

DEL I: Litteratur & Matematik

ÅLDER: 13-15



UPPGIFT 55: FARBROR PETROS OCH GOLDBACHS HYPOTES

C.I.P. Citizens in Power



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

Lärarguide

Titel: Farbror Petros och Goldbachs hypotes

Ålder: 13-15

Längd: 1.5 timme

Matematikinnehåll: Talteori. Jämna tal. Primaltal

Konstinnehåll: Romaner

Allmänna mål: I denna uppgift möter eleverna en ung huvudperson som har en stor matematiker som livsförebild

Instruktioner: Det är bra att följa strukturen för den här uppgiften eftersom den börjar med lite enkel bakgrundsinformation om kopplingen mellan läskunnighet och matematik i allmänhet, samtidigt som man får mer detaljer successivt. En biografi om författaren och en översikt över boken ges innan man får utdrag ur boken. Sedan ges ett enkelt exempel baserat på hypotesen, en uppgiftsdelen där eleverna kan använda pyramiden och sedan mer krävande matematiska uppgifter.

Resurser: I uppgiften finns bilder, länkar och en ordlista.

Tips till läraren: Uppmuntra eleverna att läsa hela boken och ge respons på den, diskutera den eller till och med presentera den. Eleverna bör känna till primaltal innan de utför någon av de uppgifter som presenteras för att bättre förstå logiken bakom Goldbachs hypotes.

Mål: Efter uppgiften skall eleverna:

- Känna till Goldbachs hypotes
- Öva på primaltal i meningsfulla uppgifter.

Utvärdering:

Skriv 3 saker som du tyckte om med denna aktivitet:	1. 2. 3.
Skriv 2 saker som du lärt dig	1. 2.
Skriv 1 sak som kan förbättras	1.

Inledning

Cohen (2013) hävdar "Att studera matematikrelaterad fiktion och poesi hjälper eleverna att utveckla en uppskattning för både matematik och litteratur och en förståelse av kopplingen mellan de två". Det finns många studier från forskare som Growney (2008, 2009), Bahls (2009), Glaz och Liang (2009), Glaz (2010, 2011) och Ivy (2004, 2009) som förklarar hur matematik kan kombineras med litteratur i klassrummet. Generellt när man kopplar matematik till konst, såsom kinematografi, drama och språk, har man sett detta som en bra strategi för att undervisa om matematik av flera skäl. Forskning har visat att en miljö som är mindre stressande och psykologiskt säker ökar elevernas inspiration och resultat (Jensen, 1998). När elever är oroliga, minskar prestationen eftersom de får en nervös och oroande känsla som distraherar dem från de faktiska matematiska uppgifterna (Covington 1999). Dessa elever kan missa mycket av den information de är avsedda att lära sig eftersom deras fokus försvinner och de blir rädda för matematik istället för att lära sig (Siegel 1999). Att använda litteratur effektivt med matematik kan bidra till att minska ångesten som "mattefobiker" känner (Zambo, 2005).

Det finns många böcker på flera språk som är kopplade till matematik. Några av de mest kända är: 'The Devotion of suspect X' av Keigo Higashino (1958), 'The calculus wars' av Jason Socrates Bardi (2006), 'Logicomix' av Apostolos Doxiades (2009), 'Mathematical Mysteries: The Beauty and Magic of Numbers' av Calvin Clawson (1999), 'The Housekeeper and the professor' av Yoko Ogawa (2009) en bästsäljande japansk roman som också översattes till engelska samt den som valts för denna uppgift "Uncle Petros and the Goldbach's Conjecture".

Romanen "Uncle Petros and the Goldbach's Conjecture" av Apostolos Doxiades (på grekiska 1992 och på engelska 2000), ger matematiska problem och lite modern matematikhistoria. Det är en berättelse om en stor matematiker, inte matematik i sig. Det huvudsakliga syftet är att få eleverna att lära sig matematiska begrepp genom

denna bok, inte att fördjupa sina kunskaper om primtal. Farbror Petros är en förebild för den unge huvudpersonen.

Biografi över författaren

Doxiadis föddes i Australien, där hans far, arkitekten Constantinos Apostolou Doxiadis arbetade. Strax efter hans födelse återvände familjen till Aten, där Doxiadis växte upp. Även om hans tidigaste intressen var poesi, fiktion och teater, ledde ett intensivt intresse för matematik Doxiadis att lämna skolan vid femton års ålder för att studera vid Columbia University i New York, där han fick en kandidatexamen i matematik i maj 1972. Han studerade sedan på École Pratique des Hautes Études i Paris från vilken han fick en magisterexamen, med en avhandling om nervsystemets matematiska modellering. Hans fars död och familjeskäl fick honom att återvända till Grekland 1975 och avbryta sin forskarutbildning. I Grekland återvände Doxiadis till sin barndoms- och tonårskarlek för teater och bio och blev heltidsförfattare.



Bild 1: Hämtad från:
<https://www.google.com/search?q=%CE%B1%CF%80%CF%8C%CF%83%CF%84%CE%BF%CE%BB%CE%BF%CF%82+%CE%B4%CE%BF%CE%BE%CE%B9%CE%AC%CE%B4%CE%B7%CF%82&sxsrf=ALeKk03jw7OzJBUw-O1S5Y616PTWnlUzA:1588591134851&source=lnms&tbm=isch&sa=X>

"Uncle Petros and the Goldbach's Conjecture" var den första vinnaren av Premio Peano, den första internationella utmärkelsen för böcker inspirerad av matematik och listades för Prix Médicis. "Logicomix" har vunnit flera utmärkelser, bland dem Bertrand Russell Society Award, Royal Booksellers Association Award (Nederländerna), New Atlantic Booksellers Award (USA), Prix Tangente (Frankrike), Premio Carlo Boscarato (Italien), Comicdom Pris (Grekland). Det utsågs till "Årets bok" av TIME Magazine, Publishers Weekly, The Washington Post, The Financial Times, The Globe and Mail och andra publikationer.

Taget från: https://en.wikipedia.org/wiki/Apostolos_Doxiadis

Sammanfattning av boken 'Uncle Petros and the Goldbach's Conjecture'

Boken berättas genom ögonen på ett barn vars farbror är en begåvad grekisk matematiker som heter Petros Papachristos. Han ägnade sitt liv åt att bevisa Goldbachs hypotes. Farbror Petros är en fiktiv karaktär men ett antal verkliga matematiker förekommer i boken, så som Constantin Carathéodory, G. H. Hardy, J. E. Littlewood, Srinivasa Ramanujan och Kurt Gödel.

'Denna hängivenhet till en vild dröm är det som gör farbror Petros till en tilltalande och tragisk figur. Det är också det som gör honom till matematiker.' *Mathematical Association of America, Volume 47, No.10, p.1275.*

Farbror Petros är ett rent mysterium. De äldste i Papachristou-familjen avfärdar honom som en "misslyckare". Hans brorson (berättaren) upptäcker att han en gång var en berömd matematiker som ägnat sitt liv åt den legendariska "Goldbach-hypotesen", ett problem som flera generationer av matematiker förgäves har försökt lösa. Denna upptäckt kommer att leda till en serie reaktioner. När Petros berättar om sitt eget livsverk bildas ett band mellan farbror och brorson och bägge två dras djupare in i matematisk besatthet och det äventyrar såväl farbroderns som brorsonens förnuft.

Utdrag från 'Uncle Petros and Goldbach's Conjecture'¹

Även om farbror Petros förblev uttryckslös såg jag en liten skakning i hans hand.

"Vem har pratat med dig om Goldbachs hypotes?" frågade han tyst.

"Min far," mumlade jag.

¹ Boken finns inte översatt till svenska. Detta utdrag är översatt från engelska till svenska av projektkonsortiet.

Och vad sa han exakt? "

"Att du försökte bevisa den."

"Bara det?"

"Och att du inte lyckades."

Hans hand blev stadig igen. "Inget annat?"

"Inget annat."

"Hm," sa han. "Anta att vi kommer överens om en sak?"

"Vad då?"

Engelska texten hämtad från: <https://www.maa.org/press/maa-reviews/uncle-petros-and-goldbachs-conjecture>

Ordlista

Binär: Talsystemet som använder 2 som bas.

Goldbach's hypotes är ett av de äldsta och mest kända olösta problemen inom talteori och all matematik. Det lyder:

"Varje jämnt heltal större än 2 kan uttryckas som summan av två primtal

Det har visat sig att antagandet innehöll alla heltal som är mindre än 4×10^{18} men förblir obevisat trots betydande ansträngningar.

Hämtat från: https://en.wikipedia.org/wiki/Goldbach%27s_conjecture

Matematiken bakom Farbror Petros och Goldbachs

hypotes

Jämna tal: samtliga heltal som kan delas jämnt med 2.

Exempelvis: 2, 4, 6, 8

Primtal: ett heltal, större än 1, som enbart kan delas med sig självt och 1.

Exempelvis: 2, 3, 5, 7, 11

Goldbach-hypotesen är fortfarande inte bevisad och säger i princip att varje jämnt heltal som är större än två är summan av två primtal. Antagandet har testats upp till 400.000.000.000.000. Observera att många jämna nummer har ett eller flera möjliga sätt att skriva dem som summan av två primtal.

Exempel:

$$4 = 2 + 2$$

$$6 = 3 + 3$$

$$8 = 3 + 5$$

$$10 = 3 + 7 = 5 + 5$$

$$12 = 5 + 7$$

$$14 = 3 + 11 = 7 + 7$$

...

Goldbachs hypotes är ett av de äldsta olösta problemen i talteorin och i hela matematiken.

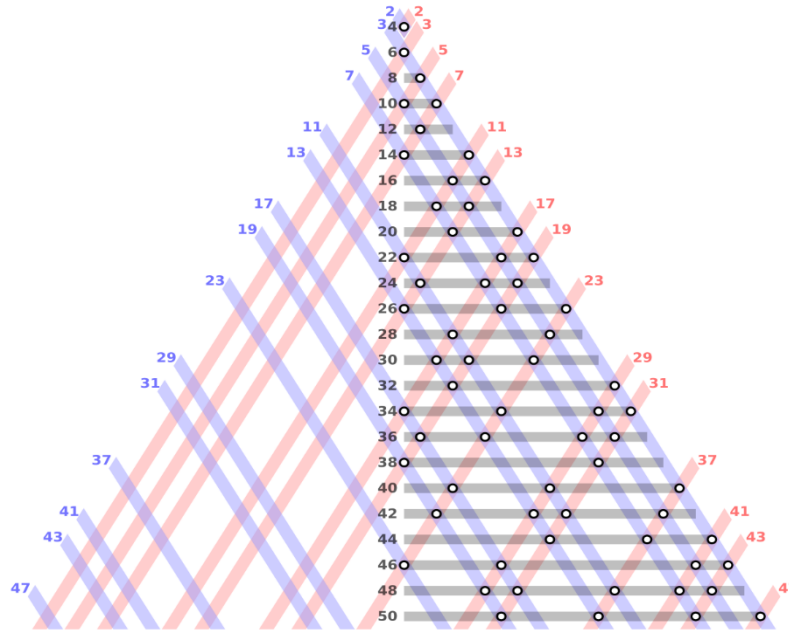


Bild 2: Goldbachs hypotes. Ändarna representerar primtal som möts vid respektive summa.
 (Hämtad från: <https://towardsdatascience.com/prime-numbers-and-goldbach-s-conjecture-visualization-60d1993a1424>)

Ursprung

1742 skrev den preussiska matematikern Christian Goldbach ett brev till Leonhard Euler där han föreslog följande antaganden:

“Varje heltal större än 2 kan skrivas som summan av tre primtal.”

Han ansåg 1 vara ett primtal, något som sedan övergavs. Så idag skulle Goldbachs ursprungliga antagande skrivas:

“Varje heltal större än 5 kan skrivas som summan av tre primtal.”

Euler, som blev intresserad av problemet, påminde Goldbach om en tidigare konversation de hade där Goldbach påpekade sitt ursprungliga antagande:

“Varje jämnt tal som är större än 2 kan skrivas som summan av två primtal”,

och lade till att han betraktade detta som ett helt säkert teorem ("ein ganz gewisses Theorema"), trots att han inte kunde bevisa det.

Det första antagandet är idag känd som den "trefaldiga" Goldbach-hypotesen, den senare som den "starka" eller "binära" Goldbach-hypotesen. Antagandet att alla udda heltal större än 9 är summan av tre udda primtal kallas den "svaga" Goldbach-hypotesen.

Båda frågorna har förblivit olösta sedan dess, även om den svaga formen för hypotesen är mycket närmare lösningen än den starka. Många matematiker tror att antagandet (i både svaga och starka former) är sant, åtminstone för tillräckligt stora heltal, mestadels baserat på statistiska överväganden med fokus på den sannolika fördelningen av primtal: ju större tal, desto fler vägar finns tillgängliga för att numret ska representeras som summan av två eller tre andra tal, och desto mer "troligt" blir det att åtminstone en av dessa representationer består helt av primtal.

Hämtat från: https://artofproblemsolving.com/wiki/index.php/Goldbach_Conjecture

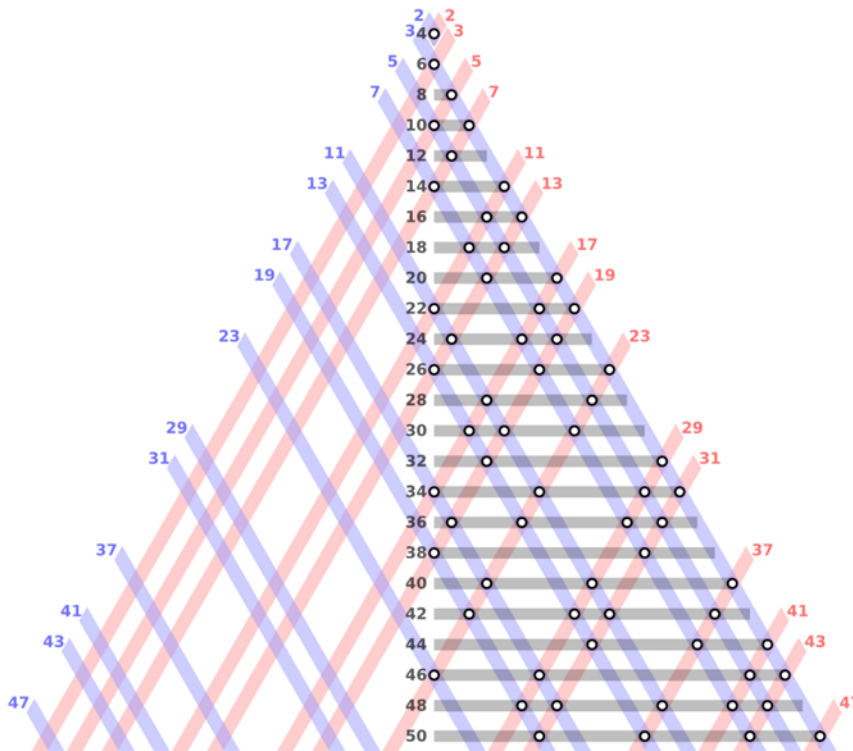


Vi testar!

Hitta primtalen som tillsammans ger:

- a) 46 =
- b) 38 =
- c) 14 =
- d) 22 =
- e) 40 =

(Tips: Du kan använda pyramiden)



Beskrivning: Siffrorna i mitten av pyramiden representerar de jämna talen från 2 - 50. Om du följer den grå linjen till höger om pyramiden hittar du de två primtal (lila och rött) som kan adderas samman.

UPPGIFTER

UPPGIFT 1

Följande tal är uppdelade i två heltal. **Är dessa tal primtal? Kryssa i rätt ruta. Om du kryssar NEJ, ange korrekt svar.**

a) $52 = 23 + 29$

JA NEJ Rätt svar:

b) $76 = 9 + 67$

JA NEJ Rätt svar:

c) $80 = 59 + 21$

JA NEJ Rätt svar:

d) $120 = 73 + 47$

JA NEJ Rätt svar:

e) $64 = 19 + 45$

JA NEJ Rätt svar:

f) $92 = 89 + 3$

JA NEJ Rätt svar:

UPPGIFT 2

Följande tal är uppdelade i två primtal. **Ange ett alternativt korrekt svar.**

a) $90 = 31 + 59 =$

b) $56 = 3 + 53 =$

c) $88 = 71 + 17 =$

d) $202 = 11 + 191 =$

e) $62 = 19 + 43 =$

f) $94 = 11 + 83 =$

g) $110 = 3 + 107 =$

LÄR DIG MER...

Bokrecension i Mathematical Association of America

<https://www.ams.org/notices/200010/rev-jackson.pdf>

Förklaring till Goldbachs hypotes:

https://artofproblemsolving.com/wiki/index.php/Goldbach_Conjecture