

DEL I: Bildkonst & Matematik

ÅLDER: 16-18



UPPGIFT 12: FIBONACCISPIRAL I BILDKONST

Sandgärdsolan

Lärarguide

Titel: Fibonaccispiral i bildkonst

Ålder: 16-18 år

Längd: 2 timmar

Matematikinnehåll: Fibonaccis talföljd

Konstinnehåll: Gyllene snittet

Allmänna mål: I denna uppgift kommer du att lära dig mer om Fibonaccis talföljd. Det kommer att visa dig hur det kan ses i naturen och därmed replikeras i konsten.

Resurser: Det här verktyget ger bilder du kan använda i ditt klassrum. Ämnen som behandlas i denna uppgift kommer också att vara en inspiration för dig att hitta annat material som kan vara relevant för att anpassa och förnya din lektioner.

Tips till läraren: Att lära sig genom att göra har visat sig vara mycket effektivt, särskilt för unga elever med inlärningssvårigheter. Glöm inte att alltid förklara vad varje mattekoncept är till för.

Resultat och kunskaper: De metoder och aktiviteter som visas hjälper dina elever att förstå idén om Fibonaccis talföljd. Det kommer att introducera ämnet mer praktiskt och kommer att ge dem möjlighet att applicera de matematiska koncept som lärs ut i verkliga applikationer och konstapplikationer.

Utvärdering:

Skriv 3 saker som du tyckte om:	1. 2. 3.
Skriv 2 saker som du lärt dig	1. 2.
Skriv 1 sak som kan bli bättre	1.

Inledning



Se dessa filmer:

<https://www.youtube.com/watch?reload=9&v=iEnR8zupK0A>

<https://www.youtube.com/watch?v=wTlw7fNcO-0>

"De nio indiska siffrorna är: 9 8 7 6 5 4 3 2 1 och med dessa nio siffror, och med tecknet 0 ... kan alla tal skrivas."

Med dessa ord börjar Leonardo Fibonacci sin bok Liber Abaci, 1202. Det är den bok som introducerar de arabiska siffrorna i Europa. Fibonaccis far var en handlare som under en tid bodde med sin familj i nordafrika. Det var där Fibonacci började intressera sig för matematik. Han lärde sig att använda de arabiska siffrorna, som är grunden för de siffror vi använder idag av sin arabiska lärare. De var mycket lättare att räkna med än de romerska siffrorna som vi fortfarande använde i Europa vid denna tid. Fibonacci arbetade i Pisa på 1200-talet och betraktas som en av de viktigaste matematikerna.

Fibonaccis talföljd

Talföljden som är uppkallad efter Fibonacci kommer ursprungligen från följande problem: I början av ett år, i en bur, finns det ett nyfött kaninpar (en hane och en kvinna). Ett kaninpar kan få barn efter två månader och sedan föds en babykanin av honkön och en kaninbebis av hankön med ett månatligt intervall, som alla fortsätter att föröka sig på samma sätt som ovan. Hur många kaninpar finns det efter ett år strax efter att de sista kaninparen föddes?

I början av den första månaden finns $M(1) = 1$ kaninpar. Eftersom det tog en månad innan de kunde reproducera är det också $M(2) = 1$ kaninpar i början av andra månaden. Månad tre kommer kaninparet att ha ett nytt kaninpar, $M(3) = 2$ kaninpar. Under nästa månad kommer det ursprungliga kaninparet att få ett nytt par ungar medan det andra kaninparet inte får något den här månaden, $M(4) = 3$ kaninpar. De fem månaderna som de två första kaninparen föder nya kaninpar, följaktligen $M(5) = 5$ kaninpar, $M(6) = 8$ kaninpar, $M(7) = 13$ kaninpar och så vidare.

4

I talföljden får du nästa tal genom att lägga samman de två föregående talen, $3 + 5 = 8$, $5 + 8 = 13$...

I naturen kan du hitta Fibonacci-talen i olika sammanhang. När man tittar på en gran- eller tallkotte från basen (fästpunkten) bildar konens skalor spiraler både medurs och moturs. Om kotten är hel är antalet spiraler i konen lika med Fibonacci-talen 5, 8 eller 13.

Frön i en solros bildar spiraler medurs och moturs och antalet spiraler kan vara lika med Fibonacci-talen 34, 55, 89, 144 och till och med 233.



Bild 1: Solros <https://www.needpix.com/photo/420789/sunflower-seeds-center-nature-sun-summer-grow-garden-yellow>

Om du ritat sekvensen som kvadrater, kan du rita Fibonacci-spiralen, denna spiral finns också i naturen.

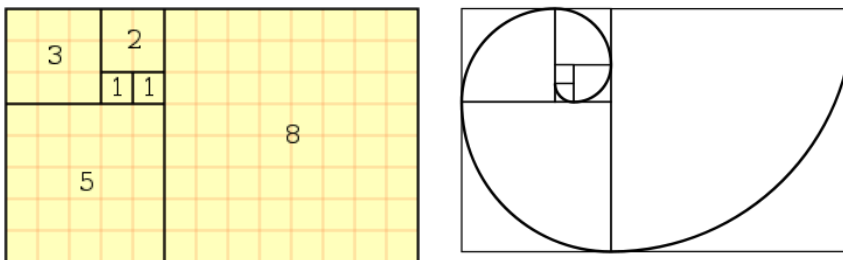


Bild 2 Fibonaccikvadrater <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:FibonacciBlocks.svg>

Bild 3 Fibonaccispiral https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fibonacci_spiral_13.svg

Till exempel i spiralsnäckor och i galaxer!



Bild 4 <https://en.wikipedia.org/wiki/File:NautilusCutawayLogarithmicSpiral.jpg>

Bild 5 <https://www.flickr.com/photos/gsf/14172908657>

Matematiken bakom Fibonaccis talföljd

Fibonacci-sekvens är ett exempel på en rekursiv sekvens. En rekursiv sekvens är en sekvens av siffror där varje nummer kan beräknas med hjälp av ett eller flera av de föregående siffrorna. Om F_n är den n :e Fibonaccitalet ger det att:

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Vi har också två utgångsvärden:

$$F_1=1 \text{ and } F_2=1$$

Det finns en annan talföljd som kallas Lucas-sekvensen, som definieras av samma rekursionsformel som Fibonacci-sekvensen,

$$L_{n+2} = L_{n+1} + L_n$$

Men de initiala värdena på Lucas-sekvensen skiljer sig från Fibonacci-sekvensen, de ser ut såhär:

$$L_1=1 \text{ and } L_2=3$$

Således är de första siffrorna i Lukas-sekvensen: 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29...

UPPGIFTER

UPPGIFT 1

Läs om kaninproblemet igen

1. Hur många kaninpar finns det i början av den sjunde månaden? ($M=7$)
2. Hur många kaninpar finns det efter ett år strax efter att de första kaninerna har fötts? ($M = 12$)
3. Vad är $M(25)$, när $M(21) = 10946$ och $M(23) = 28657$?

UPPGIFT 2

Trappproblemet igen

Du kan gå upp för en trappa genom att klättra första steget (steg 1), men härifrån kan du välja att ta ett eller två steg samtidigt. Så nästa steg du tar leder dig till andra eller tredje steget i trappan. Hur många olika sätt kan du gå upp för trappan om antalet trappsteg är:

a) 3, b) 4, c) 10, d) 20?

Du kan lösa trappstegsproblemet digitalt med till exempel Python eller Java. För 20 steg är det nästan nödvändigt ...

LÄR DIG MER...



En ytterligare förklaring om Fibonaccis talföljd och gyllene snittet.
<https://www.mathsisfun.com/numbers/fibonacci-sequence.html>

Wikipedia om Fibonaccis talföljd.

https://en.wikipedia.org/wiki/Fibonacci_number

Att koda trappproblemet.

<https://www.dailycodingproblem.com/blog/staircase-problem/>

Att koda trappproblemet.

<https://www.geeksforgeeks.org/count-ways-reach-nth-stair/>