Erasmus+

PARTIE I : Arts visuels & mathématiques

ÂGE: 16-18 ans

OUTIL 12: SPIRALE DE FIBONACCI ET ARTS VISUELS

Sandgärdskolan

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

Guide de l'éducateur

Titre : Spirale de Fibonacci et arts visuels

Âge : 16-18 ans

Durée : 2 heures

Concepts mathématiques : Suite de Fibonacci

Concepts artistiques : Ligne de beauté

Objectifs Généraux : Cet outil vous permettra d'en apprendre davantage sur la suite de Fibonacci. Il vous montrera comment elle peut être vue dans la nature et ainsi être reproduite dans les arts.

Ressources : Cet outil fournit des images et des vidéos que vous pouvez utiliser dans votre classe. Les thèmes abordés dans ces ressources vous aideront à trouver d'autres outils pour personnaliser et nuancer votre leçon.

Conseils pour l'éducateur : L'apprentissage par la pratique est très efficace, en particulier avec les apprenants ayant des troubles de l'apprentissage. Offrir une expérience pratique permet de la rendre plus agréable et encourage la créativité.

Résultats et Compétences ciblés : Les méthodes et activités proposées aideront vos élèves à appréhender la suite de Fibonacci. Elle introduira le sujet de manière plus pratique et leur donnera l'occasion de placer les concepts mathématiques appris dans des applications réelles ainsi que dans des applications artistiques.

Compte-rendu et évaluation:

Écrivez 3 aspects que vous avez appréciés dans cette activité :	1. 2. 3.
Écrivez 2 éléments que vous avez appris :	1. 2.
Écrivez 1 aspect à améliorer	1.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Introduction

Regarde les vidéos suivantes :

https://www.youtube.com/watch?v=kgY1o6606JQ

https://www.youtube.com/watch?v=7rAGA9iq6Oc&t=15s

"Les neuf chiffres indiens sont : 9 8 7 6 5 4 3 2 1 et avec ces neuf chiffres, et avec le caractère 0 ... tous les nombres peuvent être écrits."

C'est par ces mots que Leonardo Fibonacci commence son livre Liber Abaci, en 1202. C'est le premier livre qui introduit les chiffres arabes en Europe ! Le père de Fibonacci était un commerçant qui a vécu pendant un certain temps avec sa famille en Afrique du Nord. C'est là que Fibonacci a commencé à s'intéresser aux mathématiques. Il a appris à utiliser les chiffres arabes, qui sont la base des chiffres que nous utilisons aujourd'hui. Ils étaient beaucoup plus faciles à utiliser que les chiffres romains que nous utilisions encore en Europe. Fibonacci a travaillé à Pise au XIIIe siècle et est considéré comme l'un des plus importants mathématiciens.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

La Suite de Fibonacci

La Suite nommée après Fibonacci provient à l'origine du problème suivant :
Au début d'une année, dans une cage, il y a un couple de lapins nouveau-nés (un mâle et une femelle). Un couple de lapins peut avoir des bébés au bout de deux mois et donner naissance à une lapine et un lapin mâle à un intervalle d'un mois, qui continuent tous à se multiplier de la même manière que ci-dessus. Combien y a-t-il de couples de lapins après un an, juste après la naissance des derniers couples de lapins ?

Au début du premier mois, il y a M (1) = 1 paire de lapins. Comme il a fallu un mois avant qu'ils puissent se reproduire, il y a aussi 2 M (2) = 1 paire de lapins au début du mois. Au troisième mois, le couple de lapins aura une nouvelle paire de lapins, M (3) = 2 paires de lapins. Le mois suivant, le couple de lapins initial aura une nouvelle paire de lapins, tandis que l'autre couple de lapins n'aura rien ce mois-ci, M (4) = 3 paires de lapins. Les cinq mois où les deux premiers couples de lapins donnent naissance à de nouveaux couples de lapins, d'où M (5) = 5 couples de lapins, M (6) = 8 couples de lapins, M (7) = 13 couples de lapins et ainsi de suite.

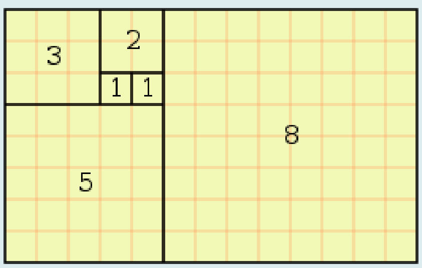
Dans la suite, on obtient le chiffre suivant en ajoutant les deux chiffres précédents, 3 + 5 = 8,
5 + 8 = 13...
Dans la nature, on trouve les nombres de Fibonacci dans différents contextes. En regardant une pomme de pin ou un épicéa depuis la base (le point d'attache), les écailles du cône forment des spirales dans le sens des aiguilles d'une montre et dans le sens inverse. Si le cône n'est pas cassé, le nombre de spirales dans le cône est égal aux nombres de Fibonacci 5, 8 ou 13.

Les graines d'un tournesol forment des spirales dans le sens des aiguilles d'une montre et dans le sens inverse et le nombre de spirales peut être égal aux nombres de Fibonacci 34, 55, 89, 144 et même 233.

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Image 1: Tournesol https://www.needpix.com/photo/420789/sunflower-seeds-center-nature-sun-summer-grow-garden-yellow

Si on dessine la suite sous forme de carrés, on peut dessiner la spirale de Fibonacci, cette spirale se trouve aussi dans la nature !



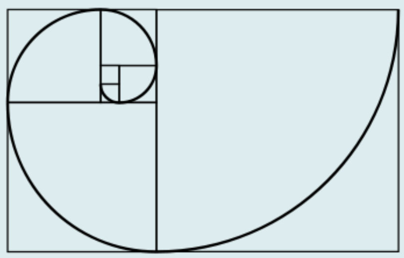


Image 2 Les blocs de Fibonacci https://commons.wikimedia.org/wiki/File:FibonacciBlocks.svg

Picture 3 La spirale de Fibonacci https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fibonacci_spiral_13.svg

Par exemple, dans les coquilles en spirale et dans les galaxies !

Image 4 https://en.wikipedia.org/wiki/File:NautilusCutawayLogarithmicSpiral.jpg

Image 5 https://www.flickr.com/photos/gsfc/14172908657

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

Les mathématiques dans la Suite de Fibonacci

La suite de Fibonacci est un exemple de suite récursive. Une suite récursive est une suite de nombres où chaque nombre peut être calculé en utilisant un ou plusieurs des nombres précédents. Si F_n est le $n^{ième}$ chiffre de Fibonacci, nous avons :

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Nous avons également deux valeurs de depart :

$$F_1=1 \text{ et } F_2=1$$

Il existe une autre suite appelée la Suite de Lucas, qui est définie par la même formule de récursion que la Suite de Fibonacci,

$$L_{n+2} = L_{n+1} + L_n$$

Mais les valeurs initiales de la Suite de Lucas diffèrent de celles de la Suite de Fibonacci, elles ressemblent à ceci :

$$L_1=1 \text{ et } L_2=3$$

Ainsi, les premiers chiffres de la Suite de Lucas sont : 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29…

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

TÂCHES

TÂCHE 1

Relis Le problème des lapins

1. Combien de paires de lapins y a-t-il au début du septième mois ? (M=7)

2. Combien de paires de lapins y a-t-il au bout d'un an, juste après la naissance des premières paires de lapins ? (M=12)

3. Calcule M(25), lorsque M(21) = 10946 et M(23) = 28657

TÂCHE 2

Le problème des escaliers

Tu peux monter une volée d'escaliers où tu dois monter la première marche (étape 1), mais de là, tu peux choisir de monter une ou deux marches à la fois. La marche suivante te mènera donc à la deuxième ou à la troisième marche de l'escalier.

De combien de façons différentes peut-on monter l'escalier, si le nombre de marches est :

a) 3, b) 4, c) 10, d) 20?

Tu peux résoudre le problème de l'escalier en utilisant, par exemple, Python ou Java. Pour 20 étapes, c'est presque nécessaire …

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.

POUR EN SAVOIR PLUS…

Une explication supplémentaire sur la Suite de Fibonacci et le nombre d'or (anglais).

https://www.mathsisfun.com/numbers/fibonacci-sequence.html

Wikipédia sur la Suite de Fibonacci.

https://fr.wikipedia.org/wiki/Suite_de_Fibonacci

Coder le problème des escaliers (anglais).

https://www.dailycodingproblem.com/blog/staircase-problem/

Coder le problème des escaliers (anglais).

https://www.geeksforgeeks.org/count-ways-reach-nth-stair/

Réponses correctes :

M(7)=13 paires de lapins

M(12)=144 paires de lapins

M(25)= 75025 (puisque M(22)=17711 et M(24)=46368)

a) De 2 façons (1-1-1, 1-1-2) b) de 3 façons (1-1-1-1, 1-2-1, 1-1-2) c) de 55 façons d) de 6765 façons !

Ce projet a été financé grâce au soutien de la Commission Européenne. Cette publication reflète les opinions de son auteur, et la Commission ne pourrait être tenue responsable de l'utilisation faite de l'information contenue dans ce document.