



PARTIE II : Musique & Mathématiques

ÂGE : 16-18 ans



OUTIL 23 : PYTHAGORE ET SA MUSIQUE MATHÉMATIQUE

Sandgärdskolan



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

Guide de l'éducateur

Titre : Pythagore et sa musique mathématique

Âge : 16-18 ans

Durée : 2 heures

Concepts mathématiques : Équations, algèbre, nombres irrationnels

Concepts artistiques : Musique de la Grèce antique, harmonie

Objectifs généraux : Découvrir les concepts mathématiques cachés dans les compositions musicales et voir que l'harmonie (ou ce que l'on considère comme harmonieux en Occident) peut être expliquée en termes mathématiques.

Instructions et Méthodologies : Cet outil propose des idées pour faire de la musique en classe et montrer aux élèves que les différents tons vibrent à des longueurs différentes.

Ressources : Images, Glossaire, vidéos

Conseils pour l'éducateur : L'apprentissage par la pratique est très efficace, surtout avec les jeunes élèves ayant des troubles de l'attention et d'apprentissage. N'oubliez pas de toujours expliquer à quoi sert chaque concept mathématique, concrètement.

Résultats et Compétences ciblés : A l'issue de cet outil, l'élève sera capable de :

- Comprendre les composants et les ensembles
- Connaître la personne derrière le théorème de Pythagore

Compte-rendu et évaluation :

Écrivez 3 aspects que vous avez appréciés dans cette activité :	1. 2. 3.
Écrivez 2 éléments que vous avez appris :	1. 2.
Écrivez 1 aspect à améliorer :	1.

Introduction



Image 1 Pythagore : <https://en.wikipedia.org/wiki/Pythagoras>

Le philosophe et mathématicien grec Pythagore, qui aurait vécu vers 500 avant J.-C., est probablement plus connu pour son théorème selon lequel le carré de l'hypoténuse (le côté opposé à l'angle droit) est égal à la somme des carrés des deux autres côtés dans un triangle rectangle.



Image 2 Enclume : https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Blacksmith_anvil_hammer.svg

Mais Pythagore a également découvert que les notes de musique peuvent être décrites en termes d'équations. Selon la légende, il est entré dans une forge où il a entendu le bruit du marteau frappant l'enclume. Au début, il a pensé que les notes étaient harmonieuses et belles, mais après un certain temps, il s'est rendu compte qu'une des notes ne l'était pas. Le son était faux.

Pythagore s'est précipité dans l'atelier et a commencé à tester les différents marteaux pour voir ce qui causait les tons clairs et dissonants. Il comprit que la seule chose qui semblait causer un son différent était la taille du marteau (et non la puissance du coup contre l'enclume ou la force ou la taille du forgeron). Il a pris cela comme preuve d'une théorie selon laquelle la musique pouvait être expliquée en termes d'équations mathématiques. Il s'est avéré par la suite qu'il se trompait en ce qui concerne le marteau et l'enclume et le poids du marteau, mais que la théorie était correcte pour la longueur des cordes des instruments à une corde.

<https://en.wikipedia.org/wiki/Pythagoras>

Harmonie

Pythagore avait la conviction que chaque concept mathématique pouvait être expliqué en termes d'équation. Un de ses disciples, Hippiasos, a essayé de trouver une équation qui déterminerait la racine carrée de 2, mais il n'y est pas parvenu et a considéré que c'était une preuve qu'il s'agissait d'un nombre irrationnel. Pythagore était tellement furieux qu'il a condamné le pauvre jeune homme à la mort par noyade.

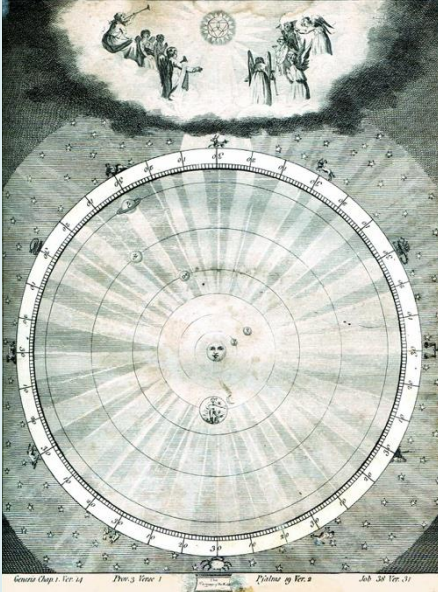


Image Harmonie du monde: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Harmonyoftheworld.jpg>

Une autre façon d'envisager le lien entre la musique et les mathématiques se retrouve dans la philosophie qui affirme que le monde peut être compris comme étant en harmonie. C'est ce qu'on appelle la musique des sphères. C'est le soleil, la lune et la terre qui doivent être en harmonie, sinon l'ordre est perturbé. Les corps en orbite produisent de la "musique" (dans le sens ancien du terme comme dans la musica qui ne signifie pas nécessairement de la musique audible). La musique des sphères se manifeste par des nombres, des angles visuels, des formes et des sons, tous reliés entre eux selon un schéma de proportions.

Glossaire

Triangle rectangle : Un triangle dont l'un des angles est de 90° et la somme des deux autres angles est également de 90°

Les maths dans l'harmonie

La théorie de la longueur des cordes que Pythagore était, d'une certaine manière, sur le point de découvrir peut être décrite ainsi. Lorsque l'on a une corde d'une certaine longueur et sous une certaine tension (la puissance qui est utilisée pour la tendre) et que l'on prend ensuite la demi-longueur exacte de la corde, avec la même tension, on obtient un son qui vibre avec le double de Hertz (quantité d'oscillations). Comme les notes de musique peuvent être décrites en termes d'oscillations, il existe un lien évident.

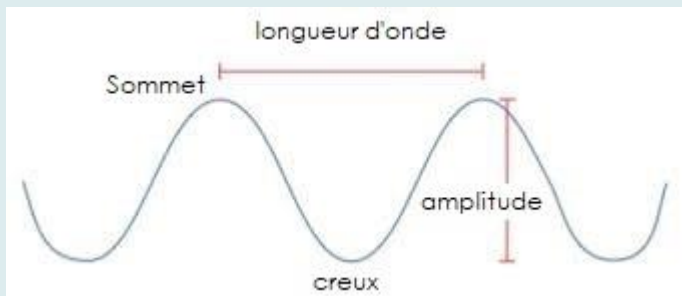


Image 4 Amplitude de la longueur d'onde

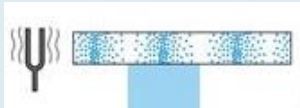
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Crest_trough_wavelength_amplitude.png

La longueur d'onde est la période spatiale d'une onde périodique - la distance sur laquelle la forme de l'onde se répète [c'est la distance entre des points consécutifs correspondants de la même phase sur l'onde, comme deux crêtes, deux creux ou deux passages à zéro adjacents, et c'est une caractéristique des ondes progressives et des ondes stationnaires, ainsi que d'autres configurations spatiales d'ondes. La longueur d'onde est la distance entre les ondes sonores dans la pièce où se produisent les ondes. La longueur d'onde d'une tonalité en mètres est la vitesse du son (environ 340 mètres par seconde) divisée par la fréquence en Hertz. La fréquence est le nombre d'occurrences d'un événement répété par unité de temps.

La plus basse fréquence audible (pour un être humain) a une longueur d'onde de $340/15 = 22,7$ mètres. La fréquence audible la plus élevée a une longueur d'onde de $340/20000 = 0,017$ mètre, soit 17 millimètres. La colonne d'air d'un instrument à vent a souvent une longueur correspondant à la moitié de la longueur d'onde de sa racine (ton le plus bas possible).

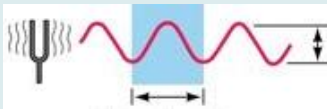
Physique du Son

- Objet vibratoire (diapason)



Compression et expansion des molécules d'air produite par la vibration.

- Amplitude



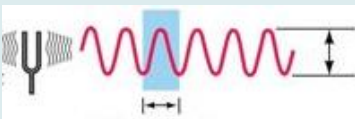
Représentation de l'onde sinusoïdale

- Plus grande amplitude de mouvement



Amplitude doublée, même fréquence que ci-dessus

- Plus grande fréquence de mouvement



Même amplitude que l'original, fréquence doublée.

TÂCHE

Crée ton propre instrument de musique et utilise la théorie des longueurs de cordes de Pythagore.

1. Aligne huit verres ou bouteilles en verre sur une table en ligne droite.
2. Remplis-les de différentes quantités d'eau. Par exemple 0,25 dl, 0,5 dl, 0,75 dl, 1 dl et ainsi de suite. Si tu veux, ajoute un peu de couleur à l'eau
3. Tape délicatement sur chaque bouteille avec une petite cuillère.
4. Dispose les bouteilles dans l'ordre du timbre le plus aigu au plus grave. Si deux d'entre elles ont un son trop semblable, ajoute ou retire de l'eau jusqu'à obtenir le son désiré. Si tu veux, utilise un diapason pour voir quel son tu as.
5. Crée une chanson à jouer avec tes bouteilles de musique et invite des amis à un concert.
6. Quel est le lien entre le ton et la quantité d'eau ? Les sons aigus correspondent-ils à des longueurs d'onde courtes ou longues ?

TÂCHE 2 :

Utilise les mêmes bouteilles et compare le fait de taper les bouteilles et de souffler dedans. Joue la chanson « Twinkle twinkle little star ». Essaie de la jouer en soufflant dans les bouteilles et en les tapant avec une cuillère. Pourquoi y a-t-il une différence ?

TÂCHE 3 :

La longueur d'onde du son est 4 fois la distance de la bouche à la surface de l'eau, une onde d'un quart est ainsi formée dans la bouteille !

$$\frac{340 \text{ m/s}}{\text{fréquence}} = \text{longueur d'onde}$$

Quelle est la fréquence dans tes bouteilles ? Note que les tonalités ne sont pas totalement nettes en raison de la forme de la bouteille.

POUR EN SAVOIR PLUS...

Les sites Wikipédia permettent d'en savoir plus sur Pythagore et sa philosophie mathématique. Voici quelques exemples :

[Théorème de Pythagore](#)

[Accord pythagoricien](#)



Quelques vidéos sont également disponibles ici :

Expérience musicale avec une bouteille (en français):

<https://www.youtube.com/watch?v=XR-tPIj6IH4>

Autres vidéos expliquant les mathématiques (en anglais) :

[Pythagorean Tuning \[Philosophia Mūsicae: A Philosophy of Music\]](#)

[The Math of Music - TWO MINUTE MUSIC THEORY #32](#)

[The connection between maths and music - Pythagoras Comma \(Longer version\)](#)