

PARTIE II : Musique & Mathématiques

ÂGE : 13-15 ans

OUTIL 15 : ACCORDS

PYTHAGORICIENS ET PROPORTIONS

LogoPsyCom



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Guide de l'éducateur

Titre : Accords Pythagoriciens et Proportions

Âge : 13-15 ans

Durée : 1 heure

Concepts mathématiques : Pythagore, rapports, proportions

Concepts artistiques : Notes, Intervalles, ondes sonores, hauteur, fréquence

Objectifs généraux : Découvrir les concepts mathématiques cachés dans les compositions musicales et acquérir une vision plus pratique de l'utilisation des mathématiques.

Instructions et Méthodologies : Les élèves exploreront les deux domaines dans leur ensemble, en écoutant la musique ou en la jouant et en regardant des vidéos qui analysent les compositions musicales. Ils découvriront les bases des concepts mathématiques mentionnés.

Ressources : Cet outil fournit des vidéos et des ressources en ligne que vous pouvez utiliser dans votre classe. Les thèmes abordés dans l'outil vous aideront à trouver d'autres ressources pour personnaliser et nuancer votre leçon.

Conseils pour l'éducateur : L'apprentissage par la pratique est très efficace, en particulier pour les apprenants ayant des difficultés d'apprentissage. Expliquez toujours en quoi chaque concept mathématique est utile dans la pratique.

Résultats et Compétences ciblés : A l'issue de cet outil, l'élève sera capable de :

- Comprendre le processus logique derrière la composition musicale ;
- Comprendre l'utilisation de l'accord pythagoricien dans la musique ;
- Comprendre et calculer les rapports dans les intervalles.

Compte-rendu et évaluation:

Écrivez 3 aspects que vous avez appréciés dans cette activité :	1. 2. 3.
Écrivez 2 éléments que vous avez appris :	1. 2.
Écrivez 1 aspect à améliorer :	1.

Introduction

La musique et les mathématiques ne montrent pas de lien évident pour ceux qui n'ont jamais composé ou lu une partition. Cependant, il apparaît clairement que le rythme des compositions musicales et la structuration de la partition en mesures évoquent un mode de pensée mathématique.

De nombreux chercheurs ont étudié l'implication des mathématiques dans les arts. La musique a été l'un des points centraux de leurs études et il s'est avéré que, tout au long de l'histoire, de nombreux mathématiciens avaient exploré cette question. Pythagore, Leonardo Bonacci (également connu sous le nom de Fibonacci), et bien d'autres ont contribué à ces recherches. Différents aspects des mathématiques, allant de la géométrie de base et des suites de nombres à la trigonométrie, ont montré leur utilité dans les compositions musicales.

Dans le cadre de cet outil, nous nous concentrerons sur l'applicabilité des mathématiques dans les compositions musicales en étudiant d'abord le système des accords pythagoriciens et en explorant les options qu'il offre pour la composition musicale.

Comment fonctionne la musique ?

Lorsque nous jouons de la musique, les vibrations produites et le mouvement des particules d'air passent par nos oreilles et nous permettent d'entendre les sons à la bonne fréquence. Si l'on observe une corde de guitare, on peut voir qu'elle se déplace d'une certaine manière et à un certain rythme. Lorsque nous étirons une corde, sa hauteur augmente et sa fréquence s'accélère. Ce qui est produit s'appelle une onde sonore et va directement dans nos oreilles, déplaçant le fluide de notre cochlée, dans la partie interne de notre oreille.

Bien sûr, Pythagore, un philosophe grec ayant vécu vers 570 - c. 495 avant J.-C., n'était pas au courant de tout ce que nous savons aujourd'hui sur le corps humain et la composition musicale. Il a cependant élaboré une théorie sur la façon de calculer les rapports dans les intervalles, ce que nous allons aborder dans cette leçon. La légende raconte qu'il a entendu différents sons provenant des marteaux d'une forge et qu'il a découvert que lorsqu'un marteau était deux fois plus gros ou plus lourd qu'un autre, il produisait la même note une octave plus haut.

Voici une vidéo de C'est pas sorcier pour en savoir plus sur la provenance des sons :

 <https://www.youtube.com/watch?v=llhJcfKNk3I>

Glossaire

La Fréquence sonore : nous donne la vitesse d'une vibration et la hauteur d'un son.

La hauteur d'un son : montre si une note est aiguë ou grave et est mesurée en Hertz.

L'Onde sonore : représente la vibration produite par un son. Sa longueur et sa vitesse déterminent la hauteur ou la fréquence du son.

La Cochlée : la cavité en spirale située dans l'oreille interne qui réagit aux vibrations sonores.

Le Tympan : La membrane située au fond du conduit auditif qui vibre lorsqu'elle perçoit un son.

L'Intervalle : est la différence de hauteur entre deux sons.

L'Octave : est la différence de hauteur entre une note et une autre dont la fréquence est double

Les maths dans la composition musicale

👁️ Regarde cette vidéo de ScienceEtonnante qui explique ce phénomène avec plus de détails : <https://www.youtube.com/watch?v=cTYvCpLRwao> .

Notes et Intervalles :

Un système d'accords est un système qui est utilisé pour déterminer à quelle hauteur jouer.

Il y a douze notes dans le système d'accords pythagoricien :



Image 1: Touches d'un piano avec leurs notes respectives

Les intervalles sont constitués de deux notes. Par exemple, l'intervalle de C (Do) à E (Mi) est appelé le troisième intervalle majeur. L'accord pythagoricien est basé sur le rapport **(1:2)** dans les intervalles appelés **octaves**, tels que C (Do) à C' (Do une octave au-dessus) et sur le rapport **(2:3)** dans les intervalles appelés les **quintes parfaites**, tels que C (Do) à G (Sol).

Les Pythagoriciens croyaient que seuls les accords de notes dont les fréquences étaient une fraction de petits nombres étaient agréables à entendre ensemble. C'est pourquoi ils ont choisi l'octave et la quinte parfaite comme base pour construire leurs compositions musicales.



Comment cela fonctionne-t-il ?

Selon l'accord pythagoricien, pour calculer les rapports au sein d'une gamme, nous devons travailler avec l'octave et la quinte parfaite.

Voyons quelques exemples : en commençant par C et en utilisant uniquement des notes majeures (les blanches):

1) **Ce que nous savons :** l'intervalle C à G a un rapport de (2:3) et celui de G à D' a aussi un rapport de (2:3)

Ce que nous cherchons : Trouver le rapport de l'intervalle de C à D'

Ce que nous faisons : nous multiplions les deux rapports.

En écriture mathématique : $\frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$

Donc, le rapport est de (4:9)

C	D	E	F	G	A	B	C'	D'	E'	F'	
2:				3							x2
				2:				3			x3
4:								9			

2) **Ce que nous savons :** l'intervalle de C à D' a un rapport de (4:9) et l'octave de D to D' a un rapport de (1:2)

Ce que nous cherchons : le rapport de l'intervalle de C à D

Ce que nous faisons : nous divisons le rapport (4:9) par (1:2)

En écriture mathématique : $\frac{9/4}{2/1} = \frac{9}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{9}{8}$

Donc, le rapport est de (8:9)

C	D	E	F	G	A	B	C'	D'	E'	F'	
4:								9:			x2
	1:							2			x9
8:	9										

TÂCHE

Cherche encore plus de rapports d'intervalles !¹

Trouve les autres éléments de la gamme majeure en commençant par C (Do).

Pour ce faire, remplis les tableaux suivants.

1) **Ce que nous savons** : le rapport de l'intervalle de C à D est de (8:9) et celui de D à A est de (2:3)

Ce que nous cherchons : le rapport de l'intervalle de C à A

Ce que nous faisons :

En écriture mathématique :

C	D	E	F	G	A	B	C'	D'	E'	F'	

8

2) **Ce que nous savons** : le rapport de l'intervalle de C à A est de (____:____) et celui de A à E' est de (2:3)

Ce que nous cherchons : le rapport de l'intervalle de C à E'

Ce que nous faisons :

En écriture mathématique :

C	D	E	F	G	A	B	C'	D'	E'	F'	

¹ Inspiré d'une video de Working iveshoot's sur YouTube : <https://www.youtube.com/watch?v=rTT1XHJJKug>

3) **Ce que nous savons** : le rapport de l'intervalle de C à E' est de (____:____) et celui de l'octave de E à E' est de (1:2)

Ce que nous cherchons : le rapport de l'intervalle de C à E

Ce que nous faisons :

En écriture mathématique :

C	D	E	F	G	A	B	C'	D'	E'	F'	

4) **Ce que nous savons** : le rapport de l'intervalle de C à E est de (____:____) et celui de E à B est de (2:3)

Ce que nous cherchons : le rapport de l'intervalle de C à B

Ce que nous faisons :

En écriture mathématique :

C	D	E	F	G	A	B	C'	D'	E'	F'	



5) **Ce que nous savons** : le rapport de l'intervalle de C à B est de (____:____) et celui de B à F' est de (2:3)

Ce que nous cherchons : le rapport de l'intervalle de C à F'

Ce que nous faisons :

En écriture mathématique :

C	D	E	F	G	A	B	C'	D'	E'	F'	

6) **Ce que nous savons** : le rapport de l'intervalle de C à F' est de (____:____) et celui de l'octave de F à F' est de (1:2)

Ce que nous cherchons : le rapport de l'intervalle de C à F

Ce que nous faisons :

En écriture mathématique :

C	D	E	F	G	A	B	C'	D'	E'	F'	

Tu peux maintenant donner tous les rapports des intervalles de C (Do) aux autres notes !

C	D	E	F	G	A	B	C'
1/1	9/8			3/2			2/1



POUR EN SAVOIR PLUS...

Vidéo sur la provenance des sons (anglais) :

https://www.youtube.com/watch?v=i_0DXxNeaQ0

Vidéo sur l'utilisation des mathématiques dans la musique (anglais) :

<https://www.youtube.com/watch?v=rTT1XHJJKug>

Les théories de Pythagore en musique, géométrie et mathématiques (anglais) :

http://www.historyofmusictheory.com/?page_id=20

“An Exploration of the Relationship between Mathematics and Music” de Saloni Shah, 2010 (anglais):

http://eprints.ma.man.ac.uk/1548/1/covered/MIMS_ep2010_103.pdf

Expérience avec les accords pythagoriciens (anglais) :

<https://www.youtube.com/watch?v=CKGsiGYzYxA>

Vidéo de C'est pas sorcier sur la provenance des sons (Français) :

<https://www.youtube.com/watch?v=llhJcfKNk3I>

Vidéo de ScienceEtonnante sur les mathématiques de la musique (Français) :

<https://www.youtube.com/watch?v=cTYvCpLRwao>

Vidéos de Meludia sur les intervalles (Français) :

<https://www.youtube.com/watch?v=68rYZdvToIE>

<https://www.youtube.com/watch?v=FBGYvupxcVA>