

PARTIE III : Théâtre & Mathématiques

ÂGE : 13 – 15 ans

OUTIL 29 : LA GÉOMÉTRIE DANS "ÉLÉMENTS" D'EUCLIDE

C.I.P. Citizens In Power



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

Educator's Guide

Titre : La géométrie dans "Éléments" d'Euclide (pièce de théâtre)

Âge : 13 – 15 ans

Durée : 2 heures

Concepts mathématiques : Éléments mathématiques, Théorème, Ligne droite, Point mathématique

Concepts artistiques : Pièce de théâtre

Objectifs généraux : Sur le plan mathématique, les élèves se familiariseront avec le père de la géométrie, Euclide, et son travail, et se familiariseront ainsi avec certains des concepts mathématiques qu'il a traités. Sur le plan de la littérature, ils localiseront certains concepts de l'ère classique et de la période historique en général, comme la provenance des documents, et rencontreront une autre caractéristique historique, à savoir Hypatie.

Instructions et Méthodologies : Le professeur est le metteur en scène. Étant donné que les termes "éléments mathématiques, théorème, droite" sont déjà connus au travers du programme scolaire, cette activité peut leur rafraîchir la mémoire et renforcer leurs connaissances. Pour jouer la pièce, la classe doit être divisée en groupes de six, étant donné que ce sont les participants à la pièce. Trois ont un rôle principal et trois n'ont qu'une petite réplique, ce qui est approprié même pour les élèves timides ou peu désireux de participer. L'acte peut prendre la forme d'un concours entre groupes et l'équipe gagnante peut recevoir une récompense.

Ressources : Cet outil fournit des photos et des vidéos, des références et du matériel supplémentaire à utiliser en classe.

Conseils pour l'éducateur : Vous pouvez agir en fonction du planning et de l'âge exact des élèves. Dans les tâches, plusieurs alternatives vous sont proposées, par exemple, donner des informations aux élèves a priori sur Euclide et ses "éléments" ou leur demander de trouver eux-mêmes ces informations. Il existe aussi une autre alternative qui consiste à leur demander d'apprendre le scénario par cœur ou de se contenter d'une lecture rapide en groupe et de le présenter ensuite.

C'est également à l'éducateur de décider comment se dérouleront la "compétition" et le "vote" et s'il y aura une récompense

Résultats et Compétences ciblés : A l'issue de cet outil, l'élève sera capable de :

- s'épanouir et d'être plus ouvert en jouant un rôle,
- améliorer sa mémorisation pendant les répétitions ;
- apprendre les termes mathématiques de base ;
- décrire des faits historiques,
- se souvenir des termes mathématiques de base ;
- se familiariser avec la géométrie ;
- se familiariser avec la terminologie des droites avant et après l'influence d'Euclide.

Compte-rendu et évaluation :

Vous pouvez utiliser ce tableau soit par une copie papier ou simplement en posant ces déclarations au tableau et en demandant aux élèves d'écrire leurs réponses sur un papier qu'ils vous remettront de préférence anonymement en sortant de la salle. La stratégie formative spécifique est appelée 3,2,1. Pour plus de stratégies, vous pouvez consulter le site :

<https://www.bhamcityschools.org/cms/lib/AL01001646/Centricity/Domain/131/70%20Formative%20Assessments.pdf>

| | |
|---|----------------|
| Écrivez 3 aspects que vous avez appréciés dans cette activité : | 1. 2. 3. |
| Écrivez 2 éléments que vous avez appris : | 1. 2. |
| Écrivez 1 aspect à améliorer : | 1. |

Introduction

Les mathématiques se retrouvent dans plusieurs arts, par exemple la littérature, le cinéma, le théâtre. Au théâtre, leur présence est notable dans les textes théâtraux et les dialogues dramatisés. L'apprentissage par l'art dramatique s'est avéré très efficace, en particulier chez les jeunes apprenants dont la capacité d'attention et les difficultés d'apprentissage sont moindres. C'est également un moyen souhaitable de développer une attitude positive à l'égard des mathématiques. Lorsqu'il est utilisé correctement, il peut améliorer la capacité de réception des élèves, le développement de la collectivité dans l'apprentissage et augmenter la participation de toute la classe.

Ces textes théâtraux ont été spécialement conçus pour les pièces de théâtre scolaires ou sont des documents théâtraux classiques, et leurs résultats d'apprentissage peuvent être utiles aux élèves en tant que moyen alternatif et amusant d'apprendre. Récemment, un projet européen appelé MATHeatre, qui vise à encourager les élèves à stimuler leur imagination et à exprimer des idées mathématiques en utilisant des compétences théâtrales, a constaté que la mise en scène dans un contexte mathématique présente plusieurs avantages. Il est admis qu'à travers une activité théâtrale avec un contenu mathématique, les élèves peuvent non seulement se familiariser et finalement apprendre les concepts mathématiques par cœur, mais aussi il existe d'autres avantages avec cette approche, comme l'amélioration de leur estime de soi, l'apprentissage de la coopération, la fluidification du discours et l'amélioration de l'attention, de la concentration et de l'écoute des autres. Plus spécifiquement, un acte théâtral peut être utilisé pour découvrir un nouveau concept ou réinventer un nouveau concept. Ici, il sera utilisé après avoir étudié le concept en suivant la théorie et les exercices.

Approche littéraire

Depuis l'Antiquité, les grands mathématiciens ont recours à la prise de parole en public pour communiquer leurs connaissances au public. L'un d'entre eux, Euclide d'Alexandrie, un mathématicien grec (300 avant JC), est considéré comme le fondateur ou le père de la géométrie. Son ouvrage "Éléments" est l'un des plus influents de l'histoire des mathématiques, servant de manuel principal pour l'enseignement des mathématiques (en particulier de la géométrie) depuis sa publication jusqu'à la fin du XIXe ou au début du XXe siècle. "Éléments" est un traité mathématique composé de 13 livres. Dans cet ouvrage, Euclide a déduit les théorèmes de ce que l'on appelle aujourd'hui la géométrie euclidienne à partir d'un petit ensemble d'axiomes.

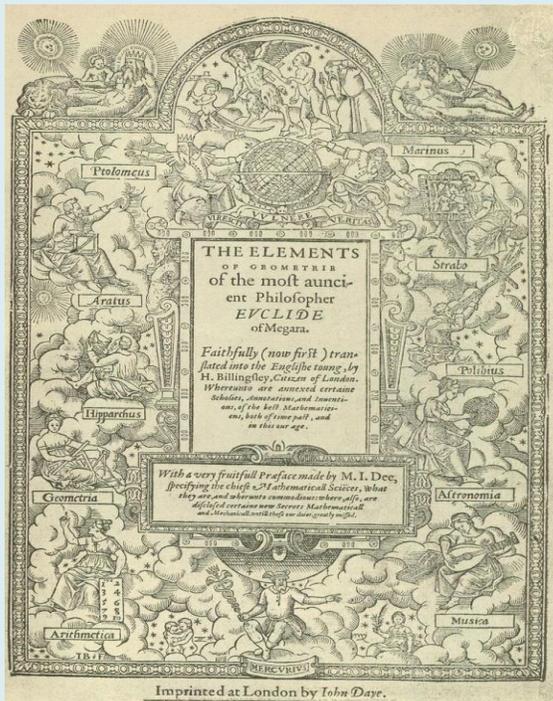


Image 1: Éléments, une série de 13 livres écrits par Euclide ¹



Image 2: statue d'Euclide datand du 19ième siècle par au musée d'histoire naturelle de l'université d'Oxford ²

¹ (Source :

<https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A3%CF%84%CE%BF%CE%B9%CF%87%CE%B5%CE%AF%CE%B1>)

² (Source : <https://en.wikipedia.org/wiki/Euclid>)

"Éléments" d'Euclide est de loin l'ouvrage mathématique le plus célèbre de l'Antiquité classique, et a également la particularité d'être le plus ancien manuel de mathématiques utilisé sans interruption au monde. On sait peu de choses sur l'auteur, si ce n'est qu'il a vécu à Alexandrie vers 300 avant Jésus-Christ. Les principaux sujets de l'ouvrage sont la géométrie, les proportions et la théorie des nombres. La plupart des théorèmes apparaissant dans les Éléments n'ont pas été découverts par Euclide lui-même, mais sont l'œuvre de mathématiciens grecs antérieurs tels que Pythagore (et son école), Hippocrate de Chios, L'Étie d'Athènes et Eudoxus de Cnidos. Cependant, on attribue généralement à Euclide le mérite d'avoir arrangé ces théorèmes de manière logique, afin de démontrer (certes, pas toujours avec la rigueur exigée par les mathématiques modernes) qu'ils découlent nécessairement de cinq axiomes simples. On attribue également à Euclide un certain nombre de preuves particulièrement ingénieuses de théorèmes découverts antérieurement, comme le théorème 48 du livre 1. Les constructions géométriques utilisées dans "Éléments" sont limitées à celles qui peuvent être réalisées à l'aide d'une règle droite et d'un compas. En outre, les preuves empiriques par des mesures sont strictement interdites : toute comparaison de deux grandeurs se limite à dire que les grandeurs sont soit égales, soit que l'une est supérieure à l'autre.

« Éléments » se composent de treize livres :

Livre 1 expose les propositions fondamentales de la géométrie plane, y compris les trois cas dans lesquels les triangles sont congruents, divers théorèmes impliquant des droites parallèles, le théorème concernant la somme des angles dans un triangle, et le théorème de Pythagore.

Livre 2 est communément appelée "algèbre géométrique", car la plupart des théorèmes qui y figurent ont des interprétations algébriques simples.

Livre 3 étudie les cercles et leurs propriétés, et comprend des théorèmes sur les tangentes et les angles inscrits.

Livre 4 concerne les polygones réguliers inscrits dans des cercles et circonscrits autour de ceux-ci. **Le livre 5** développe la théorie arithmétique des proportions.

Livre 6 applique la théorie des proportions à la géométrie plane, et contient des théorèmes sur des figures similaires.

Livre 7 traite de la théorie des nombres élémentaires : par exemple, les nombres premiers, les plus grands dénominateurs communs, etc.

Livre 8 s'intéresse aux séries géométriques.

Livre 9 contient diverses applications des résultats des deux livres précédents, et comprend des théorèmes sur l'infinitude des nombres premiers, ainsi que la somme d'une série géométrique.

Livre 10 tente de classer les grandeurs incommensurables (c'est-à-dire irrationnelles) en utilisant la méthode dite "d'exhaustion".

Livre 11 traite des propositions fondamentales de la géométrie tridimensionnelle.

Livre 12 calcule les volumes relatifs des cônes, des pyramides, des cylindres et des sphères en utilisant la méthode de l'exhaustion.

Livre 13 étudie les cinq solides dits de Platon.

Cette édition des "Éléments" d'Euclide présente le texte grec définitif - c'est-à-dire celui édité par J.L. Heiberg (1883-1885) - accompagné d'une traduction anglaise moderne, ainsi qu'un lexique grec-anglais. Ni les livres 14 et 15 fallacieux, ni la vaste scholie qui a été ajoutée aux "Éléments" au cours des siècles, ne sont inclus.

(Traduction de : <http://farside.ph.utexas.edu/Books/Euclid/Elements.pdf>).

Glossaire

Euclide : Euclide est la version anglicisée du nom grec Εὐκλείδης, qui signifie "célèbre, glorieux".

Éléments : est un traité mathématique composé de 13 livres attribués au mathématicien grec ancien Euclide à Alexandrie, en Egypte ptolémaïque vers 300 avant J.-C. Il s'agit d'un recueil de définitions, de postulats, de propositions (théorèmes et constructions) et de preuves mathématiques des propositions. Les livres couvrent la géométrie euclidienne plane et solide, la théorie des nombres élémentaires et les droites incommensurables. "Éléments" est le plus ancien traitement déductif à grande échelle des mathématiques qui existe encore. Il a joué un rôle déterminant dans le développement de la logique et de la science moderne, et sa rigueur logique n'a été dépassée qu'au XIXe siècle.

Hypatie : Hypatie[a] (née vers 350-370 ; morte en 415 après J.-C.) était une philosophe, astronome et mathématicienne néoplatonicienne hellénistique, qui vivait à Alexandrie, en Égypte, qui faisait alors partie de l'Empire romain d'Orient. Elle était une penseuse éminente de l'école néoplatonicienne d'Alexandrie où elle enseignait la philosophie et l'astronomie. Elle est la première femme mathématicienne dont la vie est assez bien documentée.

Milan Kundera: Né le 1er avril 1929, cet écrivain français d'origine tchèque s'est exilé en France en 1975 et a été naturalisé citoyen français en 1981. Il "se considère comme un écrivain français et insiste pour que son travail soit étudié comme de la littérature française et classé comme tel dans les librairies".



THE SCRIPT

Traduit du grec par l'équipe du projet. L'auteur de la pièce "Les enfants d'Euclide" est Elias Konstantopoulos, le fragment est une adaptation faite par Elias Kerasides pour une pièce de théâtre scolaire en 2000-2001, extraite de :

http://www.hdml.gr/pdfs/conferences/222.pdf?fbclid=IwAR2Dujj3A-JIESVpSAvmpDIM768JCTZMRTeDuB55r1_FVRqgVPsJ6ES3N3Y .

| | |
|-----------|---|
| Euclide: | Je me nomme Euclide. Je suis né en 330 avant J.-C. et je suis toujours en vie. J'ai vécu avec ma règle et mon compas. Quand je pense qu'avec ce compas, j'essayais juste de faire des lignes droites alors que certains enseignants l'utilisaient pour frapper les élèves.... Ce qui a aussi changé c'est que le mien ne faisait que des cercles, il n'était pas utilisé pour mesurer des sections droites. Mais soyons francs, il y a des choses pires que ça dans le monde. |
| La Voix : | Nous aimerions voir votre Curriculum Vitae. |
| Euclide : | Pourquoi ? Allez-vous m'engager comme employé ? Peu importe. Je suis né à Alexandrie, j'ai étudié à Athènes et je suis ensuite retourné à Alexandrie, comme directeur du musée lorsque Ptolémée I était roi. C'est là que j'ai écrit "Éléments". |
| La Voix : | Quel était le musée ? |
| Euclide : | C'était l'Université d'Alexandrie. Avec la bibliothèque, il a été pendant de nombreux siècles le centre du monde entier. |
| La Voix : | Et quels sont ces « Éléments » dont vous parlez ? |
| Euclide : | Les Éléments sont mes enfants. J'ai été béni par Dieu d'en avoir 13, et non pas tous les miens par le sang. Certains sont adoptés, mais pour moi tous bien-aimés, et merveilleux bien sûr. |
| La Voix : | Donc, avant vous, il n'y avait pas de géométrie ? Pourquoi n'avez-vous pas écrit l'histoire de la géométrie ? |
| Euclide : | Je n'avais pas anticipé. Mais je vais le faire bientôt. |
| La Voix : | Voyons donc ce que vous avez écrit. |

| | |
|-----------|---|
| Euclide : | Au total, ils comprennent 131 définitions et 465 propositions. Commençons par mon premier livre. |
| Hypatie : | J'inclus 23 définitions, 5 postulats, 5 notions communes et 48 propositions. |
| Euclide : | Allez-y un peu plus lentement. Ne les submergez pas de trop d'informations ou vous leur ferez peur. |
| La Voix : | Hypatie ? Pourquoi l'avez-vous nommée ainsi ? Qui était Hypatie ? |
| Euclide : | La première et la dernière femme mathématicienne de l'Antiquité. C'est une de mes vraies enfants, car non seulement elle a vécu après moi, mais son père, Theonas, a sauvé mes Éléments. La version que vous avez vient de lui. |
| Hypatie : | Je suis perdue maintenant. Suis-je votre enfant ou est-ce Theonas ? |
| Euclide : | Vous êtes mon enfant spirituel. |
| La Voix : | Bon, arrêtez de discuter. Finissons-en. Les définitions, d'accord, on peut imaginer de quoi il s'agit, mais qu'en est-il des postulats ? |
| Hypatie : | Eh bien, oui, les définitions concernent les formes géométriques, par exemple la droite, le sommet du triangle, le triangle, le cercle. |
| Euclide : | Donnez-nous donc la définition de la droite. |
| Hypatie : | La droite est celle est une ligne également placée entre ses points. |
| La Voix : | Malin, mais ça ne semble pas tout à fait juste. |
| Euclide : | Eh bien, si vous n'aimez pas ma définition, pouvez-vous m'en donner une de votre cru ? |
| La Voix : | L'orbite d'un avion... |
| Voix 1: | Un faisceau lumineux... |
| Voix 2: | La voie la plus rapide.... |
| Voix 3: | Nos pensées quand elles volent... |
| Euclide : | Toutes vos pensées sont attirées par la gravité. La mienne est libre. Comme l'Insoutenable Légèreté de l'être. |
| La Voix : | Je vois que vous avez lu Kundera, mais dites-nous, qu'est-ce qu'une droite ? |

| | |
|-----------|---|
| Euclide : | "Longueur sans largeur" qui "est également placée entre ses points." ; et je sais ce que vous allez demander maintenant. Qu'est-ce qu'un point ? Vous pensez que ces notions ne peuvent pas être définies, mais les définitions nous aident à mieux les comprendre. |
| La Voix : | Mais comment pouvons-nous, à partir d'un point sans aucune dimension, créer une droite avec certaines dimensions ; comment quelqu'un peut-il, à partir de quelque chose "d'infiniment petit", extraire quelque chose "d'infiniment grand" ? |
| Hypatie : | Ne considérez pas le point comme une entité matérielle. La droite n'est pas non plus une chose matérielle. La droite en géométrie n'existe que dans notre esprit, ce que nous dessinons comme une droite n'est que son fantôme. |
| La Voix : | Vous avez presque réussi à nous convaincre des définitions, mais qu'en est-il des postulats ? |
| Hypatie : | Les postulats sont des hypothèses initiales sur un certain domaine, dans notre cas, la géométrie. |

Les Maths dans la pièce de théâtre

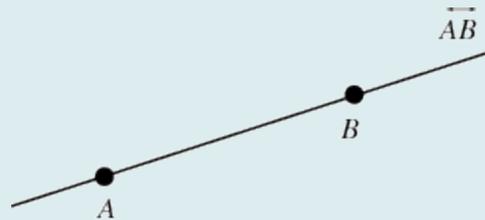
Définitions

Géométrie : la partie des mathématiques qui concerne la taille, la forme et la position relative des figures, ou l'étude des droites, des angles, des formes et de leurs propriétés

Théorème : En mathématiques, un théorème est un énoncé qui a été prouvé sur la base d'énoncés précédemment établis, tels que d'autres théorèmes, et d'énoncés généralement acceptés, tels que les axiomes.

Postulats : Une déclaration, également connue sous le nom d'axiome, qui est considérée comme vraie sans preuve. Les postulats sont la structure de base à partir de laquelle les lemmes et les théorèmes sont dérivés. L'ensemble de la géométrie euclidienne, par exemple, est basé sur cinq postulats connus sous le nom de postulats d'Euclide.

Droite : Une droite est une figure unidimensionnelle droite, sans épaisseur, qui s'étend à l'infini dans les deux sens. Une droite ne présente aucun "tortillement" sur toute sa longueur. Si les droites sont intrinsèquement des objets unidimensionnels, elles peuvent être intégrées dans des espaces dimensionnels supérieurs. Harary (1994) a appelé "droite" le bord d'un graphe.



Une droite est uniquement déterminée par deux points, et la droite passant par les points A et B est désignée par \overleftrightarrow{AB} . De même, la longueur du segment de droite finie se terminant à ces points peut être désignée par \overline{AB} . Une droite peut également être désignée par une seule lettre minuscule (Jurgensen et al. 1963, p. 22).

Euclide a défini une droite comme une "longueur sans largeur" et comme étant "à également placée entre ses points".

Considérons les premières droites dans un plan bidimensionnel. Deux droites se trouvant dans le même plan et ne se coupant pas l'une l'autre sont dites parallèles. Deux droites situées dans des plans différents qui ne se croisent pas sont dites obliques..



TÂCHE

- o Divisez-vous en groupes de six pour jouer dans cette pièce, soit en disposant du texte, soit en mémorisant le texte selon les instructions qui vous ont été données. Il y a 3 protagonistes et 3 voix secondaires.
- o **Musique** : elle est toujours la bienvenue comme fond sonore.
- o **Les accessoires** : Vous pouvez utiliser certains instruments mathématiques de la classe tels qu'une règle ou un compas pour être plus créatif et théâtral.
- o **Costumes** : Ils peuvent être très simples, comme une chemise à utiliser comme une toge.

POUR EN SAVOIR PLUS...

Si vous souhaitez approfondir les thèmes abordés dans cet outil, vous pouvez consulter les liens suivants :

Une étude sur le rôle de l'art dramatique dans l'apprentissage des mathématiques (en anglais) :

https://www.researchgate.net/publication/274582627_A_Study_on_the_Role_of_Drama_in_Learning_Mathematics

Projet d'apprentissage des mathématiques par les nouveaux facteurs de communication (en anglais) :

<http://www.le-math.eu/assets/files/MATHeatre-Guidelines-V1-September2013.pdf>

Glossaire mathématique (en anglais) :

<https://www.storyofmathematics.com/glossary.html#G>

<http://www.hdml.gr/pdfs/conferences/222.pdf?fbclid=IwAR19Ravx1wXFJ2h8VnVva0ZSLgBH5OjNeZy7APRpttHKTW59TBr32Xhkjjo>

Article : Utiliser le théâtre pour enseigner les concepts mathématiques aux élèves (en anglais) :

<https://www.straitstimes.com/singapore/education/using-drama-to-teach-pupils-maths-concepts>

Ressource mathématique (en anglais) :

<http://mathworld.wolfram.com/Line.html>

Les Éléments de géométrie d'Euclide Traduction anglaise, par Richard Fitzpatrick

<http://farside.ph.utexas.edu/Books/Euclid/Elements.pdf>