut signifier qu'une seule chose : tu n'es probablement pas en 2019 !

Admettons qu'il n'y ait que deux types de trains : **à vapeur** et **électriques**.

Nous savons qu'en 1871, **tous** les trains étaient à vapeur, ce qui signifie que :

$$P(\text{Vapeur} | 1871) = 1$$

En 1955, il y avait encore **moins** de trains à vapeur.

Avec le temps, ce phénomène s'est intensifié jusqu'à ce que la plupart des trains deviennent électriques :

$$P(\text{Vapeur} | 1955) = 0,5$$

$$P(\text{Vapeur} | 1985) = 0,05$$

$$P(\text{Vapeur} | 2019) = 0,01$$

Les probabilités ont changé maintenant que nous connaissons ces chiffres !

Calculons la probabilité d'être en 2019 si nous voyons un train à vapeur :

$$P(2019 | \text{Vapeur}) = \frac{P(2019) P(\text{Vapeur}|2019)}{P(\text{Vapeur})}$$

Il nous reste encore à déterminer la probabilité de train à Vapeur dans n'importe quelle année !

Nous savons que :

- $P(2019) = 25\%$ (0.25)
- $P(\text{Vapeur} | 2019) = 1\%$ (0.01)

Ce qui signifie que :

- il y a 25 % de chances d'être en 2019, auquel cas il y a 1 % de chances de voir un train à vapeur.
- On peut aussi en déduire qu'il y a 75% de chances d'être dans une autre année.
- La probabilité de voir un train à vapeur dans une autre année est :

$$\frac{0,5+0,05+1}{3} = \mathbf{0,516}, \text{ or } 51,6\%.$$

$$P(\text{Vapeur}) = (0,25 * 0,01) + (0,75 * 0,516) = 0,39$$

Thus,

$$P(2019 | \text{Vapeur}) = \frac{P(2019) P(V|2019)}{P(V)} = \frac{0,25 * 0,01}{0,39} = \frac{0,0025}{0,39} = \mathbf{0,0064}$$

$$P(1985 | \text{Vapeur}) = \frac{P(1985) P(V|1985)}{P(V)} = \frac{0,25 * 0,05}{0,39} = \frac{0,0125}{0,39} = \mathbf{0,032}$$

$$P(1955 | \text{Vapeur}) = \frac{P(1955) P(V|1955)}{P(V)} = \frac{0,25 * 0,5}{0,39} = \frac{0,125}{0,39} = \mathbf{0,32}$$

$$P(1871 | \text{Vapeur}) = \frac{P(1871) P(V|1871)}{P(V)} = \frac{0,25 * 1}{0,39} = \frac{0,25}{0,39} = \mathbf{0,64}$$

Tu penses être arrivé en 1871, n'est-ce pas ? Cependant, tu vois un passant qui boit dans une bouteille de Coca-Cola, qui n'existe que depuis 1886. Tu sais maintenant que tu n'es pas en 1871 mais tu as besoin d'en savoir plus !

TÂCHE

Cette tâche t'aidera à utiliser le contexte du film pour développer tes compétences en mathématiques en jouant avec les probabilités.

Poursuivons l'exercice précédent pour savoir en quelle année nous sommes plus précisément !

En sortant de la DeLorean, une voiture manque de te renverser.

Voilà à quoi elle ressemble et ce que tu en sais :



- C'est une Ferrari 328
- Sa production a débuté **en 1985** et **12%** de la population en possédait une
- **3%** des collectionneurs en conduisent encore **en 2019**

Calcule $P(1985 | \text{Ferrari328})$ et $P(2019 | \text{Ferrari328})$ en te basant sur les nouvelles données récoltées.

Souviens-toi: $P(1985)$ n'est plus de 0,25 mais bien de 0,032 et $P(2019)$ est devenue 0,0064!

Utilise les réponses de la première partie de l'exercice dans ton calcul.

POUR EN SAVOIR PLUS...

Vidéo TED-Ed video sur les prédictions de la science-fiction (Sous-titrée) :

<https://www.youtube.com/watch?v=paXKoZ1pr5w>

Vidéo TED-Ed sur la possibilité de voyager dans le temps (Sous-titrée) :

<https://www.youtube.com/watch?v=7H3ksmxwpWc>

Les bonnes prédictions du film (Anglais):

https://www.youtube.com/watch?v=mV_Z3Zx0xIs

Les fausses prédictions du film (Anglais):

<https://www.youtube.com/watch?v=xvWEIxdTB6Y>

Les bonnes et mauvaises prédictions du film (Français):

<https://www.youtube.com/watch?v=JRoj4s-GAR4>

Vidéo TED-Ed sur les Probabilités (Sous-titrée):

<https://www.youtube.com/watch?v=IAiNqQi30-Y&t=159s>

Autre exemple de raisonnement selon le théorème de Bayes (Anglais):

<https://fs.blog/2018/09/bayes-theorem/>