

PARTIE I : Arts visuels et mathématiques

ÂGE : 16 –18 ans



“Cobblestone Floor”
(Source: Photo by Magda Ehlers from Pexels)

OUTIL 10 : MOTIFS DANS LES PAVÉS PORTUGAIS

SPEL – Sociedade Promotora de Estabelecimentos de Ensino



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

Guide de l'éducateur

Titre : Motifs dans les pavés portugais

Âge : 16 –18 ans

Durée : 2 heures

Concepts mathématiques : Isométries et motifs

Concepts artistiques : Pavés et motifs portugais

Objectifs généraux : Identifier les différents types de symétrie et de motifs

Instructions et Méthodologies : En plus de l'explication des concepts théoriques, il est important d'utiliser des vidéos et des symétries élaborées avec Geogebra pour une meilleure compréhension des contenus

Ressources : Ordinateur avec une connexion internet ; Accès au site web:

<https://www.geogebra.org/m/KGWhcAqc>

Conseils pour l'éducateur : Commencez par expliquer les concepts théoriques et, si possible, utilisez des images et des vidéos pour une explication efficace.

Démontrez/élaborez quelques symétries et/ou modèles avec Geogebra pour une meilleure compréhension du contenu et pour permettre aux étudiants de résoudre les exercices par eux-mêmes.

Résultats et Compétences ciblés :

À la fin de cet outil, l'élève pourra :

- Identifier et appliquer plusieurs types de symétries ;
- Identifier et élaborer plusieurs types de motifs

Compte-rendu et Évaluation :

Écrivez 3 aspects que vous avez appréciés dans cette activité :	1. 2. 3.
Écrivez 2 choses que vous avez apprises	1. 2.
Écrivez 1 aspect à améliorer	1.

Introduction

De nombreux trottoirs publics et privés des villes portugaises sont recouverts d'une couche de petites pierres, généralement du calcaire noir et blanc de forme irrégulière, formant des motifs décoratifs ou des mosaïques par contraste de couleurs. Ce type de revêtement est appelé "pavé portugais".

Sans le vouloir, on marche sur les mathématiques, car dans ce type de pavage, on peut facilement trouver des symétries, des réflexions, des rotations et des translations. Les mathématiciens appellent à la répétition de dessins, dans une ou plusieurs directions, des frises ou des motifs de papier peint, respectivement. Dans les trottoirs portugais, on trouve des exemples de rosettes et de figures plates dans lesquelles le nombre de symétries est limité (rotations ou réflexions). En outre, il existe un point fixe dans le plan pour toutes les symétries de la figure.

Il n'existe que 7 types de frises et 17 types de motifs différents. À Lisbonne, probablement la ville où le pavé portugais a vu le jour, il est possible de trouver les 7 frises et 12 des 17 motifs. Aux Açores, il y a deux villes dans lesquelles les 7 types de frises sont identifiés, qui sont Ponta Delgada et Angra do Heroísmo, qui a obtenu la désignation de "Ville des sept frises".

Motifs dans le pavé portugais



Fig. 1 – Pavé portugais

(Source: Photo de Silas Camargo Silão sur Pixabay.

[https://pixabay.com/pt/photos/cal%C3%A7ada-piso-ch%C3%A3o-pedra-1842527/\(11/07/2019\)\)](https://pixabay.com/pt/photos/cal%C3%A7ada-piso-ch%C3%A3o-pedra-1842527/(11/07/2019)))

4

Dans de nombreuses villes portugaises, les rues et les trottoirs sont encore recouverts d'une couche de petites pierres, généralement du calcaire noir et blanc de forme irrégulière, formant des motifs décoratifs ou des mosaïques par contraste de couleurs. Ce type de revêtement est appelé "pavé portugais".

Ce type de pavés a pu apparaître au Portugal vers 1500, mais les pavés portugais, c'est-à-dire les pavés décoratifs tels que nous les connaissons aujourd'hui, ne sont peut-être apparus qu'au milieu du XIXe siècle.

À cette époque, le lieutenant-général et ingénieur Eusébio Furtado a dirigé la construction du pavement du quartier militaire du bataillon de chasseurs n° 5, dans le château de Saint Jorge, en faisant appel au travail des prisonniers de la prison de Limoeiro. C'est ainsi qu'est apparu le premier étage décoratif, qui présentait un zigzag de grand impact visuel.

Après le succès de ce pavage, tout le quartier de la Praça do Rossio (près de 9000 m²) a été transformé avec le pavé portugais, suivi par de nombreux autres à Lisbonne. Après quelques années, d'autres villes portugaises ont transformé leurs trottoirs en pavés portugais, suivies par d'autres pays lusophones et, plus tard, par d'autres pays.

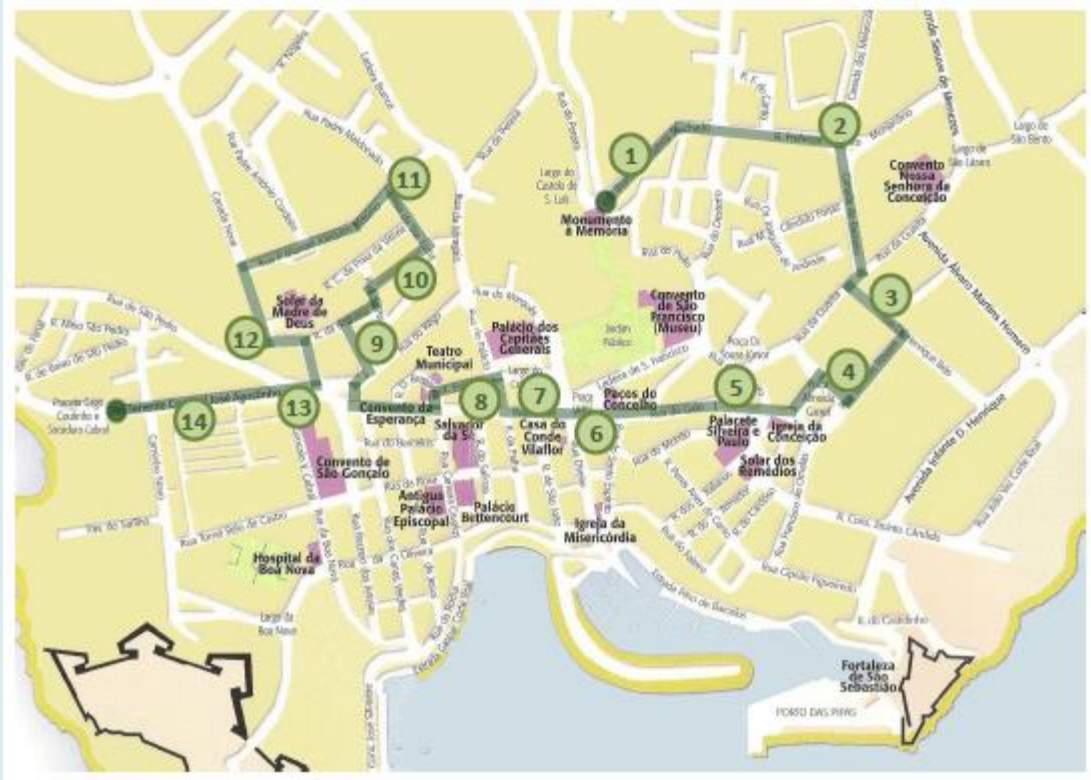


Fig. 2 – Visite des frises de la ville d'Angra do Heroísmo

(Source: Teixeira, R. C. (2013). Roteiro de Frisos da Cidade de Angra do Heroísmo. <https://www.mat.uc.pt/mpt2013/files/Roteiro-de-frisos-Angra.pdf> (11.07.2019))

Les ouvriers spécialisés dans la pose de ce type de pavés sont appelés maîtres artisans et, dans leur travail, il est courant de trouver des thèmes comme le "Mar Largo" (large mer), utilisé dans la Praça do Rossio et dans le pavé de Copacabana, ainsi que des dauphins, des caravelles, des fleurs, etc.

Le trottoir portugais est très riche en concepts mathématiques comme les symétries, les réflexions, les rotations et les translations. Il est fréquent de trouver des rosettes, des frises et des motifs dans ces trottoirs.

Glossaire

Pavé portugais : pavage qui résulte du revêtement de pierres, généralement, avec du calcaire noir et blanc de forme irrégulière, formant des motifs décoratifs ou des mosaïques par contraste de couleurs.

Calcaire : type de roche sédimentaire.

“Mar largo” (Grande mer) : motif imitant le rythme des marées et des vagues.

Les maths dans les motifs des pavés portugais

Le trottoir portugais est riche en rosettes, motifs et frises. Avant d'aborder ces concepts, il est donc nécessaire de faire un petit bilan concernant les isométries.

Une **isométrie** est une transformation géométrique qui préserve les distances entre les points, ce qui signifie que la figure initiale et sa transformation sont congruentes.

Les seules isométries du plan sont **les translations, les rotations, les réflexions et les réflexions glissées**.

Lorsque, par une isométrie différente de l'identité, l'image d'une figure correspond à la figure originale, alors cette figure a une symétrie. Il y a une symétrie pour chacune des quatre isométries.

Types de symétrie :

Une forme plane peut avoir :

- **Symétrie de réflexion**, s'il existe une réflexion qui la rend invariante ;
- **Symétrie de rotation**, s'il y a une rotation qui la rend invariante ;
- **Symétrie de translation**, s'il existe une translation qui la rend invariante ;
- **Symétrie de réflexion glissée**, s'il existe une réflexion qui la rend invariante.

Maintenant, nos études porteront sur les **frises**.

Une frise est une figure plane qui présente une infinité de symétries de translation. Tous les vecteurs associés à ces translations ont la même direction et sont des multiples entiers d'un vecteur déterminé non nul \vec{u} .

Note : Les symétries restantes d'une frise peuvent être les rotations d'un angle de 180° (demi-tour), les réflexions ou les réflexions glissées par rapport à une ligne parallèle à \vec{u} .

Il n'existe que sept façons distinctes de répéter un motif sur une frise, en recourant aux quatre types de symétrie (symétrie de translation, symétrie de rotation [d'un angle de 180°], symétrie de réflexion et symétrie de réflexion de glissement).

L'identification du groupe auquel appartient la frise peut se faire par le biais de quelques questions. La figure 3 montre un algorithme utilisé pour déterminer le groupe de symétrie des frises concernant les 7 groupes de frises.

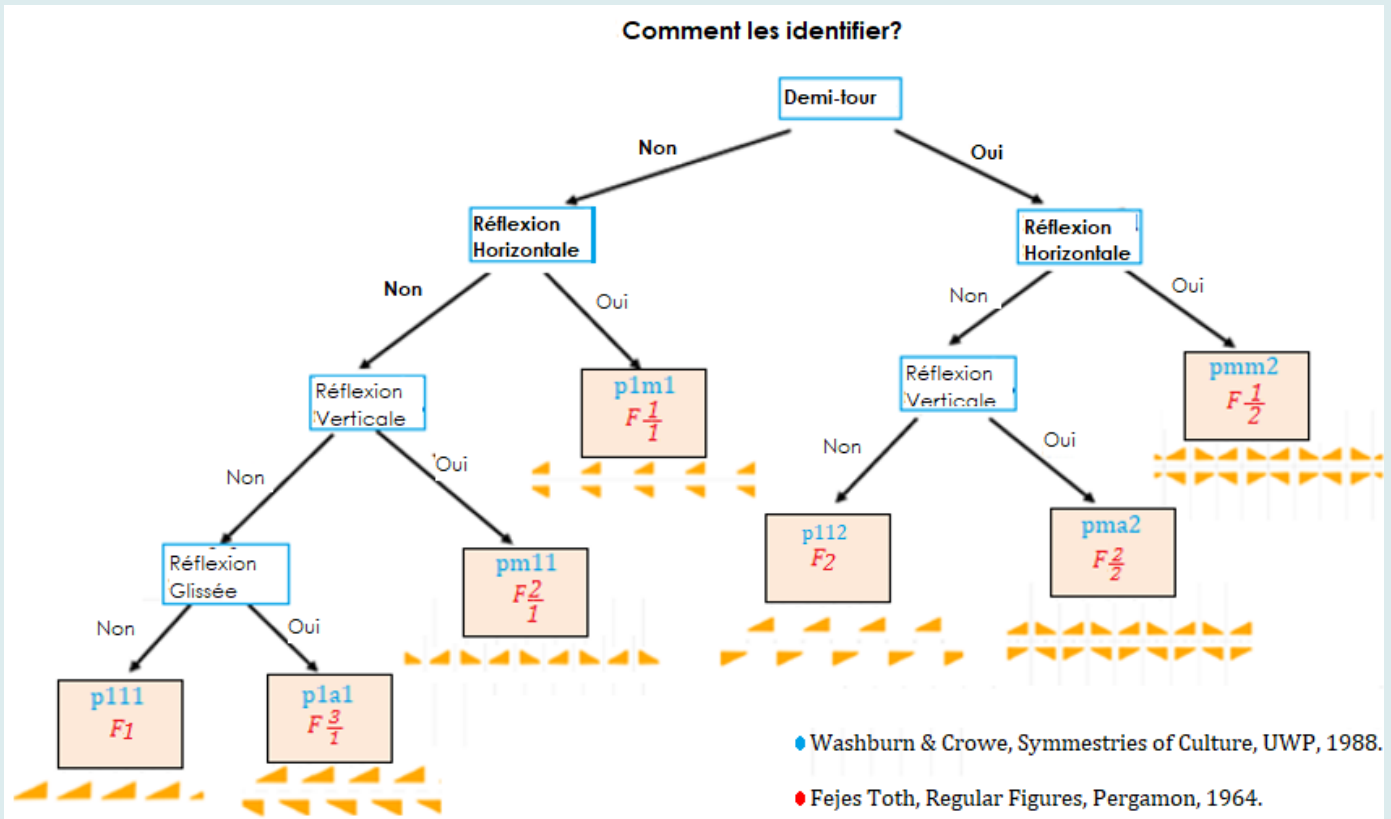


Fig. 3 – Les sept types de frises
 (Source: Teixeira, R. C. (2013). Os sete grupos de frisos.
http://sites.uac.pt/rteixeira/files/2013/07/Fluxograma_Frisos_final.pdf (11.07.2019))

Découvrez un exemple de chacun des 7 groupes présents sur les trottoirs de la ville d'Angra do Heroísmo:

1. Frise uniquement avec translation:



Frieze
p111
F₁

Fig. 4 – Frise sur le trottoir près du Largo do Colégio

(Source: Teixeira, R. C. (2014, July 14). Os sete tipos de frisos em calçada de Angra do Heroísmo. <https://cienciapatodos.webnode.pt/news/os-sete-tipos-de-frisos-em-cal%C3%A7ada-de-angra-do-heroismo/> (11/07/2019))

2. Frise avec réflexion glissée et translation:



Frieze
p1a1
F₁³₁

Fig. 5 – Frise dans la Rua da Queimada

(Source: Teixeira, R. C. (2013). Roteiro de Frisos da Cidade de Angra do Heroísmo. <https://www.mat.uc.pt/mpt2013/files/Roteiro-de-frisos-Angra.pdf> (11.07.2019))

3. Frise avec réflexions verticales et translation:

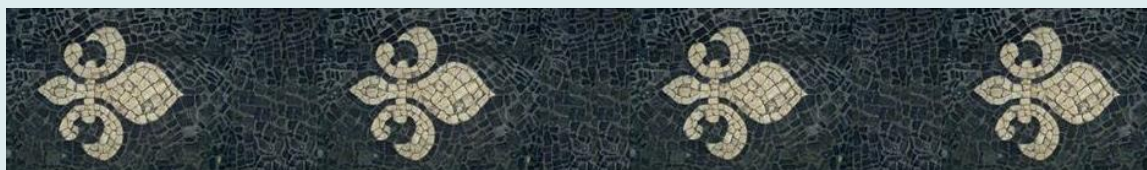


Frieze
pm11
F₁²

Fig. 6 – Frise dans la Rua de Cima de Santa Luzia

(Source: Teixeira, R. C. (2013). Roteiro de Frisos da Cidade de Angra do Heroísmo. <https://www.mat.uc.pt/mpt2013/files/Roteiro-de-frisos-Angra.pdf> (11.07.2019))

4. Frise avec réflexions horizontales et translation:



Frieze
p1m1
F₁¹

Fig. 7 – Frise sur le trottoir près du Largo do Colégio

(Source: Teixeira, R. C. (2014, July 14). Os sete tipos de frisos em calçada de Angra do Heroísmo. <https://cienciapatodos.webnode.pt/news/os-sete-tipos-de-frisos-em-cal%C3%A7ada-de-angra-do-heroismo/> (11/07/2019))

5. Frise avec une rotation de 180° (demi-tour) et une translation:



Frieze
p112
F₂

Fig. 8 – Frise dans la Rua de São João

(Source: Teixeira, R. C. (2013). Roteiro de Frisos da Cidade de Angra do Heroísmo. <https://www.mat.uc.pt/mpt2013/files/Roteiro-de-frisos-Angra.pdf> (11.07.2019))

6. Frise avec une rotation de 180° (demi-tour), une réflexion verticale, une réflexion glissée et une translation:



Frieze
pma2
F₂²

Fig. 9 – Frise dans l'Avenida Tenente Coronel José Agostinho

(Source: Teixeira, R. C. (2013). Roteiro de Frisos da Cidade de Angra do Heroísmo. <https://www.mat.uc.pt/mpt2013/files/Roteiro-de-frisos-Angra.pdf> (11.07.2019))

7. Frise avec une rotation de 180° (demi-tour), une réflexion verticale, une réflexion horizontale et une translation:



Frieze
pmm2
F₂¹

Fig. 10 – Frise dans la Rua da Conceição

(Source: Teixeira, R. C. (2014, July 14). Os sete tipos de frisos em calçada de Angra do Heroísmo. <https://cienciapartodos.webnode.pt/news/os-sete-tipos-de-frisos-em-cal%C3%A7ada-de-angra-do-heroismo/> (11/07/2019))

Ces contenus ont permis de comprendre pourquoi Angra do Heroísmo est appelée la "Ville des sept frises". Cette reconnaissance valorise son patrimoine au niveau des pavages et permet de stimuler le tourisme mathématique.

TÂCHES

TÂCHE 1

Dans l'image ci-dessous, une frise est représentée.

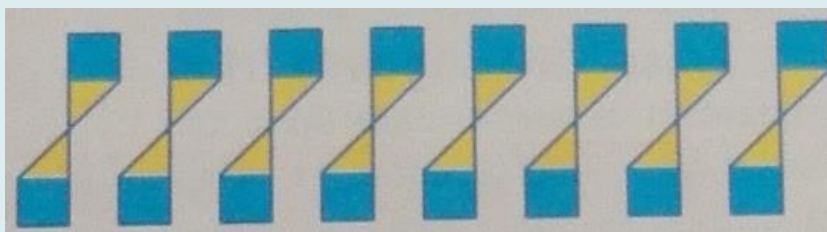


Fig. 11 – Frise

(Source: Costa, B., & Rodrigues, E. (2015). Novo espaço 10: matemática A, 10º ano. Porto: Porto Editora)

1.1. Identifier l'isométrie qui s'applique au motif I afin d'obtenir le motif II.



Fig. 12 – Motifs de la frise

(Source: Costa, B., & Rodrigues, E. (2015). Novo espaço 10: matemática A, 10º ano. Porto: Porto Editora)

1.2. Lequel des vecteurs représentés dans la figure ci-dessous correspond aux translations qui rendent la frise invariante ?

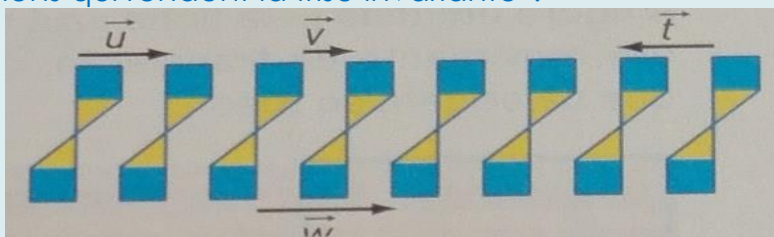


Fig. 13 – Frise

(Source: Costa, B., & Rodrigues, E. (2015). Novo espaço 10: matemática A, 10º ano. Porto: Porto Editora)

TÂCHE 2

Identifie les symétries qui sont présentes dans chacune des frises suivantes:

2.1.

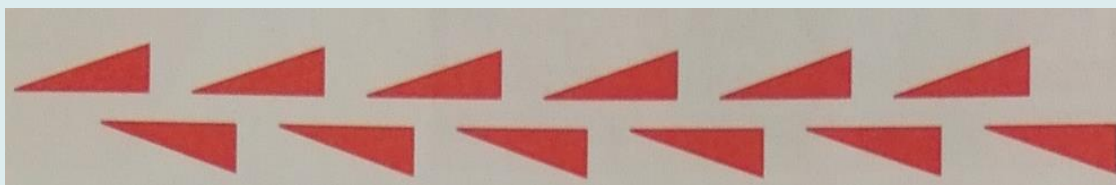


Fig. 14 – Frise

(Source: Costa, B., & Rodrigues, E. (2015). Novo espaço 10: matemática A, 10º ano. Porto: Porto Editora)

2.2.

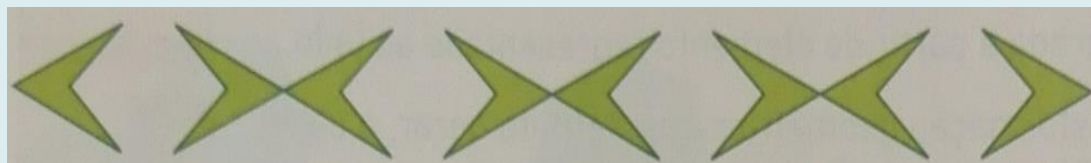


Fig. 15 – Frise

(Source: Costa, B., & Rodrigues, E. (2015). Novo espaço 10: matemática A, 10º ano. Porto: Porto Editora)

2.3.



Fig. 16 – Frise dans la Rua Dr. Henrique Braz

(Source: Teixeira, R. C. (2013). Roteiro de Frisos da Cidade de Angra do Heroísmo. Retrieved from: <https://www.mat.uc.pt/mpt2013/files/Roteiro-de-frisos-Angra.pdf> (11.07.2019))

TÂCHE 3

Utilise le motif ci-dessous pour élaborer une frise qui a la symétrie d'une réflexion horizontale.

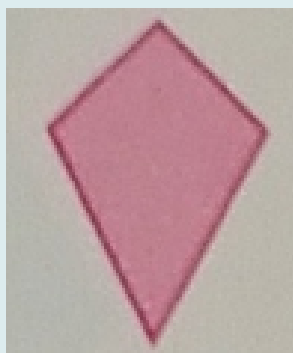


Fig. 17 – Motif d'une frise

(Source: Costa, B., & Rodrigues, E. (2015). Novo espaço 10: matemática A, 10º ano. Porto: Porto Editora)

TÂCHE 4

Identifie les isométries qui rendent la frise invariante pour chacune des quatre frises qui sont représentées ci-dessous.

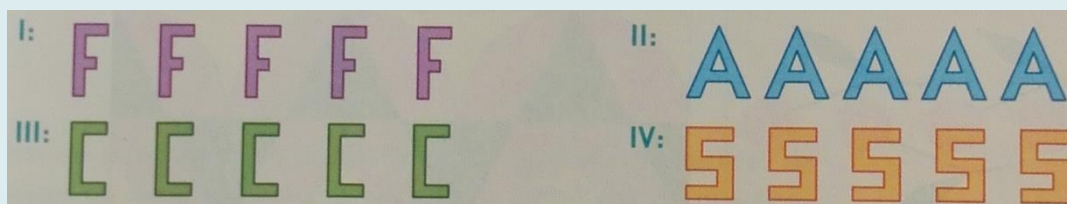


Fig. 18 – Frises

(Source: Costa, B., & Rodrigues, E. (2015). Novo espaço 10: matemática A, 10º ano. Porto: Porto Editora)

POUR EN SAVOIR PLUS...

Les origines du pavé portugais et ses premiers exemplaires (anglais)

<https://getlisbon.com/discovering/origins-of-the-portuguese-pavement/>

Transformations, Congruence et Similarité (anglais)

<https://www.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-transformations-congruence>

Motifs de frises (anglais)

https://www.youtube.com/watch?list=PLkTaxm2IKUGgphZsrNr3PQTRsf7t7Gm_k&v=2bAbueWC0Q8 et <https://www.youtube.com/watch?v=524gLKdaMZM>

Les mathématiques des frises expliquées (anglais)

http://www.mathematicsinthemaking.eu/fileadmin/media/Output/Material_for_activities/14_12_08The_mathematics_of_friezes_explained_logos.pdf

13

Explorez les symétries avec GeCla - Programme générateur et classificateur (anglais)

http://www.atractor.pt/mat/GeCla/index_en.html

Explorez les isométries et les motifs avec Geogebra

<https://www.geogebra.org/classic>