PARTIE III : Théâtre & Mathématiques

ÂGE : 13 – 15 ans

Board of weights and measures
(Source: Claus Ableiter from Wikimedia Commons)

OUTIL 30 : VOLUMES DANS L'HOMME QUI CALCULAIT, CHAPITRE VIII

SPEL – Sociedade Promotora de Estabelecimentos de Ensino

TheArtOf Maths

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

Educator's Guide

Titre : Volumes dans « L'homme qui calculait », Chapitre VIII

Âge : 13 – 15 ans

Durée : 3 heures

Concepts mathématiques : Volumes

Concepts artistiques : Performance théâtrale

Objectifs généraux : Jouer une scène adaptée du Chapitre 8 du livre "L'homme qui calculait" ; Calculer des volumes de solides géométriques

Instructions et Méthodologies : Avec le scénario adapté et l'explication du Chapitre 8, il est important que les élèves aient quelques exemples de calcul des volumes avant de résoudre les exercices

Ressources : Ordinateur avec une connexion internet ; Calculatrice scientifique

Conseils pour l'éducateur : Commencez par donner plusieurs exemples de calcul des volumes de solides géométriques, avec un niveau de difficulté croissant, afin de leur apprendre à résoudre les exercices par eux-mêmes. Fournissez aux élèves le scénario adapté du Chapitre 8, afin de les aider à répéter cette scène

Résultats et Compétences ciblés : A l'issue de cet outil, l'élève sera capable de :

- Comprendre la solution présentée dans le Chapitre 8;
- Jouer une scène adaptée du Chapitre 8 ;
- Calculer des volumes de solides géométriques

Compte-rendu et évaluation :

Écrivez 3 aspects que vous avez appréciés dans cette activité :	1. 2. 3.
Écrivez 2 éléments que vous avez appris :	1. 2.
Écrivez 1 aspect à améliorer :	1.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Introduction

Au cours de l'histoire, les mathématiques ont trouvé les réponses à plusieurs problèmes qui se sont posés. Il existe de nombreux rapports sur ces solutions et il ne fait aucun doute que les mathématiques sont extrêmement pertinentes dans la résolution de problèmes et qu'elles ont joué un rôle important dans l'évolution de diverses civilisations au cours de l'histoire.

Qui n'a jamais entendu une histoire ou lu un livre dans lequel les mathématiques ont fini par être impliquées dans la résolution de problèmes ou d'énigmes ?

Ce module abordera un problème mathématique qui apparaît dans un livre rempli de situations similaires. Le livre "L'homme qui calculait", écrit en 1938, par Malba Tahan (pseudonyme du professeur et écrivain Júlio César de Mello e Souza), raconte l'histoire de Beremiz Samir, un voyageur persan doté d'un talent particulier pour les mathématiques, qui utilise et met en œuvre la pensée logique et d'autres concepts mathématiques pour résoudre des problèmes quotidiens dans chaque endroit qu'il visite.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Volumes dans le Chapitre 8

Le livre "L'homme qui comptait", de Malba Tahan, pseudonyme du professeur et écrivain brésilien Júlio César de Mello e Souza, recrée une série de problèmes et d'énigmes mathématiques impliquant l'arithmétique, l'algèbre, la géométrie et d'autres domaines des mathématiques.

Le livre raconte l'histoire de Hanak Tade Maia, un homme qui voyage de Samarra à Bagdad. Sur le chemin, il rencontre Beremiz Samir, un Persan aux compétences mathématiques remarquables, et l'invite à le rejoindre dans son voyage. Pour Hanak, il était certain qu'un homme avec de telles capacités mathématiques trouverait un emploi rentable à Bagdad.

L'un des problèmes présentés dans le livre est la division de vingt et un tonneaux de vin par trois éleveurs de moutons.

Dans le livre, Beremiz et Hanak rencontrent le cheikh Salem Nasair et ses amis, les éleveurs de moutons, et le cheikh demande à Beremiz de résoudre leur problème, concernant la division des vingt-et-un tonneaux de vin.

Selon le livre, le cheik dit à Beremiz
"- Voici mes trois amis. Ce sont des éleveurs de moutons de Damas. Ils sont confrontés à l'un des problèmes les plus étranges que j'ai rencontrés. C'est celui-ci : en paiement d'un petit troupeau de moutons, ils ont reçu ici à Bagdad, une quantité d'excellent vin, dans vingt et un tonneaux identiques : sept pleins, sept à moitié pleins et sept vides. Ils veulent diviser pour que chacun reçoive le même nombre de tonneaux et la même quantité de vin. Il est facile de diviser les tonneaux : chacun en recevrait sept. La difficulté, comme je le comprends, est de diviser le vin sans les ouvrir, en les laissant tels quels. Maintenant, est-il possible de trouver une réponse satisfaisante à ce problème ?

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Beremiz, après avoir réfléchi pendant deux ou trois minutes, répondit :
- La division des vingt-et-un fûts, ô Cheikh, peut se faire sans grande difficulté. Je vais vous proposer la solution la plus simple possible. Le premier recevra trois tonneaux pleins, un demi-plein et trois vides, pour un total de sept tonneaux. Le second recevra deux tonneaux pleins, trois à moitié pleins et deux vides, pour un total de sept tonneaux.

Le troisième recevra également sept tonneaux selon le même arrangement. Selon ma division, chaque partie acquerra sept tonneaux et une quantité égale de vin".

Cette solution proposée par Beremiz a résolu le problème puisque chaque ami recevra sept tonneaux de vin et la même quantité de vin.
Beremiz voulait prouver que la quantité de vin était la même, et a réussi à le faire en attribuant à la portion de vin dans chaque tonneau plein le chiffre 2, et à la portion de vin dans chaque tonneau à moitié plein le chiffre 1.

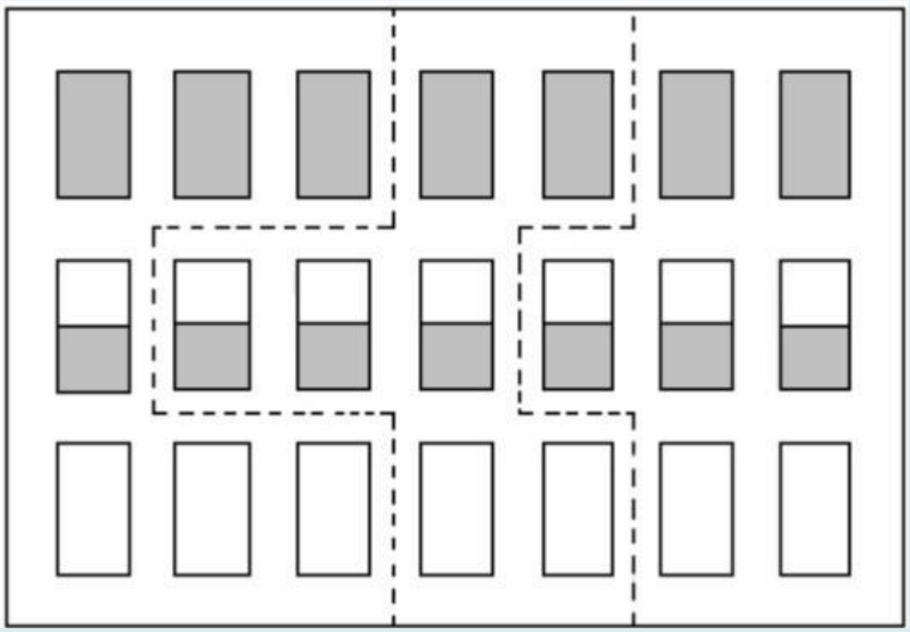

Fig. 1 - Solution proposée par Beremiz
(Source: Taham, M. (n.d.). O Homem que calculava. Extrait de: http://josenorberto.com.br/o_homem_que_calculava.pdf (16.07.2019))

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Selon le livre, Beremiz a déclaré

"- Selon la répartition, le premier partenaire recevra 2 + 2 + 2 + 1, soit un total de sept unités, et chacun des autres recevra 2 + 2 + 1 + 1 + 1, soit également sept unités. Cela prouve que la répartition que je propose est exacte et juste. Bien que le problème semble compliqué, sa résolution numérique ne présente aucune difficulté.

Sa solution a été accueillie avec beaucoup d'enthousiasme, non seulement par le cheikh, mais aussi par les trois hommes de Damas."[1]

Une autre solution pourrait être : un des éleveurs de moutons recevrait un tonneau plein, cinq à moitié pleins et un vide. Les deux autres éleveurs de moutons recevraient trois tonneaux de vin pleins, un à moitié rempli et trois vides.

Pour résoudre ce problème, Beremiz a eu recours à l'arithmétique. Cependant, si nous ne considérons que la division du vin, nous avons aussi une question de volumes, qui sera traitée dans ce module.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Glossaire

Bagdad : Ancien centre du monde islamique, et actuelle capitale de l'Irak.

Damas : Capitale et plus grande ville du pays de la République arabe syrienne.

Persan : Natif de Perse (mot utilisé par les Grecs de l'époque classique et par les Occidentaux pour désigner toute la plaine d'Iran.

Samarra : Ville d'Irak, située à l'ouest du Tigre, dans la province de Saladino, à 125 km au nord de Bagdad.

Cheikh : Titre honorifique en langue arabe qui désigne le chef d'une tribu ou un membre de la famille royale.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Les Math dans le Chapitre 8 de « L'homme qui calculait »

Comme mentionné précédemment, si nous ne considérons que la division du vin, nous aurons un problème de volumes, donc ce thème sera abordé ci-dessous.

Volumes

Le **volume d'un solide géométrique** est l'espace qu'il occupe. Les unités de volume les plus utilisées sont le mètre cube (m^3), le décimètre cube (dm^3) et le centimètre cube (cm^3). Un mètre cube de volume correspond à mille litres de capacité et un décimètre cube de volume correspond à un litre de capacité.

Selon le Système international d'unités (SI), le mètre cube est l'unité standard pour les mesures de volume.

Nous allons essayer de simplifier les formules de calcul des volumes des solides en faisant une division en "solides avec deux bases", "solides avec une base", et "solides sans bases".

Les volumes de "solides à deux bases".

Les volumes de solides à deux bases (par exemple, les cubes, parallélépipèdes, prismes triangulaires ou pentagonaux, cylindres) sont toujours les mêmes et résultent de la multiplication de la surface de la base par la hauteur.

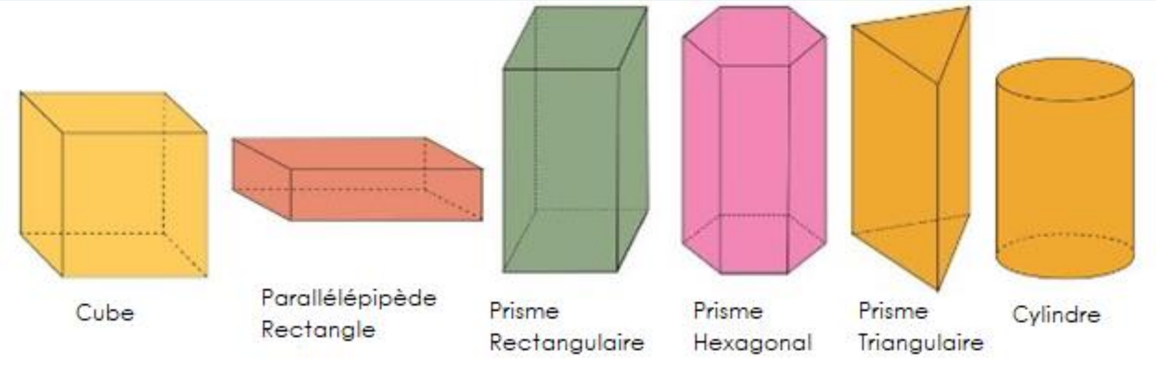

Fig. 2 – solides à deux bases
(Source: Image adaptée de Ação Educativa (2015, July 3). Mundo em construção – 8° ano. Extraite de: https://issuu.com/acaoeducativa/docs/8___ano_-_mundo_em_constru____o_alu/404 (16.07.2019))

$\mathbf{V} = \mathbf{A_b} \times \mathbf{h}$, où $\mathbf{A_b}$ est l'aire de la base et $\mathbf{h}$ est la hauteur

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Exemple : Calcule le volume du prisme rectangulaire suivant:

$$\mathbf{V = A_b \times h = (1 \times 8) \times 5 = 40\ cm^3}$$

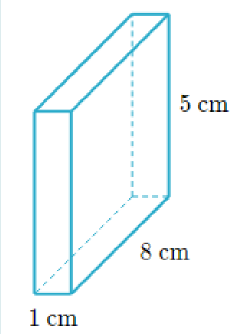

Fig. 3 – Prisme Rectangulaire
(Source:https://pt.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-volume-sa/volume-rect-prism/e/volume_1)

Les volumes de "solides à base unique".

Les volumes de solides ayant une seule base (par exemple, la pyramide ou le cône) sont toujours les mêmes que le résultat de la multiplication d'un tiers de la surface de la base par la hauteur.

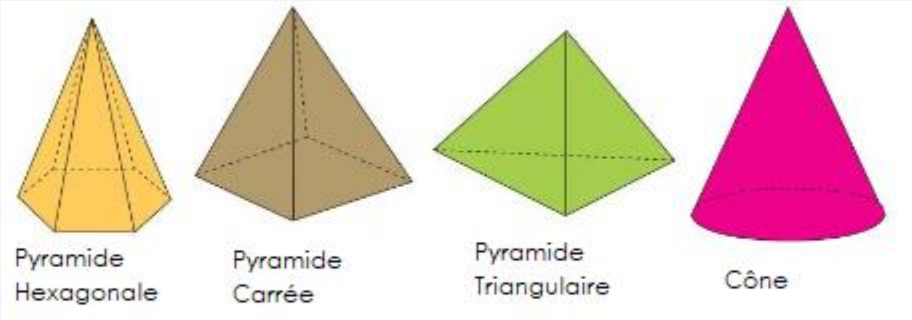

Fig. 4 – Solides à base unique
(Source: Image adaptée de Ação Educativa (2015, July 3). Mundo em construção – 8° ano. Extraite de: https://issuu.com/acaoeducativa/docs/8___ano_-_mundo_em_constru____o_alu/404 (16.07.2019)

$\mathbf{V = \frac{1}{3} A_b \times h}$, où $\mathbf{A_b}$ est l'aire de la base et $\mathbf{h}$ est la hauteur

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Exemple : Calcule le volume du cône suivant, en tenant compte des dimensions en centimètres.

$$\mathbf{V} = \frac{1}{3}\mathbf{A_b} \times \mathbf{h} = \frac{1}{3}(\boldsymbol{\pi} \times \mathbf{2^2}) \times \mathbf{9} = \frac{1}{3}(\mathbf{4}\boldsymbol{\pi}) \times \mathbf{9} = \frac{\mathbf{36}\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{3}} = \mathbf{12}\boldsymbol{\pi}\ \mathbf{cm^3}$$

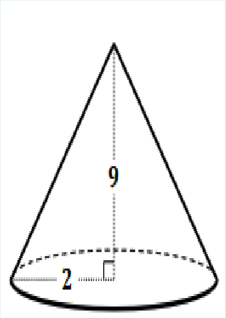

Fig. 5 – Cône
(https://www.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-volume-sa/volume-cones/e/volume-of-cones)

Le volume d'un "solide sans base"

Le volume d'un solide sans base (c'est-à-dire une sphère) est le même que le résultat de la multiplication de 4/3 par $\boldsymbol{\pi r^3}$.

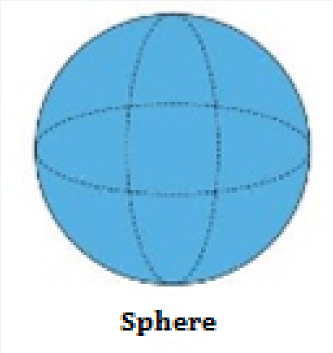

Fig. 6 - Sphère
(Source: Ação Educativa (2015, July 3). Mundo em construção – 8º ano. Extraite de: https://issuu.com/acaoeducativa/docs/8___ano_-_mundo_em_constru____o_alu/404 (16.07.2019))

$\mathbf{V_{Sphere}} = \frac{4}{3} \times \boldsymbol{\pi r^3}$, où $\mathbf{r}$ est le rayon de la sphère

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Exemple : Calcule le volume de la sphère suivante, en tenant compte des dimensions en centimètres.

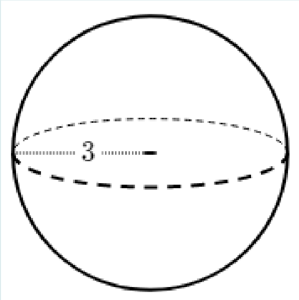

Fig. 7 - Sphère
(Source: https://pt.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-volume-sa/volume-cones/e/volume-of-spheres)

$$\mathbf{V = \frac{4}{3} \times \pi r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 27 = \frac{108\pi}{3} = 36\pi\ cm^3}$$

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

TÂCHES

TÂCHE 1

1. Joue la scène adaptée du livre "L'homme qui comptait", Chapitre VIII, en utilisant le scénario ci-joint.

TÂCHE 2

2. Le cube de la figure ci-dessous a un bord de 6 cm et la pyramide ombragée a une hauteur égale à un tiers de celle du cube.

2.1. Calcule le volume du cube.

2.2. Calcule le volume de la pyramide.

2.3. Calcule le volume du cube qui n'est pas rempli par la pyramide.

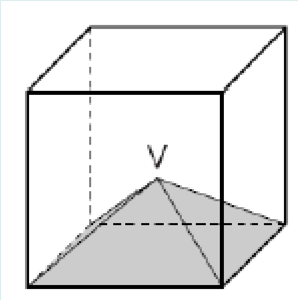

Fig. 8 - Cube et Pyramide
(Source: Neves, M. A, Pereira, A., Leite, A., Guerreiro, L., & Silva, M. C. (2006). Matemática A1 – Ensino Profissional: Geometria. Porto: Porto Editora.)

TÂCHE 3

3. Dans un récipient cylindrique de 20 cm de diamètre, une quantité déterminée d'eau était stockée. Ensuite, une sphère métallique de 6 cm de diamètre a été insérée dans le récipient. Il a été possible d'observer que le niveau de l'eau restait tangent à la sphère.

Quel était le volume d'eau qui a été introduit dans le récipient ?

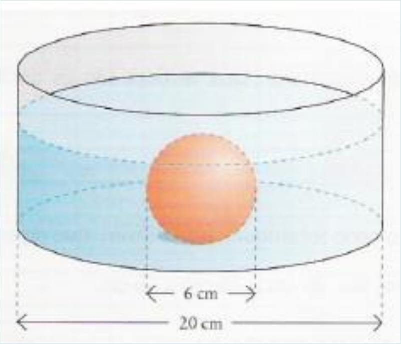

Fig. 9 – Récipient cylindrique et sphère
(Source: Neves, M. A, Pereira, A., Leite, A., Guerreiro, L., & Silva, M. C. (2006). Matemática A1 – Ensino Profissional: Geometria. Porto: Porto Editora)

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

POUR EN SAVOIR PLUS…

L'homme qui calculait - Une collection d'aventures mathématiques (en anglais)

https://sparthasarathy.com/ebooks/themanwhocounted.pdf

Géométrie des solides (en anglais) :

https://www.onlinemathlearning.com/solid-geometry.html

https://www.mathsisfun.com/geometry/solid-geometry.html

Que sont les formes géométriques solides ? (en anglais) :

https://www.smartickmethod.com/blog/math/geometry/solid-geometric-shapes/

Géométrie de base - Volume et surface :

https://www.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-volume-sa

Le volume d'un cube (en anglais) :

https://www.onlinemathlearning.com/volume-of-a-cube.html

Le volume des prismes (en anglais) :

https://www.onlinemathlearning.com/volume-prism-1.html

Le volume des prismes rectangulaires (en anglais) :

https://www.khanacademy.org/math/geometry-home/geometry-volume-surface-area#geometry-volume-rect-prism

https://www.onlinemathlearning.com/volume-rectangular-prism.html

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Le volume des cônes, des cylindres et des spheres (en anglais) :

https://www.khanacademy.org/math/geometry-home/geometry-volume-surface-area#geometry-volume-cones

Le volume des cylindres (en anglais) :

https://www.onlinemathlearning.com/volume-of-a-cylinder.html

Le volume des spheres (en anglais) :

https://www.onlinemathlearning.com/volume-of-a-sphere.html

Le volume d'un cone (en anglais) :

https://www.onlinemathlearning.com/volume-cone.html

Le volume d'une pyramide (en anglais) :

https://www.onlinemathlearning.com/volume-of-a-pyramid.html

Exploration des réseaux de solides géométriques (en anglais) :

https://www.geogebra.org/m/n6EjQDw8

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

CHAPITRE 3

(adaptation du livre “L’homme qui calculait”)

Scénario de l'adaptation du chapitre 8 du livre "L'homme qui calculait":

Personnages présentés dans la scène :

- Hanak Tade Maia ;
- Beremiz Samir ;
- Sheik Salem Nasair ;
- 1er Éleveur de moutons ;
- 2ième Éleveur de moutons ;
- 3ième Éleveur de moutons.

Matériel (minimum):

- 21 récipient de même taille ;
- 1 bouteille d’eau.

[Dans la scène, il y a trois éleveurs de moutons musulmans et le cheikh Salem Nasair. Ils sont assis, en train de fraterniser. Hanak Tade Maia et Beremiz Samir s'approchent d'eux.]

Cheikh Salem Nasair (levant ses bras vers le ciel) : Le voici, l'estimé maître calculateur ! Bienvenue, mon ami !

Beremiz Samir: Comment vas-tu, mon ami ?

[Le Cheikh et le Beremiz se donnent l'accolade].

Beremiz Samir: Voici mon ami Hanak. Il m'a invité à le rejoindre dans son voyage.

Hanak Tade Maia: Bonjour, Cheikh ! Ravi de vous rencontrer.

Cheikh Salem Nasair: Bonjour, Hanak ! Si tu es un ami de Beremiz, tu es aussi mon ami ! Voici mes trois amis de Damas.

[Les éleveurs de moutons se lèvent pour saluer les voyageurs.]

1er éleveur de moutons: Marhabaan almusafirin!

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l’information contenue dans ce document.

2ième éleveur de moutons : “Marhabaan!

3ième éleveur de moutons: “Marhabaan! Kayf halikm?

[Beremiz et Hanak saluent les trois hommes.]

Beremiz Samir : Alors, Nasair, comment vas-tu ?

Cheikh Salem Nasair : Eh bien, Beremiz, je vais très bien, merci, mais mes amis ici sont confrontés à l'un des problèmes les plus étranges que j'ai rencontrés. Pourtant, peut-être peux-tu les aider à le résoudre, grâce à tes extraordinaires compétences en mathématiques !

Beremiz Samir : Quel est le problème ?

Cheikh Salem Nasair : Mes trois amis sont des éleveurs de moutons de Damas et, en paiement d'un petit troupeau de moutons, ils ont reçu ici, à Bagdad, une quantité d'excellent vin, dans vingt et un tonneaux identiques. Cependant, sept sont pleins, les sept autres sont à moitié pleins, et les sept derniers tonneaux de vin sont vides.

Beremiz Samir : Je vois.

Cheikh Salem Nasair : Ainsi, ils veulent diviser le vin de manière à ce que chacun reçoive le même nombre de tonneaux et la même quantité de vin.

1er éleveur de moutons : Il est facile de répartir les fûts de vin, car chacun en recevrait sept.

[Les deux autres hommes approuvent cette affirmation et acquiescent pour montrer leur accord.]

Cheikh Salem Nasair : La difficulté, comme je le comprends, consiste à diviser le vin sans ouvrir les tonneaux, en les laissant tels qu'ils sont maintenant.

Beremiz Samir : Oui, je comprends.

Hanak Tade Maia : Beremiz, penses-tu qu'il est possible de trouver une réponse satisfaisante à ce problème ?

2ième éleveur de moutons : Voyageur, penses-tu pouvoir nous aider à résoudre notre étrange problème ?

Beremiz Samir : Je pense pouvoir le faire. Laissez-moi réfléchir un peu à ce problème.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l’information contenue dans ce document.

[Beremiz baisse la tête et se déplace un peu, d'avant en arrière, et réfléchit pendant quelques secondes au problème. Après cette réflexion, Beremiz relève la tête et s'adresse aux personnes qui l'accompagnent.]

Beremiz Samir : La division des vingt-et-un tonneaux de vin peut se faire sans grande difficulté. Je vais vous proposer la solution la plus simple possible.

1er éleveur de moutons : S'il vous plaît, dites-nous ce que nous devrions faire.

[Beremiz se tourne vers le premier éleveur.]

Beremiz Samir : Tu recevras trois tonneaux de vin pleins, un demi-plein et trois vides, pour un total de sept tonneaux.

[Puis, Beremiz se tourne vers le deuxième éleveur.]

Beremiz Samir : Tu recevras deux tonneaux de vin pleins, trois à moitié pleins et deux vides, pour un total de 7 tonneaux.

[Enfin, Beremiz se tourne vers le troisième éleveur.]

Beremiz Samir : Tu recevras deux tonneaux de vin pleins, trois à moitié pleins et deux vides également.

[Après cela, Beremiz s'adresse au cheikh Nasair.]

Beremiz Samir : Selon ma division, chaque partie acquerra sept tonneaux et une quantité égale de vin.

Cheikh Salem Nasair : Je ne suis pas sûr d'avoir compris ta division.

Hanak Tade Maia : Moi non plus, Beremiz.

Beremiz Samir : Pas de problème, je vais expliquer mon raisonnement derrière cette division. Disons qu'un tonneau de vin plein contient deux portions, et qu'un tonneau de vin à moitié plein contient une portion, n'est-ce pas ?"

Cheikh Salem Nasair : D'accord.

Hanak Tade Maia : D'accord.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Beremiz Samir : Ainsi, selon la division, le premier éleveur recevra 2 + 2 + 2 + 1, soit un total de sept unités. Vous suivez ?

Sheik Salem Nasair : Oui.

Hanak Tade Maia : Oui, je comprends.

Beremiz Samir : Par conséquent, chacun des deux autres éleveurs recevra 2 + 2 + 1 + 1 + 1, ce qui donne un total de sept.

Cheikh Salem Nasair et Hanak : Oh !! Maintenant, j'ai compris ! !

Beremiz Samir : Cela prouve que la division que je propose est exacte et juste. Bien que le problème semble compliqué, sa résolution numérique ne présente aucune difficulté.

[La solution de Beremiz est accueillie avec beaucoup d'enthousiasme par tous, en particulier par les trois hommes de Damas.]

1er éleveur de moutons : Par Allah ! Ce mathématicien est étonnant ! En un instant, il a résolu un problème qui nous semblait extrêmement difficile.

2ième et 3ième éleveurs de moutons : Par Allah!

1er éleveur de moutons : Shukraan jazilaan.

2ième et 3ième éleveurs de moutons : Shukraan.

Beremiz Samir : De rien ! Je suis heureux d'avoir pu aider !

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.