

## ΜΕΡΟΣ Ι: ΕΙΚΑΣΤΙΚΕΣ ΤΕΧΝΕΣ & ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΛΙΚΙΑΚΟ ΕΥΡΟΣ: 13-15 και  
16-18

---

## ΕΡΓΑΛΕΙΟ 7: ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΕΚΘΕΣΗ ΚΑΛΛΙΤΕΧΝΙΚΩΝ ΑΡΙΣΤΟΥΡΓΗΜΑΤΩΝ ΠΟΥ ΣΧΕΤΙΖΟΝΤΑΙ ΜΕ ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

---

C.I.P. Citizens In Power



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



## Οδηγός Εκπαιδευτικού

**Τίτλος:** Μια σύγχρονη έκθεση καλλιτεχνικών αριστουργημάτων που σχετίζονται με τα μαθηματικά

**Ηλικιακό Εύρος:** 13-15 και 16-18 χρονών (προτιμότερο για ηλικίες μεταξύ 16-18)

**Διάρκεια:** 2 ώρες

**Μαθηματικές Έννοιες:** Ευκλείδεια και/ΜΗ Ευκλείδεια Γεωμετρία, στερεομετρία, υπερβολική γεωμετρία, η ταινία του Mobius, φράκταλς, μορφοκλασματική γεωμετρία, τετραδιάστατη γεωμετρία, τεσσεράκτιο

**Καλλιτεχνικές Έννοιες:** γλυπτά, σχεδιασμός με υπολογιστή, τεχνολογία μεταλλικής εκτύπωσης

**Γενικοί Σκοποί:** Οι μαθητές θα έχουν την ευκαιρία να διερευνήσουν πώς τα μαθηματικά έχουν επηρεάσει τις εικαστικές τέχνες τα τελευταία χρόνια, ενώ παράλληλα να κατανοήσουν τρόπους με τους οποίους τα μαθηματικά είναι σε θέση να καθορίσουν τις ιδιότητες του χώρου, και όπως αυτοί θα μπορούσαν να απεικονιστούν μέσω των εικαστικών τεχνών

**Οδηγίες και Μεθοδολογίες:** Αυτό το εργαλείο μπορεί να χρησιμοποιηθεί με δύο τρόπους ανάλογα με το διαθέσιμο χρόνο και το ηλικιακό εύρος. Επομένως, η πρώτη επιλογή είναι να ακολουθήσετε τη δομή αυτού του εργαλείου, όπως δίνεται σταδιακά στον αναγνώστη. Πρώτα δίνεται το έργο 8 διακεκριμένων εικαστικών καλλιτεχνών, επιδεικνύοντας τους τρόπους με τους οποίους τα αριστουργήματά τους αντικατοπτρίζουν τις πραγματικές μαθηματικές έννοιες και θεωρίες που οδηγούν στο να δώσουν στους μαθητές από την αρχή πληροφορίες για να καταστούν στο τέλος ικανοί να ασχοληθούν με το καθαρά μαθηματικό κομμάτι – την Εργασία-.

**Πηγές:** Αυτό το εργαλείο παρέχει μια επισκόπηση του έργου του κάθε καλλιτέχνη, εμπλουτισμένο με πρόσφατες φωτογραφίες που προέρχονται από εκθέσεις τους και από τις προσωπικές τους συλλογές. Επιπλέον, οι μαθητές καλούνται να εντυφλήσουν πιο βαθιά και να ανακαλύψουν περισσότερα για τους καλλιτέχνες, μέσω των προτεινόμενων συνδέσμων και βίντεο.



**Συμβουλές για τον εκπαιδευτικό:** Θα μπορούσατε να χωρίσετε την τάξη σας σε μικρές ομάδες και να αναθέσετε σε καθεμία από αυτές να εμβαθύνει σε έναν από τους καλλιτέχνες που παρουσιάζονται. Ως τελευταίο βήμα, ο εκπαιδευτικός θα μπορούσε να ζητήσει από τις ομάδες να παρουσιάσουν τα ευρήματά τους για να ανιχνεύσουν τα κοινά μεταξύ των καλλιτεχνών και τον τρόπο της απεικόνισης μαθηματικών εννοιών.

**Επιθυμητά αποτελέσματα και δεξιότητες:** Οι μαθητές θα έχουν αποκτήσει γνώσεις σχετικές με σύγχρονους «μαθηματικούς» καλλιτέχνες, κατανοώντας έτσι σε βάθος τα σημεία συνάντησης των εικαστικών τεχνών και των επιστημών.

### ΑΣΚΗΣΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΕΡΓΑΛΕΙΟΥ

Ως μέρος της αντανάκλασης ή / και της διαμορφωτικής αξιολόγησης (= για να βελτιωθεί το εργαλείο για την επόμενη φορά ανάλογα με το υπόβαθρο των μαθητών, το ενδιαφέρον που επέδειξαν, την ακριβή ηλικία, την κουλτούρα της τάξης, τις προηγούμενες γνώσεις των μαθητών κλπ) μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τις παρακάτω κάρτες εξόδου, είτε από ένα έντυπο που έχετε εκ των προτέρων τυπώσει είτε απλά θέτοντας αυτές τις ερωτήσεις επί τόπου στους μαθητές και οι οποίοι μπορούν να καταγράψουν τις απαντήσεις τους σε ένα χαρτί ανώνυμα, ενώ φεύγοντας θα το τοποθετήσουν είτε στην έδρα είτε σε ένα κουτί. Η συγκεκριμένη διαμορφωτική στρατηγική ονομάζεται 3, 2, 1. Για περισσότερες στρατηγικές αξιολόγησης μπορείτε να επισκεφθείτε: [https://www.alfavita.gr/ekpraideysi/248903\\_60-ergaleia-tehnikes-drastiriotites-gia-diamorfotiki-axiologisi-sti-sholiki-taxi](https://www.alfavita.gr/ekpraideysi/248903_60-ergaleia-tehnikes-drastiriotites-gia-diamorfotiki-axiologisi-sti-sholiki-taxi)

<b>3-2-1</b>	
Γράψτε 3 πράγματα που σας άρεσαν σε αυτό το εργαλείο	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.</li> <li>2.</li> <li>3.</li> </ol>
Γράψτε δύο πράγματα που μάθατε	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.</li> <li>2.</li> </ol>
Γράψτε ένα στοιχείο που θα μπορούσε να βελτιωθεί	<ol style="list-style-type: none"> <li>1.</li> </ol>



## Εισαγωγή

Μέσα από αυτό το εργαλείο θα έρθετε σε επαφή με τα έργα τέχνης των 8 φημισμένων καλλιτεχνών, των οποίων η δουλειά αντανακλά, θεωρίες και έννοιες των μαθηματικών, οι οποίες σχετίζονται κυρίως με διαφορετικούς τύπους γεωμετρίας, δηλαδή την Ευκλείδεια γεωμετρία και τα αξιώματά της και τη μη Ευκλείδεια γεωμετρία. Επιπλέον, θα αποκτήσετε μια πρώτη (βασική) κατανόηση των διαφορών στο σχηματισμό ενός τρισδιάστατου (3-D) και ενός τετραδιάστατου χώρου (4-D). Τέλος, θα αρχίσετε να αντιλαμβάνεστε την επιρροή των νέων μέσων και τεχνολογιών στη δημιουργία καλλιτεχνικών αριστουργημάτων. Ένα καλό παράδειγμα τέτοιας επιρροής είναι η λεγόμενη "τέχνη γραφικών".

## Βηρσαβεέ Γκρόσμαν: η γλύπτης που απεικονίζει τις μαθηματικές ιδιαιτερότητες

Η Βηρσαβεέ Γκρόσμαν είναι Αμερικανίδα καλλιτέχνης που γεννήθηκε το 1966. Δημιουργεί γλυπτά με τη χρήση υπολογιστή και τρισδιάστατης μοντελοποίησης με τεχνολογία μεταλλικής εκτύπωσης. Τα κύρια υλικά για τα γλυπτά της είναι ο χαλκός και ο ανοξείδωτος χάλυβας. Τα χάλκινα γλυπτά της έχουν επηρεαστεί σε μεγάλο βαθμό από τα μαθηματικά, ενώ συνήθως απεικονίζουν τρισδιάστατα μοτίβα ή μαθηματικές έννοιες. Το έργο της επηρεάζεται έντονα από τις φυσικές επιστήμες, όπως η βιολογία, η αστρονομία και η φυσική.

Η ιστοσελίδα της περιέχει ένα τμήμα που επικεντρώνεται σε έργα τέχνης που επιχειρούν να απεικονίσουν έννοιες που προέρχονται από τον φυσικό κόσμο και τις επιστήμες (π.χ. ινσουλίνη, καφεΐνη, DNA αλυσίδα, το μαγνητικό πεδίο της γης, κ.λ.π).

Χρησιμοποιήστε αυτό το σύνδεσμο

<https://www.bathsheba.com/crystal/index.html#physics>



για να έρθετε σε επαφή με τα έργα τέχνης της Γκρόσμαν, μέσω της επίσημης ιστοσελίδας της.

Τα πιο διάσημα έργα τέχνης της που σχετίζονται με τα μαθηματικά απεικονίζουν γεωμετρικά αντικείμενα, όπως το ανοιχτήρι μπουκαλιών Klein, Gyroid, κλπ. Θα μπορούσαν να βρεθούν και να επεξηγηθούν στον ακόλουθο σύνδεσμο:

<https://www.bathsheba.com/math/>



5

Εικόνα: Μαθηματική Γλυπτική που χρησιμοποιείται ως λάμπα, Bathsheba Grossman, 2007 (Ανακτήθηκε από: [https://en.wikipedia.org/wiki/Bathsheba\\_Grossman](https://en.wikipedia.org/wiki/Bathsheba_Grossman))

ο Παρακολουθήστε τα παρακάτω βίντεο για να εξοικειωθείτε με το έργο της Grossman:



<https://www.egconf.com/videos/bathsheba-grossman-sculptor-ubernerd-eg7>



<https://www.youtube.com/watch?v=LKysk-M1Y94>



<https://www.youtube.com/watch?v=FMSuwPNvzPw>

**Χαρτμούτ Σκέρμπισχ (Hartmut Skerbisch); ο άνθρωπος που αντιλαμβάνονταν τη γλυπτική ως αποκλειστική χωρική γλώσσα**

Γεννήθηκε το 1945 στο Ραμσάου αμ Νταχστέιν (Ramsau am Dachstein) της Αυστρίας. Παρά το γεγονός ότι σπούδασε αρχιτεκτονική, εργάστηκε ως καλλιτέχνης βίντεο, γλύπτης και φωτογράφος από το 1969. Όλα του τα έργα ασχολούνται κατά κύριο λόγο με χωρικές έννοιες, οι οποίες έχουν προσεγγιστεί και καλλιτεχνικά μεταδοθεί ως διακριτή γλώσσα. Τα γλυπτά του Σκερμπισχ είχαν επηρεαστεί από την ανοδική χρήση των ηλεκτρονικών μέσων.

Επηρεάστηκε κυρίως από πολιτικές και επιστημονικές αντιλήψεις παρά από καλλιτεχνικές; ως εκ τούτου, μερικά από τα γλυπτά του δημιουργήθηκαν σε συνάρτηση με γεωμετρικά αξιώματα, όπως αυτά που παρουσιάζονται στις εικόνες, τα οποία βασίστηκαν κυρίως στη θεωρία των φράκταλ (Fractal). Το φράκταλ είναι μια καμπύλη ή γεωμετρική μορφή, κάθε μέρος της οποίας έχει τον ίδιο στατιστικό χαρακτήρα με το σύνολο. Τα φράκταλ είναι χρήσιμα στη δόμηση μοντέλων (όπως οι νιφάδες χιονιού) στις οποίες παρόμοια μοτίβα επαναλαμβάνονται σε προοδευτικά μικρότερες κλίμακες και στην περιγραφή εν μέρει τυχαίων ή χασοτικών φαινομένων, όπως η ανάπτυξη κρυστάλλων και ο σχηματισμός γαλαξιών.

6

Εκθέτει τα έργα του αδιαλείπτως από το 1975, ενώ το 1993 έλαβε το «Βραβείο Καλών Τεχνών» από την πόλη Γκρατς στην Αυστρία, όπου πέθανε το 2009.

**ο Χρησιμοποιήστε αυτόν τον σύνδεσμο για να έρθετε σε επαφή με το έργο του καλλιτέχνη μέσω της επίσημης ιστοσελίδας του.**



<http://hartmutskerbisch.org/about/hartmut-skerbisch/?lang=en>



Εικόνα: Ανακτήθηκε από: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Hartmut\\_Skerbisch.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Hartmut_Skerbisch.jpg)



Εικόνες: Μορφοκλαστική γλυπτική: 3D Fractal από Hartmut Skerbisch, 2003 (Ανακτήθηκε από: <http://hartmutskerbisch.org/work/3d-fraktal-03hdd-2003/?lang=en>)

## Πολ Ντέσμοντ Χένρυ (Desmond Paul Henry); ο πρωτοπόρος στην Τέχνη μέσω Υπολογιστή

Πολ Ντέσμοντ Χένρυ (Desmond Paul Henry) (1921-2004) είναι ένας από τους πρώτους βρετανούς πρωτοπόρους στη Γραφιστική Τέχνη, δεδομένου ότι είχε αρχίσει να εργάζεται στον τομέα αυτό κατά τη διάρκεια της δεκαετίας του 1960, αυτή ήταν μια δεκαετία κατά την οποία ανέπτυξε αρχικά "τρεις τεχνικές επινοήσεις μηχανικής σχεδίασης που βασίζονταν στα συστατικά των αναλογικών υπολογιστών οπτικής

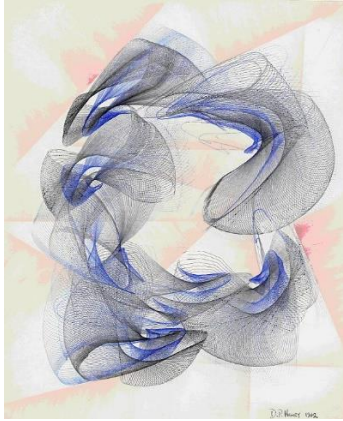
Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

βόμβας". Το αιώνιο πάθος του Χένρι για οτιδήποτε σχετίζεται με τη μηχανική τον ώθησε να αγοράσει έναν αναλογικό υπολογιστή στρατού στις αρχές της δεκαετίας του 1950. Για χρόνια θα παρατηρούσε με συγκλονισμό τις «απαράμιλλες παραβολές» (Χένρυ) των εσωτερικών λειτουργικών τμημάτων του ενώ ήταν σε κίνηση. Αργότερα, στις αρχές της δεκαετίας του εξήντα, πήρε την απόφαση να καταγράψει αυτές τις μηχανικές κινήσεις σε χαρτί και από αυτό γεννήθηκε η πρώτη σειρά τριών μηχανών σχεδίασης που βασίζονταν γύρω από τα συστατικά του ίδιου του αναλογικού υπολογιστή (πηγή: <http://www.desmondhenry.com/about/>).

Στη δεκαετία του 1960 οι κατασκευαστικές μηχανές σχεδίασης του Χένρυ είχαν τη δυνατότητα να αναπτύξουν φράκταλ μοτίβα μορφοκλασμάτων, ενώ συνέχισε να αναπτύσσει αυτή την ιδέα μέχρι το 2000, όταν οι πατέντες του έδειχναν διαφορετικές ομοιότητες με οργανικές μορφές ή με «φυσικές μαθηματικές μορφές» όπως ο ίδιος τα αποκαλούσε.







Εικόνες: Τέχνη στον υπολογιστή. Ο Ντέσμοντ Πολ Χένρυ 1962-1964 (Ανακτήθηκε από την επίσημη σελίδα του καλλιτέχνη <http://www.desmondhenry.com/gallery/>)

- Εάν θέλετε να μάθετε περισσότερα για το έργο του Χένρυ, ανατρέξτε στον επίσημο ιστότοπό του χρησιμοποιώντας αυτόν τον σύνδεσμο:



<http://www.desmondhenry.com>

ο Μπορείτε επίσης να παρακολουθήσετε το παρακάτω βίντεο σχετικά με τη ζωή και την εργασία του Ντέσμοντ Πολ Χένρυ:



<https://www.youtube.com/watch?v=eQIEGkME0cA>

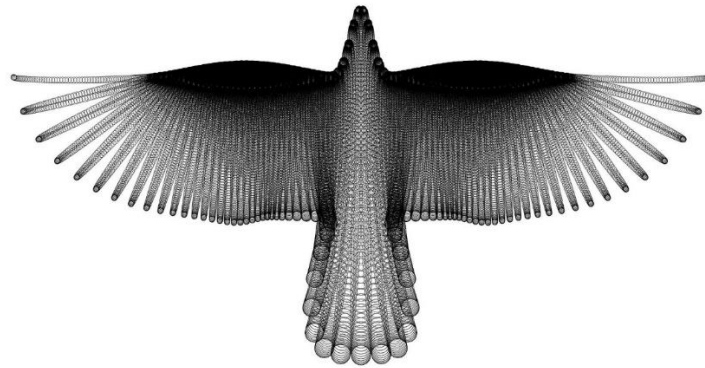
9

## Χαμίτ Ναδέρι Γεγκανέχ (Hamid Naderi Yeganeh); ο καλλιτέχνης της μαθηματικής φόρμουλας

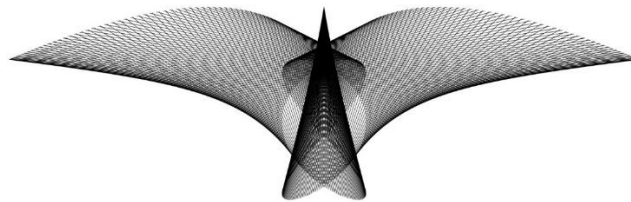
Ο Χαμίτ Ναδέρι Γεγκανέχ (Hamid Naderi Yeganeh) γεννήθηκε στις 26 Ιουλίου του 1990 στο Ιράν και είναι μαθηματικός καλλιτέχνης. Έγινε διάσημος για το γεγονός ότι χρησιμοποίησε μαθηματικούς τύπους για να σχεδιάσει αντικείμενα πραγματικής ζωής, περίπλοκες εικονογραφήσεις, κινούμενα σχέδια, φρακταλς/ μοτίβα και ψηφιοθετήσεις.

Η εφημερίδα Αμερικανική Μαθηματική Μηνιαία χρησιμοποίησε το έργο του "9.000 Ellipses" ως εξώφυλλο του τεύχους Νοεμβρίου 2017.

Ο Ναδέρι Γιεγκανέχ (Naderi Yeganeh) έχει εφεύρει δύο μεθόδους για να σχεδιάσει αντικείμενα πραγματικής ζωής με μαθηματικούς τύπους. Στην πρώτη μέθοδο, κατασκευάζει δεκάδες χιλιάδες μαθηματικές φιγούρες μέσω υπολογιστή για να καταλήξει τυχαία σε κάποια ενδιαφέροντα σχήματα. Για παράδειγμα, χρησιμοποιώντας αυτή τη μέθοδο, ανακάλυψε κάποια σχήματα που μοιάζουν με πουλιά, ψάρια και ιστιοφόρα. Στη δεύτερη μέθοδο, σκιαγραφεί ένα αντικείμενο της πραγματικότητας με μια τεχνική βήμα-προς-βήμα. Σε κάθε βήμα, προσπαθεί να ανακαλύψει ποιες μαθηματικές φόρμουλες θα αναπτύξουν το σχέδιο. Για παράδειγμα, χρησιμοποιώντας αυτή τη μέθοδο, δημιούργησε πτηνά εν κινήσει, πεταλούδες, ανθρώπινα πρόσωπα και φυτά χρησιμοποιώντας κυρίως τριγωνομετρικές λειτουργίες. Έχει κατασκευάσει φρακταλ μοτίβα και ψηφιοθετήσεις εμπνευσμένα από τις ηπείρους. Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι το έργο τέχνης της φράκταλ Αφρικής (2015) που περιγράφεται από ένα οκταγωνικό σχήμα -όμοιο με την Αφρική- και την πλευρική αναστροφή του.



10



Εικόνες: Πουλιά σε φιγούρες (Ανακτήθηκε από: [https://en.wikipedia.org/wiki/Hamid\\_Naderi\\_Yeganeh](https://en.wikipedia.org/wiki/Hamid_Naderi_Yeganeh)); Hamid Naderi Yeganeh, 2016, κατασκευασμένο με μια οικογένεια μαθηματικών καμπυλών (Ανακτήθηκε από: [https://es.wikipedia.org/wiki/Archivo:A\\_Bird\\_in\\_Flight\\_by\\_Hamid\\_Naderi\\_Yeganeh.jpg](https://es.wikipedia.org/wiki/Archivo:A_Bird_in_Flight_by_Hamid_Naderi_Yeganeh.jpg))

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.



## Τόνι Ρόμπιν (Tony Robbin)

Ο Τόνι Ρόμπιν (Tony Robbin) γεννήθηκε το 1943, στην Ουάσιγκτον των Ηνωμένων Πολιτειών. Είναι ένας Αμερικανός καλλιτέχνης ο οποίος δίνει έμφαση στη ζωγραφική, στη γλυπτική, καθώς και στις οπτικοποιήσεις μέσω ηλεκτρονικών υπολογιστών ως μέσο δημιουργίας των έργων τέχνης του. Ο Ρόμπιν ανήκει στο καλλιτεχνικό κίνημα Μοτίβο και Διακόσμηση ("Pattern and Decoration), ενώ μπορεί να θεωρηθεί ως πρωτοπόρος όταν πρόκειται για την απεικόνιση, μέσω υπολογιστή, της τετραδιάστατης γεωμετρίας και ημικρυσταλλικό (quasicrystal) χώρο. Συγκεκριμένα, ο Robbin έχει αναπτύξει προγράμματα περιστροφής, κατάλληλα για τετραδιάστατες δομές, ικανές να δώσουν μια διαισθητική αίσθηση του τρόπου λειτουργίας των τετραδιάστατων και των quasicrystal χώρων.

Από το 1974, ο Ρόμπιν έχει παρουσιάσει πάνω από 25 προσωπικές εκθέσεις ζωγραφικής και γλυπτικής, ενώ έχει συμμετάσχει σε περισσότερες από 100 συλλογικές εκθέσεις σε όλο τον κόσμο. Είναι επίσης συγγραφέας τεσσάρων βιβλίων: "Fourfield: Computers, Art, & the 4th Dimension" (1992); "Engineering A New Architecture" (1996); "Shadows of Reality", (2006); and "Mood Swings A Painters Life" (2011).

11

Όπως γράφτηκε στην επίσημη ιστοσελίδα του καλλιτέχνη: «Η εγγύτητα του Ρόμπιν με την μαθηματική κοινότητα τον οδήγησε στη γεωμετρία quasicrystal, ένα παράγωγο τετραδιάστατης γεωμετρίας με πραγματικά αξιόλογες οπτικές ιδιότητες. Αποφάσισε ότι η αρχιτεκτονική ήταν η προτιμώμενη μορφή τέχνης για αυτή τη νέα ιδέα. Κατέχει το δίπλωμα ευρεσιτεχνίας για την εφαρμογή της γεωμετρίας Quasicrystal στην αρχιτεκτονική και έχει διδάξει και γράψει τόσο ευρέως σχετικά με την ιδέα που τώρα μελετάται σε σχολές αρχιτεκτονικής, κυρίως στην Ευρώπη» (Διαδικτυακή Πηγή :<http://tonyrobbin.net/work.htm> ).

**ο Για περισσότερες πληροφορίες σχετικά με το έργο του Ρόμπιν, μπορείτε να μελετήσετε περαιτέρω την επίσημη ιστοσελίδα του:**



<http://tonyrobbin.net/>

ο Οι ταινίες / βίντεο που παρουσιάζουν διαλέξεις, ομιλίες κλπ. του Ρόμπιν μπορούν επίσης να βρεθούν στην επίσημη ιστοσελίδα του:



<http://tonyrobbin.net/film.html>





Εικόνες: Τα έργα τέχνης του Tony Robin τα οποία έχουν ανακτηθεί από την επίσημη ιστοσελίδα του

## Τσαρλς Ο. Πέρρυ (Charles O. Perry)

«Το εύρος της έκφρασης που είναι δυνατόν με τα μαθηματικά ως κλάδος είναι σχεδόν ατελείωτο. Ο πραγματικός λόγος που ασχολούμαι με τα μαθηματικά είναι ότι αυτό με ενθουσιάζει. Ακριβώς όπως ταξιδεύει το μυαλό μου όταν ακούω τον Μπαχ, έτσι οι εκλεκτοί φυσικοί νόμοι της φόρμας χτυπάνε μια χορδή μέσα μου. Η εικαστική γλυπτική είναι συχνά εκπληκτικά όμορφη, αλλά δεν είμαι φτιαγμένος για να το κάνω αυτό». Charles O. Perry (απόσπασμα που ανακτήθηκε από: <http://symmetry-us.com/Journals/perry/p16.htm>)

13

Ο Τσαρλς Ο. Πέρρυ (Charles O. Perry) (1929-2011) ήταν γεννημένος στις ΗΠΑ, ήταν γλύπτης, αρχιτέκτονας και σχεδιαστής, γνωστός για τα μεγάλα και μαθηματικά εμπνευσμένα γλυπτά του, τα οποία βρίσκονται σε δημόσιους κήπους και πλατείες γλυπτικής στις Ηνωμένες Πολιτείες, την Αυστραλία, τη Σαουδική Αραβία, τη Σιγκαπούρη και την Ιαπωνία, ενώ ορισμένα από αυτά αποτελούν τμήματα ιδιωτικών συλλογών ανά τον κόσμο. Ένα από τα πιο γνωστά μαθηματικά γλυπτά του είναι το «Continuum», το οποίο βασίστηκε στην ιδέα της ταινίας Möbius και τοποθετήθηκε στην είσοδο του Εθνικού Μουσείου Αεροπορίας και Διαστήματος του Smithsonian στην Ουάσινγκτον.



Εικόνα: 'Continuum', 1976, έχει τοποθετηθεί στην είσοδο του Εθνικού Μουσείου Αεροπορίας και Διαστήματος του Smithsonian στην Ουάσινγκτον (Εικόνα που ανακτήθηκε από το: <https://www.nytimes.com/2011/02/11/arts/design/11perry.html>)

Όπως γράφεται στον επίσημο ιστότοπο του καλλιτέχνη, η "διαισθητική διερεύνηση των μεταβλητών της φύσης" του Πέρρυ, αποτελεί το εφαλτήριο για πολλές από τις έννοιές του. Πιστεύοντας ότι το γλυπτό πρέπει να σταθεί με δική του αξία χωρίς να χρειάζεται εξήγηση, το έργο του Πέρρυ έχει μια κομψότητα μορφής που καλύπτει τη μαθηματική και επιστημονική πολυπλοκότητα της γένεσής του. Έχει διδάξει για τα μαθηματικά και την τέχνη σε συνέδρια σε όλο τον κόσμο» (Διαδικτυακή πηγή: <http://www.charlesperry.com/>).

14

Στο άρθρο του «Μορφολογία στη Γλυπτική», ο Πέρρυ ανέλυσε μερικά σημεία διασταύρωσης μεταξύ των μαθηματικών, της γλυπτικής και της αρχιτεκτονικής. Όπως περιέγραψε, «η (Μ)ορφολογία είναι μια συναρπαστική επιστήμη. Αυτά είναι τα μαθηματικά όλου του υλικού μας κόσμου, της αρχιτεκτονικής και της γλυπτικής της φύσης (και εμάς). Η δουλειά μου ξεκινά πάντα υπό αυτή την κατεύθυνση. Τρία από τα πρόσφατα έργα στα οποία έχω εργαστεί στοχεύουν στην αλληλεπίδραση των μαθηματικών με τη γλυπτική και την αρχιτεκτονική. Αυτή ήταν μια ασυνείδητη προσπάθεια, για μένα είναι ακριβώς ο τρόπος με τον οποίο το γλυπτό "θέλει να είναι". Η αντιληπτική σκοπιά της δουλειάς μου προσπαθεί πάντα να φτάσει στο πίσω μέρος του εγκεφάλου μας και να ψιθυρίσει "τι σημαίνει αυτό;" (Διαδικτυακή πηγή: <http://nyjm.albany.edu/am/1997/Perry.pdf>)

ο Για περισσότερες πληροφορίες σχετικά με το έργο του Charles O. Perry, μπορείτε να επισκεφθείτε την επίσημη ιστοσελίδα του



<http://www.charlesperry.com/>

ο Μπορείτε επίσης να παρακολουθήσετε τα παρακάτω βίντεο:



<https://www.youtube.com/watch?v=zgbx83l9kNg>

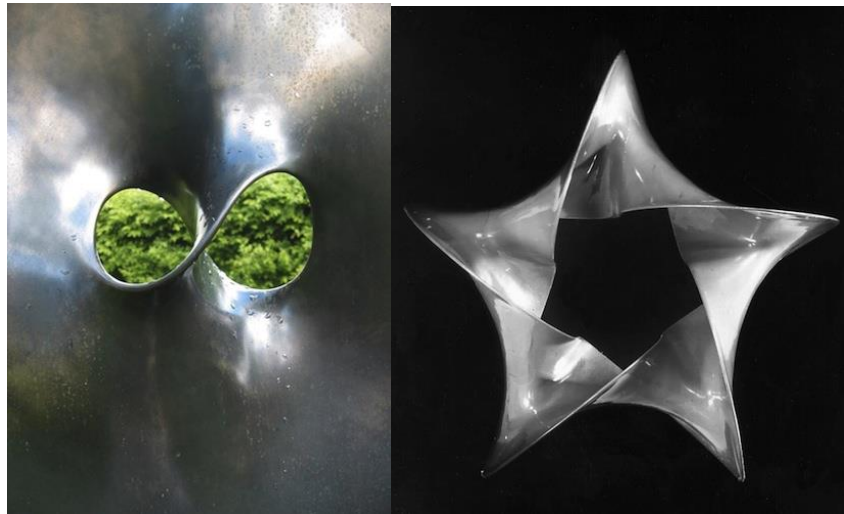
[https://www.youtube.com/watch?v=wI4RlhBkjEk&list=PLYyL528E9libFic4EoX\\_ik\\_7IFcUNohX3&index=2](https://www.youtube.com/watch?v=wI4RlhBkjEk&list=PLYyL528E9libFic4EoX_ik_7IFcUNohX3&index=2)



Εικόνα: Έργα του Charly O. Perry (Αριστερά: Solstice; Δεξιά: Equinox)



Εικόνα: Charles O. Perry, Solar Cantata



Εικόνα: Αριστερά: Charles O. Perry, *Infinity*; Δεξιά: Charles O. Perry, *Star Mobius*

## Νταϊνα Ταϊμίνα (Daina Taimina)

Η Λετονή μαθηματικός Νταϊνα Ταϊμίνα (1954) εργάζεται ως καθηγήτρια στο Πανεπιστήμιο Cornell. Η Ταϊμίνα αποτελεί μια αξιόλογη μαθηματικό-καλλιτέχνη με την εστίασή της στην κατασκευή χειροτεχνιών που βασίζονται στην υπερβολική γεωμετρία. Με την ανάληψη χειροτεχνιών από την πρώιμη παιδική της ηλικία, όταν μάθαινε πώς να πλέκει, η Ταϊμίνα μεταμορφώνει επιτυχώς επιφάνειες φτιαγμένες από βελονάκι σε συμμετρικά επίπεδα υπερβολικής γεωμετρίας. Τα αξιόπαινα αισθητικά της αριστουργήματα μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν ως παιδαγωγικό εργαλείο, για να βοηθήσουν τους μαθητές να αποκτήσουν διαισθητικά μια κατανόηση της μη-Ευκλείδειας γεωμετρίας. Συγκεκριμένα, η Ταϊμίνα μαζί με τον σύζυγό της, Δρ. Ντέιβιντ Χέντερσον, καθηγητή μαθηματικών στο Cornell, παρουσίασαν την παιδαγωγική εφαρμογή μιας τέτοιας καινοτομίας, αναπαριστώνοντας μαθηματικά μοντέλα με κροσέ (βελονάκι). Τέτοια παραδείγματα χρησιμοποιήθηκαν στα βιβλία γεωμετρίας, όπως: "Βιώνοντας τη γεωμετρία: Ευκλείδεια και μη Ευκλείδεια με ιστορία".

16

Μέσα από την παρουσίαση της Ταϊμίνα σχετικά με τον χώρο στην υπερβολική γεωμετρία και τη συσχέτισή της με τη φύση, η οποία απευθύνεται στο ευρύ κοινό αλλά και στους καλλιτέχνες και τους παραγωγούς κινηματογραφικών ταινιών, κατάφερε να





διαδώσει τα μαθηματικά και ιδιαίτερα την προηγμένη έννοια της υπερβολικής γεωμετρίας.

Το 2005, η Ταιμίνα διοργάνωσε έκθεση με τίτλο "Όχι το πλέξιμο που ξέρεις", η οποία έλαβε χώρα στην γκαλερί τέχνης "Eleven Eleven Space Sculpture" στην Ουάσινγκτον, DC. Έχει επίσης εκθέσει το έργο της σε άλλες γκαλερί στις ΗΠΑ, καθώς και ορισμένες ευρωπαϊκές χώρες, όπως στη Λετονία, το Βέλγιο, το Ηνωμένο Βασίλειο, την Ιρλανδία και την Ιταλία. Το έργο τέχνης αποτελεί μέρος σημαντικών εκθέσεων και συλλογών διάσημων ιδρυμάτων, συμπεριλαμβανομένων πανεπιστημίων, όπως η Αμερικανική Συλλογή Μαθηματικών Μοντέλων του Μουσείου Smithsonian, το Εθνικό Μουσείο Σχεδιασμού και το Ινστιτούτο Henri Poincare.

ο Για περισσότερες πληροφορίες, παρακολουθήστε την ομιλία της Daina Taimina με τίτλο "Crocheting Hyperbolic Planes" για το TEDx, χρησιμοποιώντας το σύνδεσμο



<https://www.youtube.com/watch?v=w1TBZhd-sN0>

17

ο Επιπλέον, παρακολουθήστε τη διάλεξή της στις 16/05/17 "Μελέτα μαθηματικά και ... Θα γίνεις καλλιτέχνης" στους παρακάτω συνδέσμους:



[https://crochetcoralreef.org/contributors/daina\\_taimina.php](https://crochetcoralreef.org/contributors/daina_taimina.php)

<http://pi.math.cornell.edu/~dtaimina/>





Εικόνες: Ανακτήθηκαν από την επίσημη ιστοσελίδα της καλλιτέχνιδος

## Χηρόση Χιροσίμου (Hiroshi Sugimoto)

Ο Hiroshi Sugimoto είναι Ιάπωνας φωτογράφος και αρχιτέκτονας, ο οποίος γεννήθηκε στο Τόκιο, Ιαπωνία, το 1948. Παρόλα αυτά, ήταν ευρέως διάσημος για τις φωτογραφίες του σε στυλ ζωγραφικής. Σύμφωνα με τη βιβλιογραφία, ο Χιροσίμου αντλεί έμπνευση από τον Marcel Duchamp, ο οποίος επικεντρώνεται στη μηχανική του χώρου, καθώς και από τον Man Ray που φωτογράφησε μαθηματικά μοντέλα τον 19ο αιώνα.

18

Μέσω της έκθεσης του Λονδίνου "Conceptual Forms", ο Χιροσίμου παρουσίασε μια σειρά ασπρόμαυρων φωτογραφιών που απεικονίζουν τόσο μαθηματικά μοντέλα όσο και μηχανικά εργαλεία, αξιοσημείωτα για τη μεγάλη τους κλίμακα. Αυτή η έκθεση εμπνεύστηκε από τα μαθηματικά και τη νεωτεριστική γλυπτική. Στερεομετρικά μοντέλα γύψου, που απεικονίζονται στο έργο του Χιροσίμου, δημιουργήθηκαν τον 19ο αιώνα, έτσι ώστε να χρησιμοποιηθούν ως παιδαγωγικά εργαλεία που παρέχουν στους μαθητές μια καλύτερη κατανόηση των τριγωνομετρικών τύπων. Από την άλλη πλευρά, τα απεικονιζόμενα (φωτογραφικά) μηχανικά εργαλεία είχαν κατασκευαστεί με στόχο να παρουσιάσουν μερικές από τις πιο θεμελιώδεις κινήσεις, χαρακτηριστικές των σύγχρονων μηχανημάτων.

Όπως έχει σημειωθεί στην ιστοσελίδα της Gagosian Gallery, ο Χιροσίμου άρχισε να εργάζεται σε αυτό το έργο ως απάντηση στο "The Bride Stripped Bare από το Bachelors,

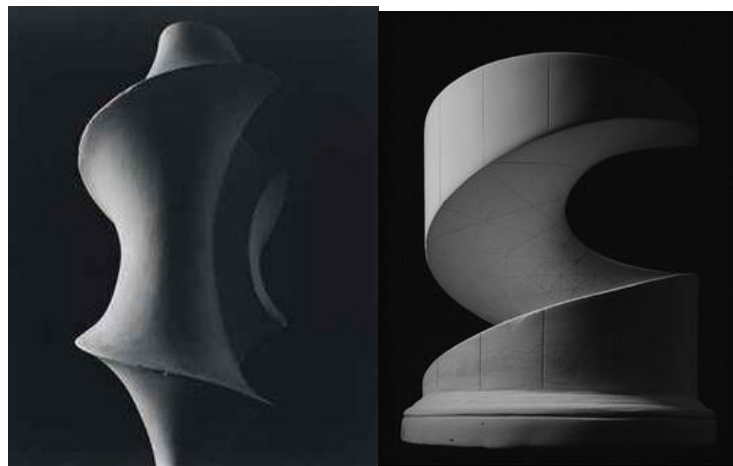


Even (The Large Glass)" του Marcel Duchamp. Στις φωτογραφίες του Σουγκιμότο, οι υγρές καμπυλόγραμμες μορφές των μαθηματικών μοντέλων (εκείνα τα αντικείμενα που θυμίζουν τη «Νύφη») και οι άκαμπτες, έντονα οριοθετημένες μορφές των μηχανικών μοντέλων (οι μηχανικοί που συνδέονται με τους «Εργένηδες») γίνονται αφηρημένα γλυπτά, μεταξύ της επιστήμης και της γνώσης και της σχέσης τους με την τέχνη "(πηγή: <https://gagosian.com/exhibitions/2005/hiroshi-sugimoto-conceptual-forms/>).

ο Αν θέλετε να μάθετε περισσότερα για το μαθηματικό έργο του Σουγκιμότο, παρακολουθήστε το παρακάτω βίντεο, που σχετίζεται με τις εννοιολογικές του μορφές και τα μαθηματικά μοντέλα, μέσα από τα οποία συζητείται εν συντομία η έννοια του άπειρου.



[https://www.youtube.com/watch?v=ax\\_i65W8Fhk](https://www.youtube.com/watch?v=ax_i65W8Fhk)





Εικόνα: Hiroshi Sugimoto; Εννοιολογικές Μορφές



## Τα Μαθηματικά πίσω από τις εκθέσεις

Γνωρίστε τις μαθηματικές έννοιες που παρουσιάζονται στην σύγχρονη έκθεση

- ο **ΤΕΤΡΑΔΙΑΣΤΑΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ**

Ένας τετραδιάστατος χώρος ή χώρος 4D είναι μια μαθηματική επέκταση της έννοιας του τρισδιάστατου ή του 3D χώρου. Ο τρισδιάστατος χώρος είναι η απλούστερη δυνατή αφαίρεση της παρατήρησης ότι χρειάζεται μόνο τρεις αριθμοί, που ονομάζονται διαστάσεις, για να περιγράψουμε τα μεγέθη ή τις θέσεις των αντικειμένων στον καθημερινό κόσμο. Για παράδειγμα, ο όγκος ενός ορθογώνιου κιβωτίου βρίσκεται με τη μέτρηση του μήκους, του πλάτους και του ύψους του (συχνά σημειώνονται ως  $x$ ,  $y$  και  $z$ ).

Το 4D, δηλαδή οι 4 κοινές διαστάσεις, είναι μια σημαντική ιδέα στη φυσική που αναφέρεται στον τρισδιάστατο χώρο (3D), ο οποίος προσθέτει τη διάσταση του χρόνου στις άλλες τρεις διαστάσεις μήκους, πλάτους και βάθους. Στη γεωμετρία, η τέταρτη διάσταση σχετίζεται με τις άλλες τρεις διαστάσεις, φαντάζοντας μια άλλη κατεύθυνση μέσα από το χώρο. Ακριβώς όπως η διάσταση του βάθους μπορεί να προστεθεί σε ένα τετράγωνο για να δημιουργηθεί ένας κύβος, η τέταρτη διάσταση μπορεί να προστεθεί σε ένα κύβο για να δημιουργηθεί ένα τεσσεράκτιο (τεσσάρων διαστάσεων αντικείμενο). Χρησιμοποιήστε τους παρακάτω συνδέσμους για να μάθετε περισσότερα σχετικά με τους τετραδιάστατους χώρους:

[https://www.pitt.edu/~jdnorton/teaching/HPS\\_0410/chapters/four\\_dimensions/index.html](https://www.pitt.edu/~jdnorton/teaching/HPS_0410/chapters/four_dimensions/index.html)

<https://www.youtube.com/watch?v=iGO12Z5Lw8s>

- ο **ΦΡΑΚΤΑΛΣ/ ΜΟΡΦΟΚΛΑΣΜΑΤΑ**

Ορισμός: καμπύλη ή γεωμετρική μορφή, κάθε τμήμα της οποίας έχει τον ίδιο στατιστικό χαρακτήρα με το σύνολο. Είναι χρήσιμα στις δομές μοντελοποίησης (όπως νιφάδες χιονιού) στις οποίες τα παρόμοια μοτίβα επανέρχονται σε προοδευτικά μικρότερες



κλίμακες και στην περιγραφή εν μέρει τυχαίων ή χαοτικών φαινομένων όπως η ανάπτυξη κρυστάλλων και ο σχηματισμός γαλαξιών.

Χρησιμοποιήστε τους παρακάτω συνδέσμους για να ανακαλύψετε και να παίξετε με μορφοκλάσματα: FRACTAL FOUNDATION: <https://fractalfoundation.org/about-us/>  
FRACTAL IN NATURE: [https://www.youtube.com/watch?v=GKYG\\_-HATI](https://www.youtube.com/watch?v=GKYG_-HATI)

### ο **ΤΕΧΝΗ ΜΕΣΩ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΗ/ΓΡΑΦΙΣΤΙΚΗ**

Η τέχνη των ηλεκτρονικών υπολογιστών αναφέρεται συνήθως σε οποιαδήποτε μορφή γραφικής τέχνης ή ψηφιακής απεικόνισης που παράγεται με τη βοήθεια ηλεκτρονικού υπολογιστή ή σε οποιοδήποτε είδος τέχνης στο οποίο τονίζεται ο ρόλος του υπολογιστή. Αυτός ο ευρύς ορισμός περιλαμβάνει επίσης παραδοσιακούς κλάδους που χρησιμοποιούν υπολογιστές - για παράδειγμα, περιλαμβάνει υπολογιστική κινητική τέχνη (ειδικά γλυπτική) ή ζωγραφική που παράγεται από υπολογιστή - καθώς και ισοδύναμες μορφές εφαρμοσμένης τέχνης (ηλεκτρονικά σχέδια, αρχιτεκτονική). Εν πάση περιπτώσει, είναι ο τελευταίος τύπος της σύγχρονης τέχνης - ένα είδος τελικού μεταμοντερνισμού (Ανακτήθηκε από: <http://64.130.23.120/computer-art.htm#definition>)

22

### ο **Η ΤΑΙΝΙΑ ΤΟΥ ΜΟΜΠΙΟΥΣ «MOBIUS STRIP»**

Το Mobius Strip είναι μια επιφάνεια με μία συνεχή πλευρά που σχηματίζεται με την ένωση των άκρων ενός ορθογωνίου μετά από το στρίψιμο του ενός άκρου κατά 180 °.

### ο **ΥΠΕΡΒΟΛΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ**

Υπερβολική Γεωμετρία είναι μια μη Ευκλείδεια γεωμετρία, που ονομάζεται επίσης γεωμετρία Λομπατσέφσκι-Γκάους (Lobachevsky-Bolyai-Gauss), με σταθερή εγκάρσια τομή -1. Αυτή η γεωμετρία ανταποκρίνεται σε όλα τα αξιώματα του Ευκλείδη, εκτός από το αξίωμα το παραλλήλων.

Στην υπερβολική γεωμετρία, το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι μικρότερο από 180 μοίρες και τα τρίγωνα με τις ίδιες γωνίες έχουν το ίδιο εμβαδόν. Επιπλέον, δεν έχουν όλα τα τρίγωνα το ίδιο γωνιακό άθροισμα. Δεν υπάρχουν όμοια τρίγωνα στην



υπερβολική γεωμετρία. Το πιο γνωστό παράδειγμα ενός χώρου στην υπερβολική γεωμετρία είναι οι σφαίρες στον τετραδιάστατο Λορεντζιανό χώρο (Πηγή: <http://mathworld.wolfram.com/HyperbolicGeometry.html>).

### ο ΕΥΚΛΕΙΔΕΙΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Η Ευκλείδεια γεωμετρία είναι βασισμένη στα αξιώματα του Ευκλείδη, ειδικότερα στον ισχυρισμό ότι μόνο μία γραμμή μπορεί να τραβηχτεί μέσω ενός δεδομένου σημείου παράλληλου προς μια δεδομένη γραμμή. Η Ευκλείδεια Γεωμετρία βασίζεται σε πέντε αξιώματα:

1. Είναι δυνατόν να σχεδιάσετε μια ευθεία γραμμή από οποιοδήποτε σημείο σε οποιοδήποτε σημείο
2. Εάν έχετε μια πεπερασμένη ευθεία γραμμή, είναι δυνατό να επεκταθεί σε οποιαδήποτε κατεύθυνση έως το άπειρο
3. Είναι δυνατό να σχεδιάσετε έναν κύκλο δεδομένου οποιουδήποτε κέντρου και ακτίνας
4. Όλες οι ορθές γωνίες είναι ίσες
5. Εάν μια ευθεία γραμμή τέμνει δύο ευθείες γραμμές, τότε αυτές οι δυο, εάν επεκταθούν επ' αόριστον θα τμηθούν απ'την μεριά που οι εσωτερικές γωνίες που σχηματίζονται έχουν άθροισμα μικρότερο από δύο κάθετες.

**Χρησιμοποιήστε το παρακάτω βίντεο για να ανακαλύψετε τα πέντε αξιώματα**

<https://www.youtube.com/watch?v=fv-mDpscZlo>

### ο ΣΤΕΡΕΟΜΕΤΡΙΑ

Η στερεομετρία ασχολείται με τις μετρήσεις των όγκων διαφόρων στερεών μορφών (τρισδιάστατες μορφές), συμπεριλαμβανομένων πυραμίδων, πρισμάτων και άλλων πολυέδρων, κυλίνδρων, κώνων, κοίλων κώνων και σφαιρών.



## Εργασία

Με βάση τα δεδομένα της ενότητας "Τα Μαθηματικά πίσω από τις εκθέσεις", ας προσπαθήσουμε να ταιριάξουμε τις μαθηματικές έννοιες που υποδεικνύονται στον ΠΙΝΑΚΑ Α με τις εικόνες στον ΠΙΝΑΚΑ Β, θεωρώντας ότι μόνο μία εικόνα αντιστοιχεί σε κάθε μαθηματική έννοια

### ΠΙΝΑΚΑΣ Α

α. Η ΤΑΙΝΙΑ ΤΟΥ ΜΟΜΠΙΟΥΣ «ΜΟΒΙΟΥΣ»

β. ΕΥΚΛΕΙΔΕΙΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

γ. ΣΤΕΡΕΟΜΕΤΡΙΑ

δ. ΥΠΕΡΒΟΛΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ε. ΤΕΤΡΑΔΙΑΣΤΑΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

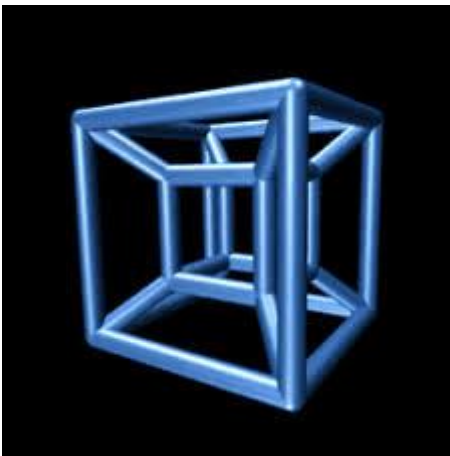
στ. ΜΟΡΦΟΚΛΑΣΜΑΤΑ

ζ. ΜΗ- ΕΥΚΛΕΙΔΙΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ



ΠΙΝΑΚΑΣ Β

1.

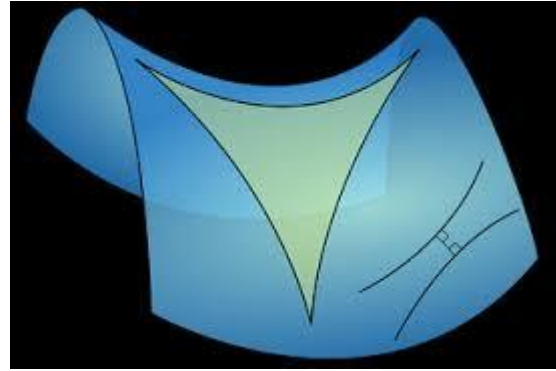


2.

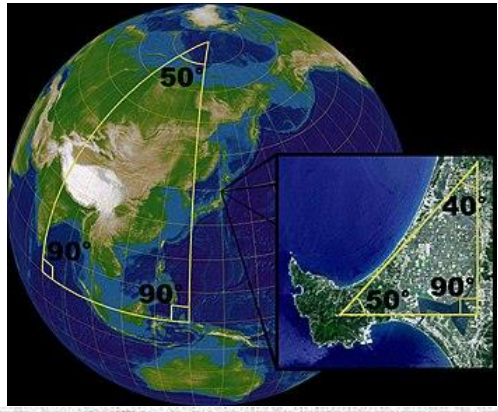


3.





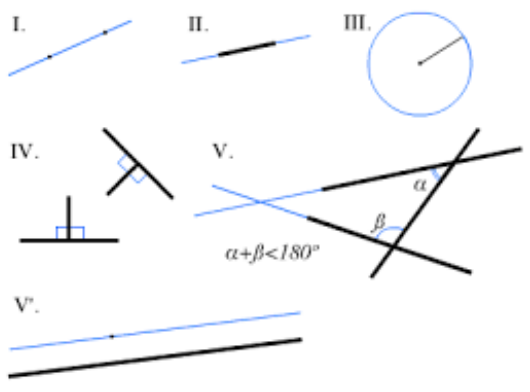
4.



5.



6.



7.