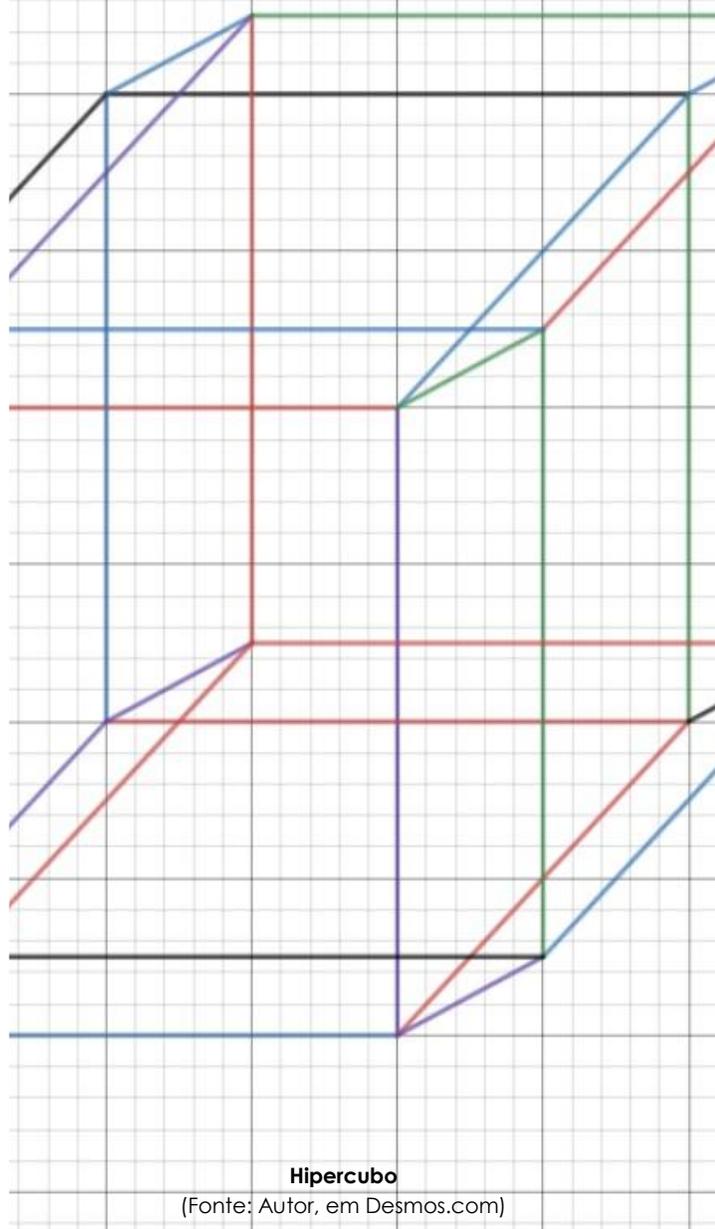


$6 \{ 2 < x < 6 \}$

$\{ 2 < y$
 $\{ 2 < y$
 $\{ 4 < x$
 $\{ 4 < x$
 $\{ 4 < y$
 $\{ 4 < y$
 $\{ 2 < x$
 $\{ 2 <$
 $\{ 6$
 $\{ 6 < x$
 $\{ 5x + 1 \}$

PARTE I: Artes Visuais & Matemática

FAIXA ETÁRIA: 16 – 18



Hipercubo

(Fonte: Autor, em Desmos.com)

UNIDADE 9: ARTE GRÁFICA ATRAVÉS DO USO DE FUNÇÕES

SPEL – Sociedade Promotora de Estabelecimentos de Ensino



Guia do Professor

Título: Arte gráfica através do uso de funções.

Faixa Etária: 16 – 18 anos

Duração: 2 horas

Conceitos Matemáticos: Linhas horizontais e verticais, valor absoluto, função linear, circunferência

Conceitos artísticos: criação gráfica, arte gráfica

Objetivos Gerais: Ajudar os alunos a entender o conceito de equação para que possam prever a sua representação gráfica ao fazer experiências num plano cartesiano online

Instruções e Metodologias: Esta unidade usará a calculadora gráfica online gratuita Desmos, que permitirá aos alunos desenhar formas usando algumas funções básicas e equações

Recursos: Computador com ligação à internet; acesso ao website

<https://www.desmos.com/>

Dicas para o professor: Fazer uma representação gráfica de linhas horizontais e verticais, funções lineares, valores absolutos e circunferências no Desmos, explicando os seus conceitos. Adicionalmente, pedir aos alunos que vejam como essas representações gráficas podem aumentar/diminuir, moverem-se para a esquerda/direita/baixo/cima, alterando os seus valores e distribuindo as funções e equações das letras do alfabeto para orientá-los para a tarefa final desta unidade.

Objetivos de aprendizagem e competências: No final desta lição, o aluno estará apto a:

- Representar graficamente equações e transformações de funções no plano cartesiano.
- Identificar o tipo de funções e, portanto, prever o seu resultado;
- Praticar arte gráfica através do uso de funções.

Discussão e Avaliação:

Indique 3 aspetos que tenha gostado acerca desta atividade:	1. 2. 3.
Indique 2 conceitos que tenha aprendido:	1. 2.
Indique 1 aspeto a melhorar:	1.

Introdução

Quando alguém fala acerca de fazer um gráfico, geralmente refere-se ao gráfico cartesiano, também conhecido como sistema de coordenadas cartesiano. Trata-se de um plano usado para identificar uma coordenada num plano através do uso de dois números: a coordenada x e a coordenada y .

Ao utilizar equações num plano cartesiano, é possível desenhar imagens que incrementam a relação entre artes visuais e matemática.

Neste contexto, com o objetivo de ajudar os alunos a entender o conceito de funções e a sua visualização simplesmente olhando para elas, o aplicativo da web Desmos será usado como uma tela.

Neste aplicativo, os alunos poderão recrear-se com a representação gráfica de equações ao pôr a sua criatividade em prática. Desta forma, a matemática estabelecerá uma relação mais próxima com o aluno.

Arte gráfica através do uso de funções

Decerto que terá notado, durante as aulas de matemática, que as representações gráficas geram formas que se assemelham a imagens ou figuras. Funções diferentes geram formas diferentes, o que significa que, para modelar imagens através de gráficos, é necessário compreender os valores presentes numa função e os declives e curvas que dela resultam.

Das representações gráficas mais simples às mais complexas, ao manipular corretamente o comprimento dessas formas e curvas, aquilo que é conhecido como arte gráfica pode ser ilustrado num sistema de coordenadas cartesiano.

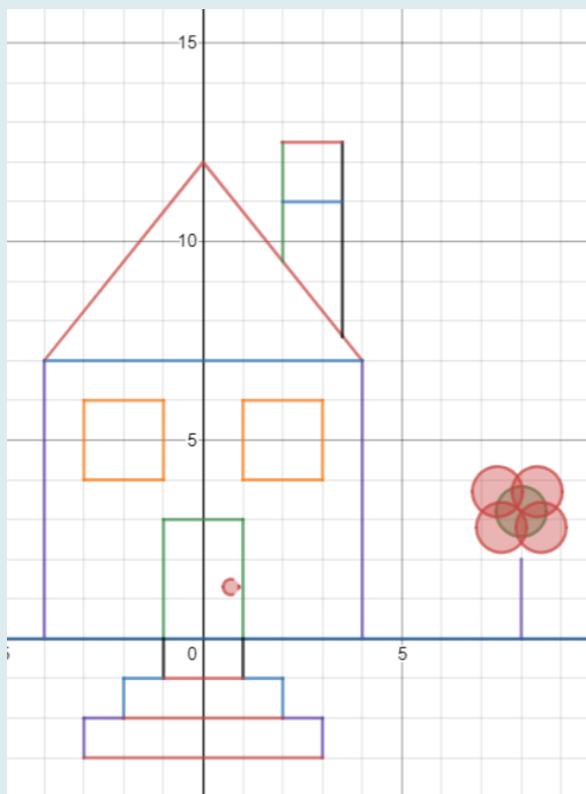


Fig. 1 – Uma casa e uma flor

(Fonte: <https://www.desmos.com/calculator/9fahdexfkl>)

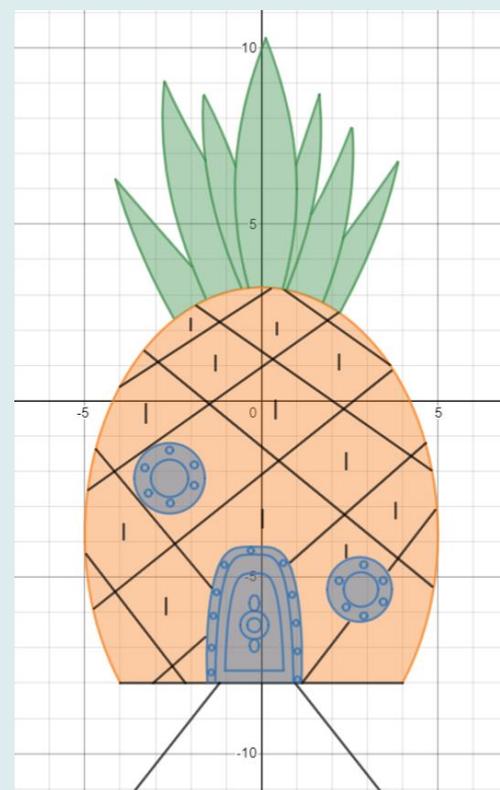


Fig. 2 – Casa do BobEsponja (Fonte: Jordan Keckler; <https://www.desmos.com/calculator/z7d2cvdayo>)

Usando a calculadora gráfica online Desmos como tela, esta ferramenta focar-se-á em formas simples, tais como círculos e linhas retas horizontais, verticais e oblíquas, tudo o que é necessário para gerar formas de arte gráfica tão simples quanto a da Fig. 1.

Glossário

Desmos: um software de calculadora científica online.

Arte gráfica: um tipo de expressão artística visual que se concentra mais na linha e no tom do que na cor.

Sistema de coordenada cartesiano: um sistema utilizado para especificar dois pontos através de coordenadas numéricas; frequentemente usado para representação gráfica; também referido como gráfico cartesiano.

A Matemática por trás da Arte Gráfica

1. Linhas horizontais e verticais

Tal como o nome sugere, estas são linhas retas presentes num plano de coordenadas cartesianas. Uma linha horizontal vai da esquerda para a direita, sempre paralela ao eixo x, o que significa que todos os pontos nele presente possuem a mesma coordenada no eixo y. Por outro lado, uma linha vertical vai de baixo para cima, sempre paralela ao eixo y e sempre com a mesma coordenada x.

As equações que moldam as linhas horizontais e verticais são:

Linha horizontal
 $y = b$

Linha vertical
 $x = b$

Onde:

b é um ponto no qual a linha interceta o eixo y (para as linhas horizontais) ou o eixo x (para as linhas verticais).

Linha Horizontal

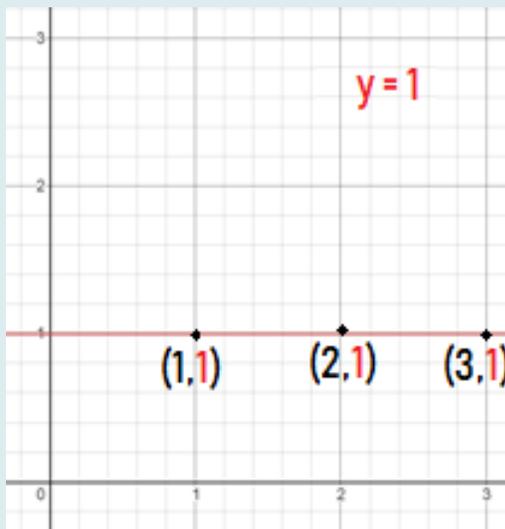


Fig. 3 – Linha horizontal ($y = 1$)
(Fonte: Autor, em Desmos.com)

Linha Vertical

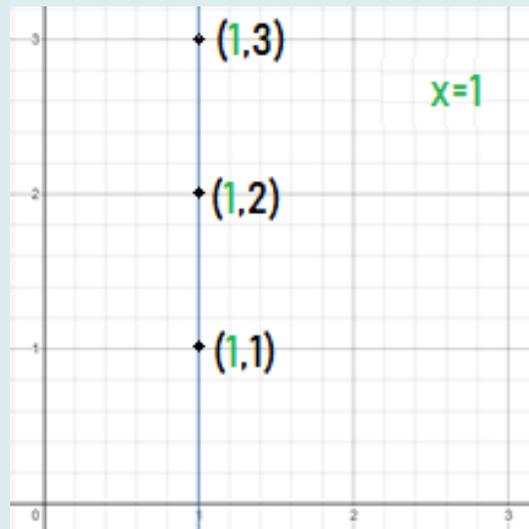


Fig. 4 – Linha vertical ($x = 1$)
(Fonte: Autor, em Desmos.com)

Como vimos, em linhas horizontais, independentemente de qual for o valor x , o ponto de interseção y é sempre 1. Identicamente, independentemente do valor de y em linhas verticais, o ponto de interseção de x é sempre 1.

2. Funções Lineares

Tal como as linhas horizontais e verticais, as funções lineares caracterizam-se por serem representadas graficamente por uma linha reta num plano. Contudo, não são sempre constantes. Podem também ter uma forma crescente ou decrescente.

São formadas pela seguinte equação:

$$y = mx + b$$

Onde:

m é a constante e representa o declive de uma linha;

b, conhecido como o ponto de interseção y , determina o ponto no qual a linha atravessa o eixo y .

Quando:

m > 0 o declive de uma linha vai representar um aumento;

m = 0 o declive de uma linha é constante (torna-se uma linha horizontal);

m < 0 o declive de uma linha representa um decréscimo.

As funções lineares podem ser usadas para retratar e prever muitas situações do quotidiano, nas quais existe um valor/quantidade desconhecido.

Exemplo: está a planear organizar o seu aniversário num salão de festas. Mesmo sabendo que o serviço custa 9€ e o custo da refeição por pessoa é de 8,15€, continua incerto o número de amigos que estarão presentes. Neste caso, a função linear será:

$$y = 8.15x + 9$$

Declive: $m = 8.15$

Ponto de Interceção: $b = 9$

A partir daqui, quando substituirmos x pelo número de participantes, o resultado será o custo total. Por exemplo, se 4 pessoas vierem à festa (ou seja, quando $x = 4$), y (isto é, o valor total) é 25,60€.

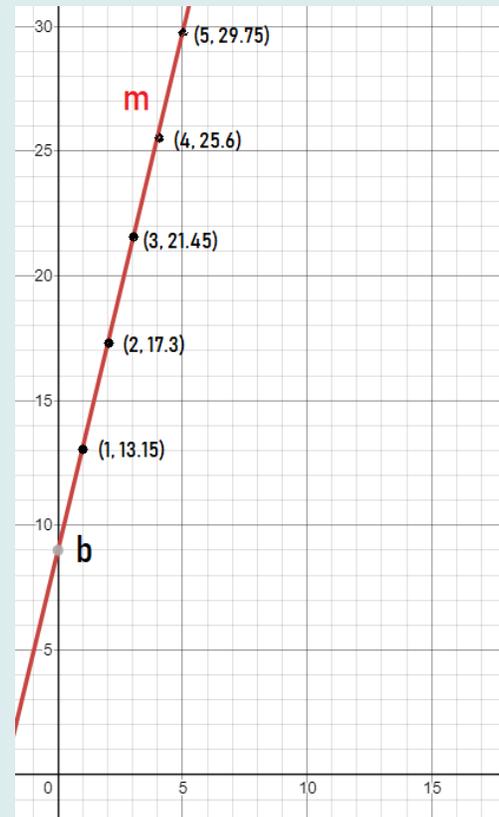


Fig. 5 – Função Linear ($y = 8.15x + 9$)
(Fonte: Autor, em Desmos.com)

3. Valor absoluto

O valor absoluto de um número pode ser entendido como a sua distância à sua origem zero, a qual, desta forma, significa que qualquer número, negativo ou positivo, terá sempre um valor positivo.

O valor absoluto de um número é representado da seguinte forma:

$$|x|$$

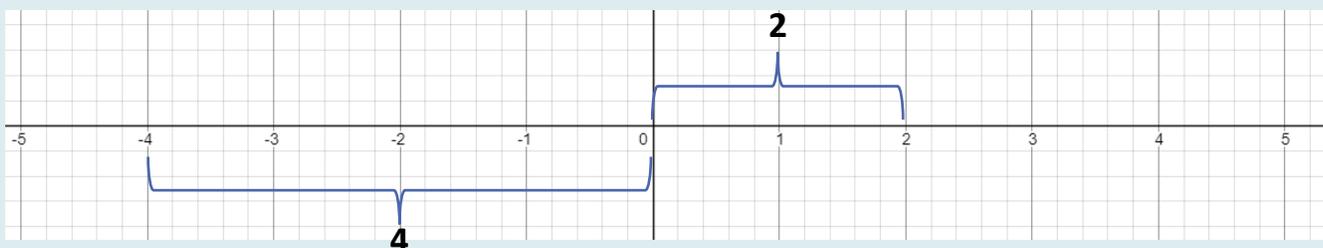


Fig. 6 – Representação gráfica de valor absoluto
(Fonte: Autor em Desmos.com)

Desta forma, em vez de referirmos “o valor absoluto de -4 é 4”, podemos simplesmente referir que “ $|-4| = 4$ ”.

Este gráfico mostra a função de valor absoluto para números reais.

Essencialmente, diz-nos que $|x|$ corresponde ao seu número do eixo y , sendo que, por exemplo, $|-2|$ (o valor absoluto de -2) é 2.

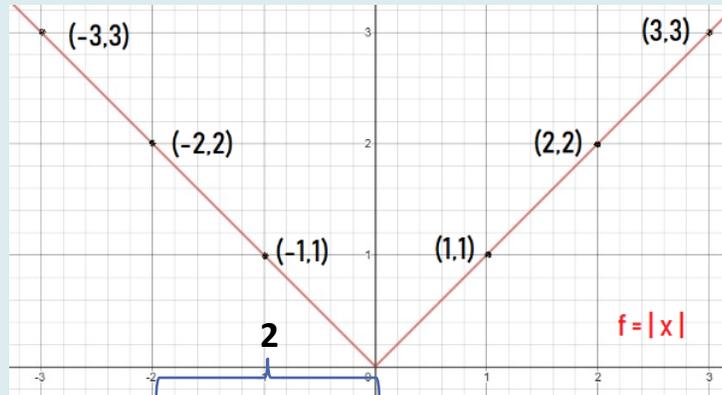


Fig. 7 – Valor absoluto ($f = |x|$)
(Fonte: Autor, em Desmos.com)

4. Circunferência

Quando é conhecido o raio de uma circunferência e a coordenada do seu centro, é possível desenhar uma circunferência em gráfico num sistema de coordenadas cartesianas.

A equação de uma circunferência é a seguinte:

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2$$

Onde:

x e y poderão ser quaisquer pontos numa circunferência;

x_c e y_c são os pontos no centro de uma circunferência, correspondentes a cada eixo;

r é o raio.

Suponha que pretende representar graficamente uma circunferência com o raio de 3, dadas as coordenadas 0 para ambos os eixos x e y .

$$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 3^2$$

Seguindo o exemplo dado, o resultado será o seguinte:

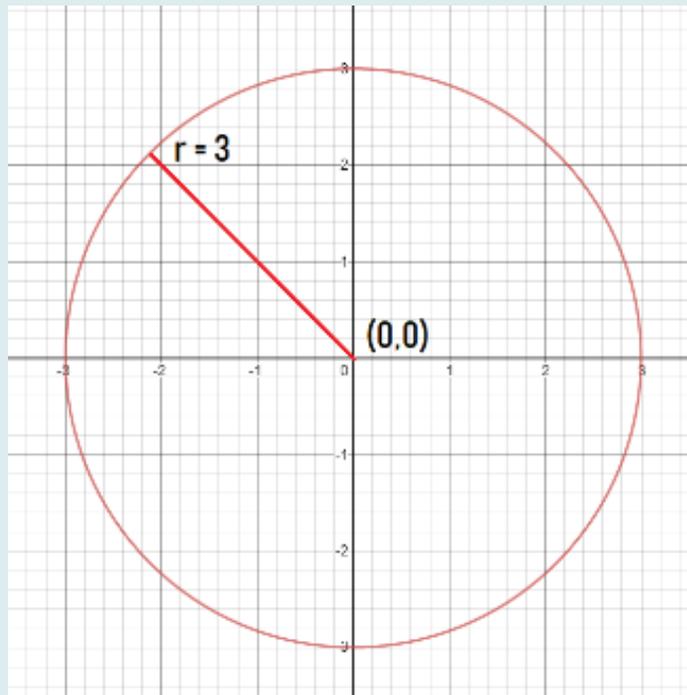
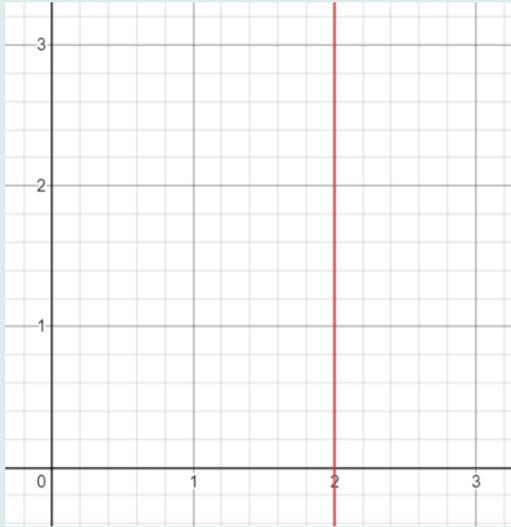


Fig. 8 – Circunferência $(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 3^2$
(Fonte: Autor, em Desmos.com)

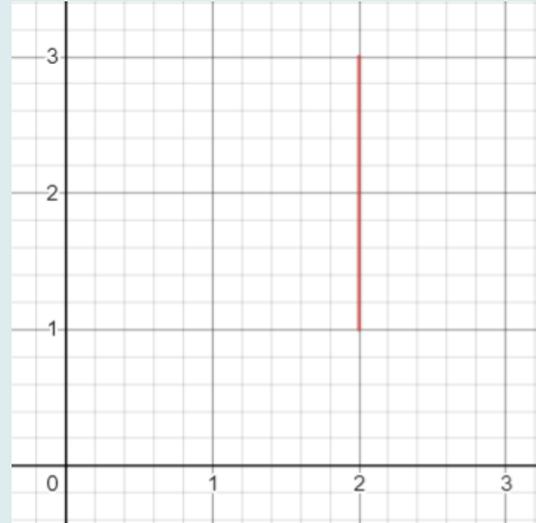
Trabalhar com o Desmos

Ao trabalhar com Desmos, se quiser omitir parte de um gráfico, precisará de definir limites para a função - isso é feito através da configuração dos valores entre parêntesis. Considere os seguintes exemplos:

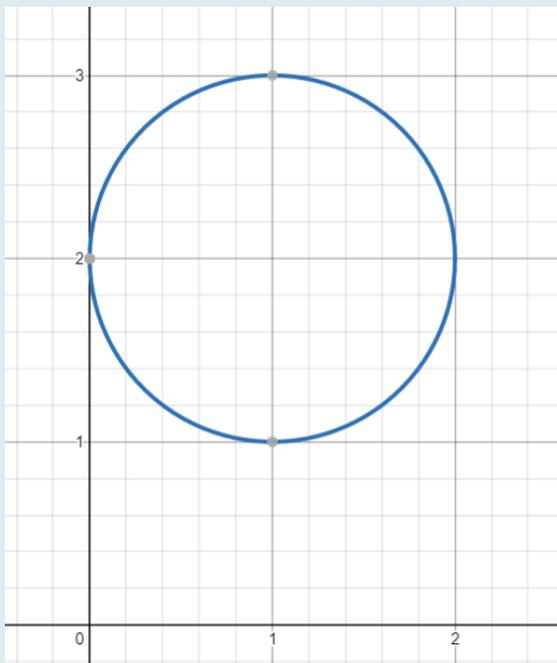
$x = 2$ gera uma linha vertical que vai de $-\infty$ a $+\infty$ enquanto atravessa 2 na coordenada x.



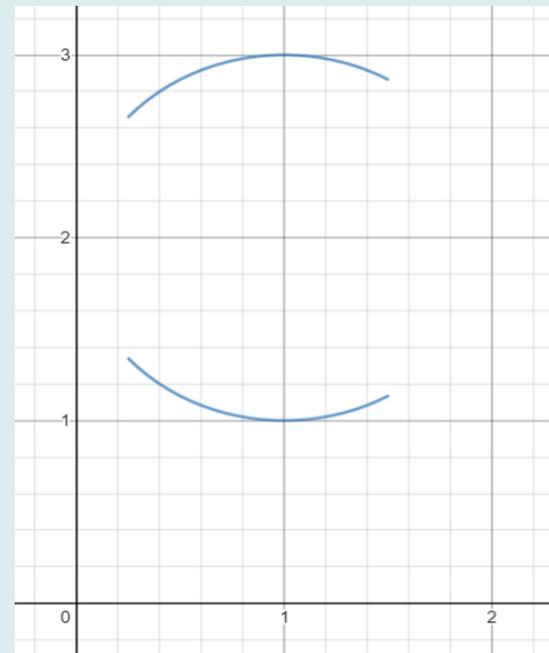
$x = 2 \{ 1 < y < 3 \}$ Contudo, neste caso, a linha vertical foi definida para mostrar apenas situações onde $y > 1$ e $y < 3$.



$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1^2$ molda a forma de um círculo onde o seu centro foi definido como $x = 1$ e $y = 2$, com um raio de 1.



$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1^2 \{ 0.25 < x < 1.5 \}$ Configurando a mesma equação para mostrar apenas casos onde $x > 0,25$ e $x < 1,5$, obtém-se o seguinte resultado:



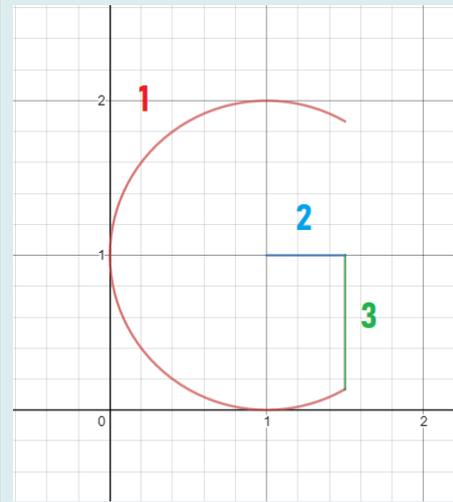
Analise as funções usadas para criar o alfabeto e prossiga para a tarefa final.

<p>1) $2x + 0 \{0 < x < 1\}$</p> <p>2) $-2x + 4 \{1 < x < 2\}$</p> <p>3) $y = 1 \{0.5 < x < 1.5\}$</p>	<h1>A</h1>	
<p>1) $x = 0 \{0 < y < 2\}$</p> <p>2) $y = 2 \{0 < x < 0.5\}$</p> <p>3) $(x - 0.5)^2 + (y - 1.5)^2 = 0.25 \{0.5 < x < 1\}$</p> <p>4) $y = 1 \{0 < x < 0.5\}$</p> <p>5) $(x - 0.5)^2 + (y - .5)^2 = 0.25 \{0.5 < x < 1\}$</p> <p>6) $y = 0 \{0 < x < 0.5\}$</p>	<h1>B</h1>	
<p>1) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1 \{x < 1.75\}$</p>	<h1>C</h1>	

<p>1) $x = 0 \{0 < y < 2\}$</p> <p>2) $y = 2 \{0 < x < 0.5\}$</p> <p>3) $y = 0 \{0 < x < 0.5\}$</p> <p>4) $(x - 0.5)^2 + (y - 1)^2 = 1 \{x > 0.5\}$</p>	<h1>D</h1>	
<p>1) $x = 0 \{0 < y < 2\}$</p> <p>2) $y = 2 \{0 < x < 1.5\}$</p> <p>3) $y = 1 \{0 < x < 1\}$</p> <p>4) $y = 0 \{0 < x < 1.5\}$</p>	<h1>E</h1>	
<p>1) $x = 0 \{0 < y < 2\}$</p> <p>2) $y = 2 \{0 < x < 1\}$</p> <p>3) $y = 1 \{0 < x < 0.75\}$</p>	<h1>F</h1>	

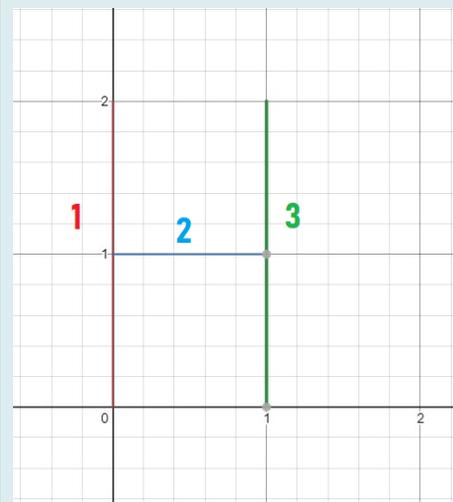
1) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1 \{x < 1.5\}$
 2) $y = 1 \{1 < x < 1.5\}$
 3) $x = 1.5 \{0.134 < y < 1\}$

G



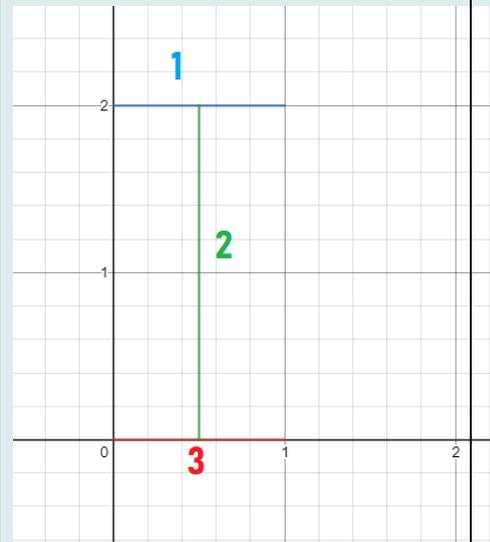
1) $x = 0 \{0 < y < 2\}$
 2) $y = 1 \{0 < x < 1\}$
 3) $x = 1 \{0 < y < 2\}$

H



1) $y = 2 \{0 < x < 1\}$
 2) $x = 0.5 \{0 < y < 2\}$
 3) $y = 0 \{0 < x < 1\}$

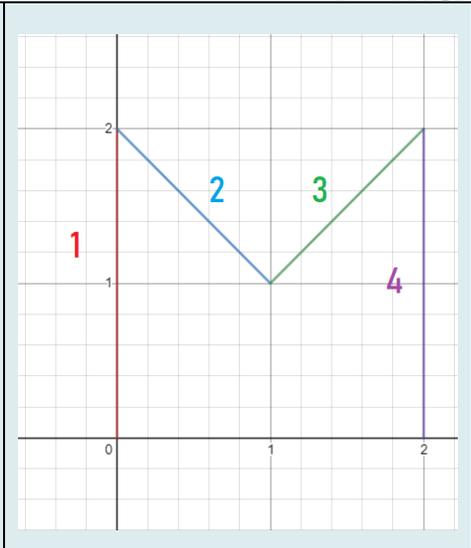
I



<p>1) $y = 2 \{0.5 < x < 1.5\}$</p> <p>2) $x = 1 \{0.5 < y < 2\}$</p> <p>3) $(x - 0.5)^2 + (y - 0.5)^2 = 0.25 \{0 < y < 0.5\}$</p>	<h1>J</h1>	
<p>1) $x = 0 \{0 < y < 2\}$</p> <p>2) $x + 1 \{0 < x < 1\}$</p>	<h1>K</h1>	
<p>1) $x = 0 \{0 < y < 2\}$</p> <p>2) $y = 0 \{0 < x < 1\}$</p>	<h1>L</h1>	

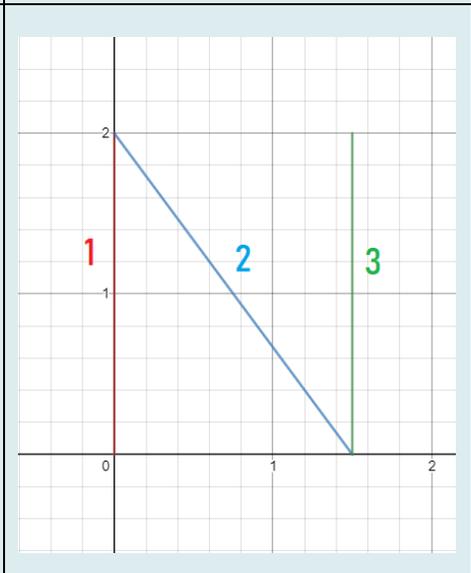
1) $x = 0 \{0 < y < 2\}$
 2) $-x + 2 \{0 < x < 1\}$
 3) $x \{1 < x < 2\}$
 4) $x = 2 \{0 < y < 2\}$

M



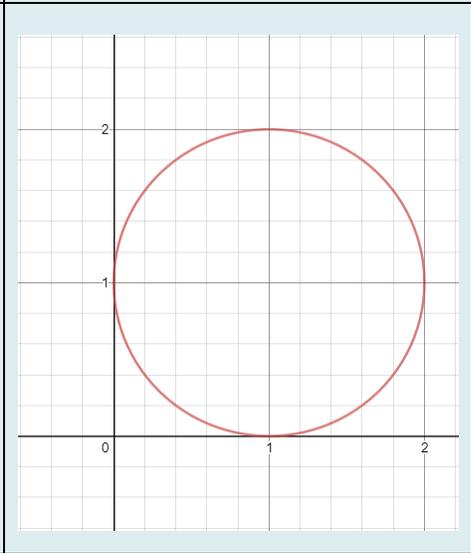
1) $x = 0 \{0 < y < 2\}$
 2) $-4/3x + 2 \{0 < x < 1.5\}$
 3) $x = 1.5 \{0 < y < 2\}$

N



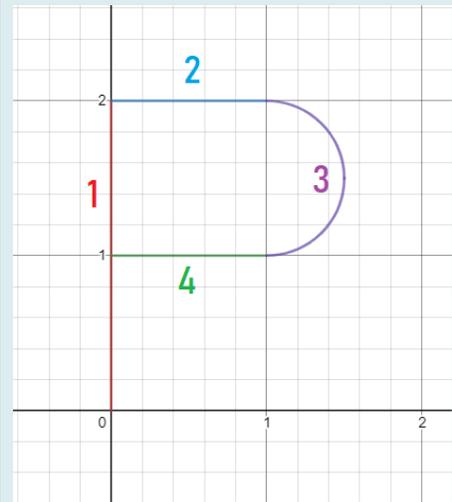
1) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$

O



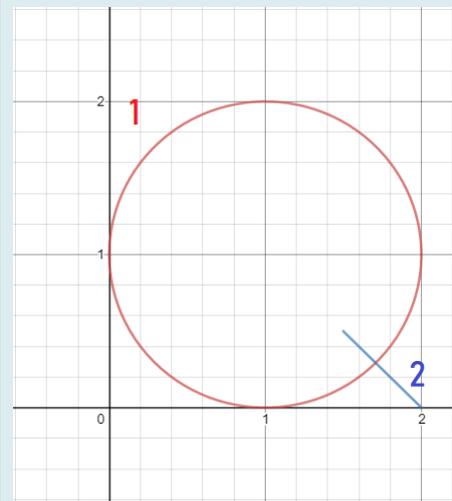
- 1) $x = 0 \{0 < y < 2\}$
- 2) $y = 2 \{0 < x < 1\}$
- 3) $(x - 1)^2 + (y - 1.5)^2 = 0.25 \{1 < x < 1.5\}$
- 4) $y = 1 \{0 < x < 1\}$

P



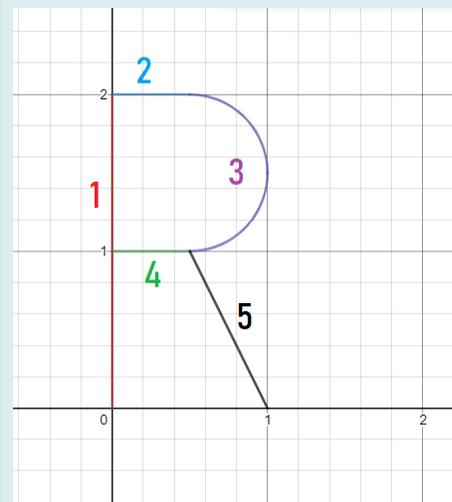
- 1) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$
- 2) $-x + 2 \{1.5 < x < 2\}$

Q

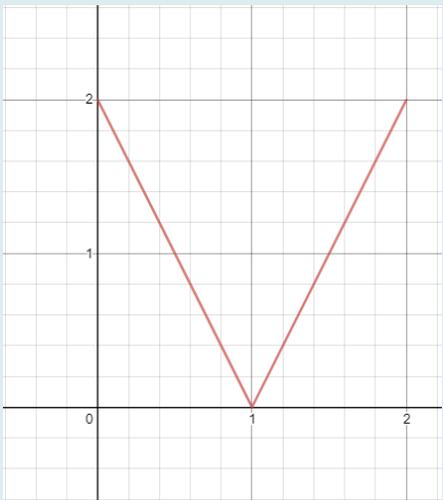
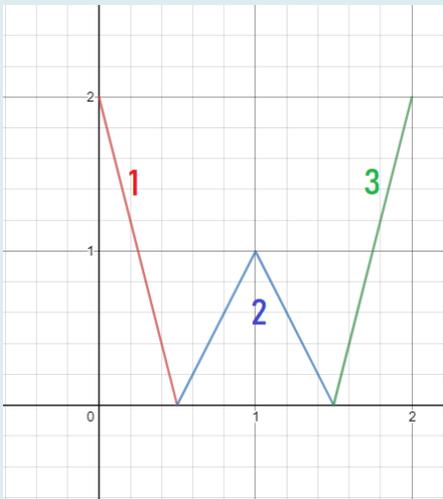
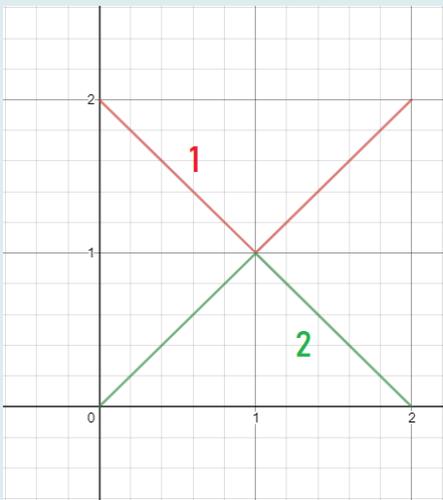


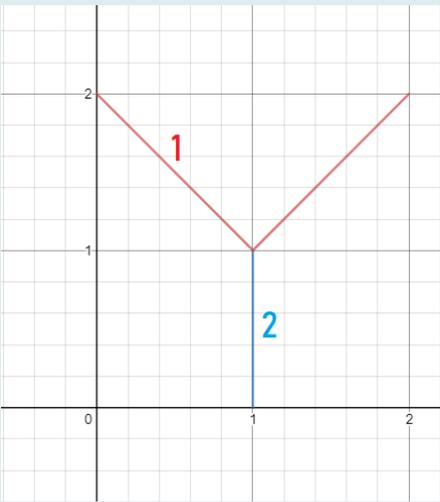
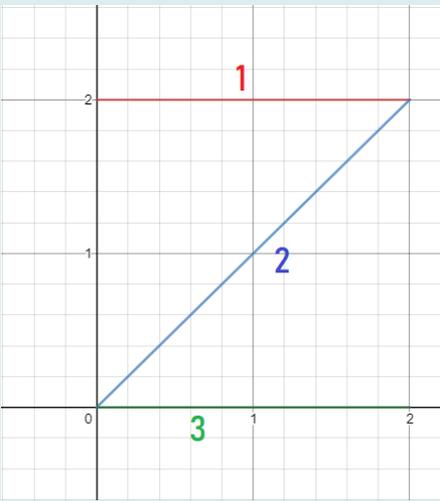
- 1) $x = 0 \{0 < y < 2\}$
- 2) $y = 2 \{0 < x < 0.5\}$
- 3) $(x - 0.5)^2 + (y - 1.5)^2 = 0.25 \{x > 0.5\}$
- 4) $y = 1 \{0 < x < 0.5\}$
- 5) $-2x + 2 \{0.5 < x < 1\}$

R



<p>1) $(x - 0.5)^2 + (y - 1.5)^2 = 0.25$ {$y > 1.5$}</p> <p>2) $(x - .5)^2 + (y - 1.5)^2 = .25$ {$x < .5$}</p> <p>3) $(x - 0.5)^2 + (y - 0.5)^2 = .25$ {$0.5 < x < 1$}</p> <p>4) $(x - 0.5)^2 + (y - 0.5)^2 = .25$ {$y < 0.5$}</p>	<h1>S</h1>	
<p>1) $y = 2$ {$0 < x < 2$}</p> <p>2) $x = 1$ {$0 < y < 2$}</p>	<h1>T</h1>	
<p>1) $x=0$ {$0.75 < y < 2$}</p> <p>2) $(x - 0.75)^2 + (y - 0.75)^2 = 0.75^2$ {$y < 0.75$}</p> <p>3) $x=1.5$ {$0.75 < y < 2$}</p>	<h1>U</h1>	

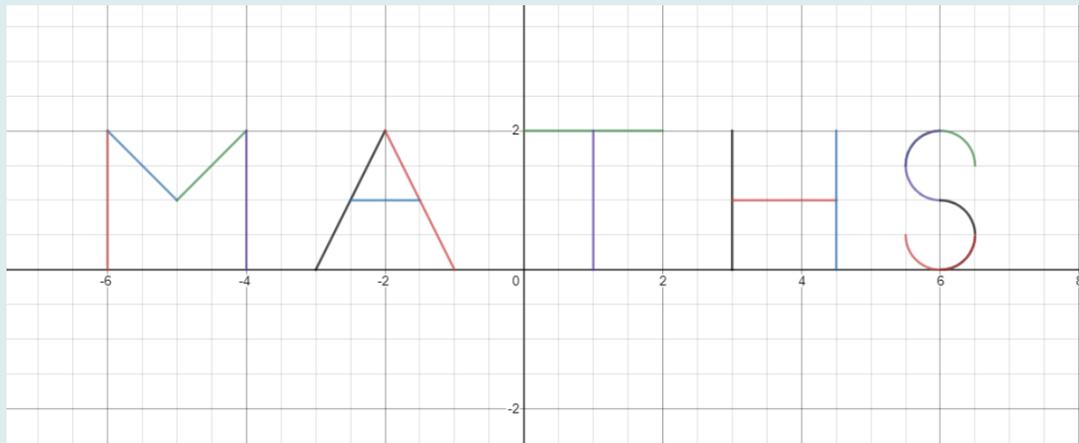
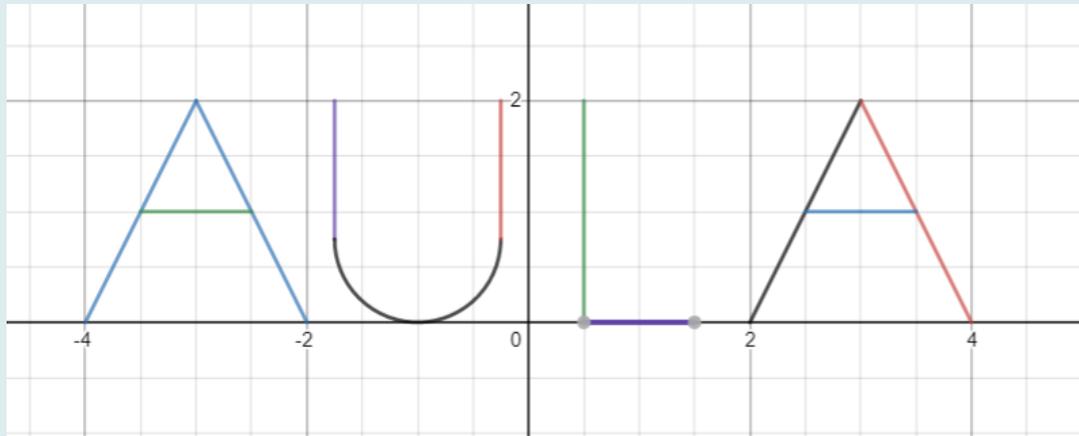
<p>1) $2 x - 1 \{0 < x < 2\}$</p>		
<p>1) $-4x + 2 \{0 < x < 0.5\}$ 2) $-2 x - 1 + 1 \{0.5 < x < 1.5\}$ 3) $4x - 6 \{1.5 < x < 2\}$</p>		
<p>1) $x - 1 + 1 \{0 < x < 2\}$ 2) $- x - 1 + 1 \{0 < x < 2\}$</p>		

<p>1) $x - 1 + 1 \{0 < x < 2\}$</p> <p>2) $x = 1 \{0 < y < 1\}$</p>	<h1>Y</h1>	
<p>1) $y = 2 \{0 < x < 2\}$</p> <p>2) $x \{0 < x < 2\}$</p> <p>3) $y = 0 \{0 < x < 2\}$</p>	<h1>Z</h1>	

TAREFAS

TAREFA 1

Usando as equações dadas para formar as letras do alfabeto, produza as palavras "AULA" e "MATHS".



TAREFA 2

Se concluiu a tarefa 1, coloque a sua criatividade em prática e represente graficamente uma imagem ao seu gosto ou escreva o seu nome.

INFORMAÇÕES E RECURSOS ADICIONAIS

Explore a matemática através da aplicação web Desmos

<https://www.desmos.com/>

Alfabeto escrito em equações na aplicação web Desmos

<https://www.desmos.com/calculator/l8u2vigxyb>

Representando graficamente funções de valor absoluto

<https://www.khanacademy.org/math/algebra/absolute-value-equations-functions/graphs-of-absolute-value-functions/v/graphing-absolute-value-functions>

Funções derivadas e integrais em Imagiologia da Arte

https://ethnomath.coe.hawaii.edu/pdf/university_derivatives_integrals.pdf

Introdução às Funções Lineares

<https://courses.lumenlearning.com/boundless-algebra/chapter/introduction-to-linear-functions/>

A Geometria de uma Circunferência

<http://www.mathcentre.ac.uk/resources/uploaded/mc-ty-circles-2009-1.pdf>