ΜΕΡΟΣ Ι: ΕΙΚΑΣΤΙΚΕΣ ΤΕΧΝΕΣ & ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΛΙΚΙΑΚΟ ΕΥΡΟΣ: 13-15

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 6: Η ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΤΕΧΝΗ ΤΟΥ M.C. ESCHER

C.I.P. Citizens In Power

TheArtOf Maths

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

Οδηγός Εκπαιδευτικού

Τίτλος: Η Μαθηματική τέχνη του M.C. Escher· μια ανασκόπηση του έργου του Escher από την οπτική γωνία των μαθηματικών

Ηλικιακό εύρος: 13-15 χρονών

Διάρκεια: 3 ώρες (Σημείωση: πρόκειται για διπλό εργαλείο που πρέπει να καλυφθεί σε διπλάσιο χρόνο σε σχέση με τα υπόλοιπα)

Μαθηματικές Έννοιες: κανονική διαίρεση του επιπέδου, συμμετρία, μεταφορά, ανάκλαση και περιστροφή, Πλατωνικά Στερεά

Καλλιτεχνικές Έννοιες: ξυλογραφία, λινογραφία, μαγιόλικα πλακίδια, μωσαϊκό, μαυριτανικά πλακίδια/ψηφιδωτά, μοτίβο, λιθογραφία

Γενικοί Σκοποί:

-Οι μαθητές να κατανοήσουν τον τρόπο με τον οποίο ο διάσημος καλλιτεχνής M.C. Escher ζωγράφιζε με βάση μαθηματικές θεωρίες και έννοιες για να μπορέσει να απεικονίσει –ακόμα και καλλιτεχνικά- τις γεωμετρικές απεικονίσεις από τις οποίες έχει χαρακτηριστεί το έργο του.

-Οι μαθητές να είναι ικανοί να κατανοήσουν τη μετάβαση από την *επίπεδη γεωμετρία* στη *στερεομετρία*, αντιμετωπίζοντας έτσι οποιαδήποτε δυσκολία που μπορεί να προκύψει κατά τη διάρκεια της διαδικασίας του σχεδιασμού στερεών στο επίπεδο, όπως ο κύβος, το παραλληλεπίπεδο, τα πρίσματα και τα πλατωνικά στερεά.

Οδηγίες και Μεθοδολογία: Έχοντας συζητήσει για τη ζωή του Escher κυρίως μέσα από τα έργα του, αυτό το εργαλείο μπορεί να βελτιώσει τον τρόπο αντίληψης και απεικόνισης του επιπέδου, μέσω της χρήσης των δύο προτεινόμενων εργασιών.

Συμβουλές για τον εκπαιδευτικό: Ο εκπαιδευτικός μπορεί σταδιακά να αρχίσει την εισαγωγή των βασικών μαθηματικών εννοιών με εύληπτο τρόπο, εφαρμόζοντας μια πιο διαισθητική προσέγγιση και παρουσιάζοντας παράλληλα τα έργα του Escher. Έπειτα, ο εκπαιδευτικός πρέπει να εξηγήσει στους μαθητές τις μαθηματικές θεωρίες και έννοιες κάνοντας μια ανάλυση σε αυτές υπό το πρίσμα της ενότητας «Τα Μαθηματικά πίσω από την τέχνη του Escher».

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

Πηγές: Αυτό το εργαλείο παρέχει εικόνες και βίντεο των έργων του καλλιτέχνη. Επίσης περιλαμβάνει απτά παραδείγματα που επεξηγούν τις μαθηματικές και καλλιτεχνικές έννοιες, καθώς και επιπλέον βιβλιογραφικές πηγές και βίντεο για περαιτέρω μελέτη και ανάπτυξη μικρών πρότζεκτ.

Επιθυμητά αποτελέσματα και δεξιότητες:

(i) Οι μαθητές θα έχουν κατανοήσει τον τρόπο με τον οποίον ο Escher δανείζεται από τη μαθηματική θεωρία προκειμένου να δομήσει τις καλλιτεχνικές δημιουργίες του, διερευνώντας έτσι τα κοινά σύνορα της τέχνης και της επιστήμης.

(ii) Οι μαθητές θα έχουν εξασκηθεί στο πώς απεικονίζονται τα τρισδιάστατα στερεά στο επίπεδο, αποκτώντας έτσι την ικανότητα να αντιλαμβάνονται καθαρά και να αναπαριστάνουν την έννοια του τρισδιάστατου χώρου.

Άσκηση αξιολόγησης του εργαλείου:

Ως μέρος συλλογισμού και/ή διαμορφωτικής αξιολόγησης (= για τη βελτίωση του εργαλείου για την επόμενη φορά σύμφωνα με το υπόβαθρο των μαθητών, το ενδιαφέρον, την ακριβή ηλικία, τον πολιτισμό της χώρας, την προγενέστερη γνώση των μαθητών κτλ.) ο εκπαιδευτικός μπορεί να χρησιμοποιήσει αυτές τις κάρτες, κάποιες φορές αποκαλούνται ΚΑΡΤΕΣ ΕΞΟΔΟΥ, είτε σε έντυπη μορφή που θα έχει ετοιμάσει νωρίτερα είτε θέτοντας αυτά τα ερωτήματα στον πίνακα και οι μαθητές μπορούν να γράψουν τις απαντήσεις σε ένα χαρτί το οποίο θα αφήσουν κατά προτίμηση ανώνυμο πριν αποχωρήσουν από την αίθουσα. Η συγκεκριμένη διαμορφωτική στρατηγική ονομάζεται 3,2,1. Για περισσότερες στρατηγικές μπορείτε να επισκεφτείτε: https://www.bhamcityschools.org/cms/lib/AL01001646/Centricity/Domain/131/70%20Formative%20Assessments.pdf

3-2-1	
Γράψτε 3 πράγματα που σας άρεσαν σε αυτό το εργαλείο	1. 2. 3.

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

Γράψτε δύο πράγματα που μάθατε	1. 2.
Γράψτε ένα στοιχείο που θα μπορούσε να βελτιωθεί	1.

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

Εισαγωγή

Αν και η μαθηματική αντίληψη του Ολλανδού καλλιτέχνη M.C. Escher είναι ευρέως γνωστή, μόνο μια μικρή μειονότητα από εκείνους που τον θαυμάζουν έχουν πραγματικά εντρυφήσει στις μαθηματικές έννοιες που ενυπάρχουν στα έργα του. Ο Escher είχε σίγουρα αλληλεπιδράσει με μαθηματικούς κατανοώντας πρώτα και στη συνέχεια δανείζοντας μαθηματικά σχήματα, με στόχο να τα ενσωματώσει στα έργα τέχνης του. Χρησιμοποιούσε κυρίως γεωμετρικές αναπαραστάσεις, όπως κανένας άλλος καλλιτέχνης δεν έκανε μετά την Αναγέννηση, πλησιάζοντας ακόμη και αφηρημένες μαθηματικές έννοιες μέσω οπτικών μεταφορών. Ο Escher επέμεινε στην απεικόνιση του απείρου αφού διεξήγαγε τη δική του μαθηματική έρευνα σε σχετικές θεωρίες, δημιουργώντας έτσι κανάλια αμφίδρομης επικοινωνίας και συνδιαλλαγής με ευρέως αναγνωρισμένους μαθηματικούς, όπως ο Pólya, ο Penrose και ο Coxeter, ενώ οι τελευταίοι πολλές φορές οδηγήθηκαν σε περαιτέρω θεωρητικές μελέτες και ανακαλύψεις, εμπνευσμένοι από τον εναλλακτικό τρόπο που ο Escher προσέγγιζε τα μαθηματικά αντικείμενα.

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

Τα μαθηματικά έργα τέχνης του Escher

Ο M.C. Escher γεννήθηκε στο Λεουβάρντεν (1898) και μεγάλωσε στο Άρνεμ της Ολλανδίας. Προερχόταν από μια οικογένεια γεμάτη από επιστήμονες· ο πατέρας του ήταν πολιτικός μηχανικός, ενώ τα τέσσερα αδέλφια του είχαν όλα επιστημονικό υπόβαθρο. Όπως περιγράφει ο Schattschneider στο ερευνητικό έργο του για τον Escher, «η ατμόσφαιρα του σπιτιού μπορεί να έχει εμφυσήσει μέσα του ορισμένες συνήθειες επιστημονικής έρευνας, συμπεριλαμβανομένου της υπομονετικής, μεθοδικής προσέγγισης που θα χαρακτήριζε το μεταγενέστερο έργο του. Επίσης, τα νεαρά αγόρια (ο Escher και οι αδελφοί του) συνήθιζαν να λαμβάνουν τακτικά μαθήματα στις τεχνικές ξυλουργικής, οι οποίες αργότερα θα γίνονταν πολύ χρήσιμες για τον Escher στο να κάνει ξυλογραφίες».

Εικόνα 1: Skull, 1919 ή 1920; από τη συλλογή ξυλογραφιών και χαρακτικής σε ξύλο του M.C., Πρώτα έργα, 1916-1921[Ανακτήθηκε από [http://www.eschersite.com/EscherSite/Basalt_Rocks_Escher_31.html]

Η σχολική του ζωή μπορεί να ήταν λιγότερο χρήσιμη από την ζωή του στο σπίτι. Ανακαλώντας τα σχολικά του χρόνια, ο Escher κάποτε ομολόγησε: «Ήμουν ένας εξαιρετικά αδύναμος μαθητής στην αριθμητική και την άλγεβρα, και εξακολουθώ να αντιμετωπίζω μεγάλες δυσκολίες με την αφαιρετικότητα των αριθμών και των

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

γραμμάτων. Ήμουν ελαφρώς καλύτερος στη στερεομετρία επειδή έλκυε τη φαντασία μου, αλλά ακόμη και σε αυτό το μάθημα δεν αρίστευσα ποτέ στο σχολείο». Ωστόσο ο μικρός Escher ήταν καλός στο σχέδιο και ο δάσκαλος των καλλιτεχνικών του γυμνασίου τον ενθάρρυνε να φτιάχνει λινογραφίες (Schattschneider, 2010, σελ. 706).

(**Εικόνες 2-4:** Ανακτήθηκαν από: https://www.mcescher.com/gallery/)

Ο M.C. Escher έγινε δεκτός να σπουδάσει αρχιτεκτονική στη σχολή Αρχιτεκτονικής και Διακοσμητικών Τεχνών του Χάρλεμ. Ωστόσο ήταν ο δάσκαλός του, Samuel Jessurun de Mesquita, ο οποίος σύντομα τον ενθάρρυνε να αλλάξει σπουδές και να επικεντρωθεί σε ένα μάθημα γραφικού σχεδίου. Μετά την αποφοίτησή του, το 1922, ο Escher ταξίδεψε στην Ιταλία και την Ισπανία, όπου επικεντρώθηκε στην απεικόνιση τοπίων, κτιρίων, καθώς και σε ορισμένα μέρη της φύσης. Κατά τη διάρκεια του ταξιδιού του στην Αλάμπρα (Γρανάδα, Ισπανία), ο Escher εμπνεύστηκε από τη γεωμετρική αισθητική που διακοσμούσε τα μαγιόλικα πλακίδια, και ιδιαίτερα από τον τρόπο κατασκευής των πλακιδίων σε αυτή την περιοχή, ξεκινώντας έτσι στο σχεδιασμό των δικών του συλλογών.

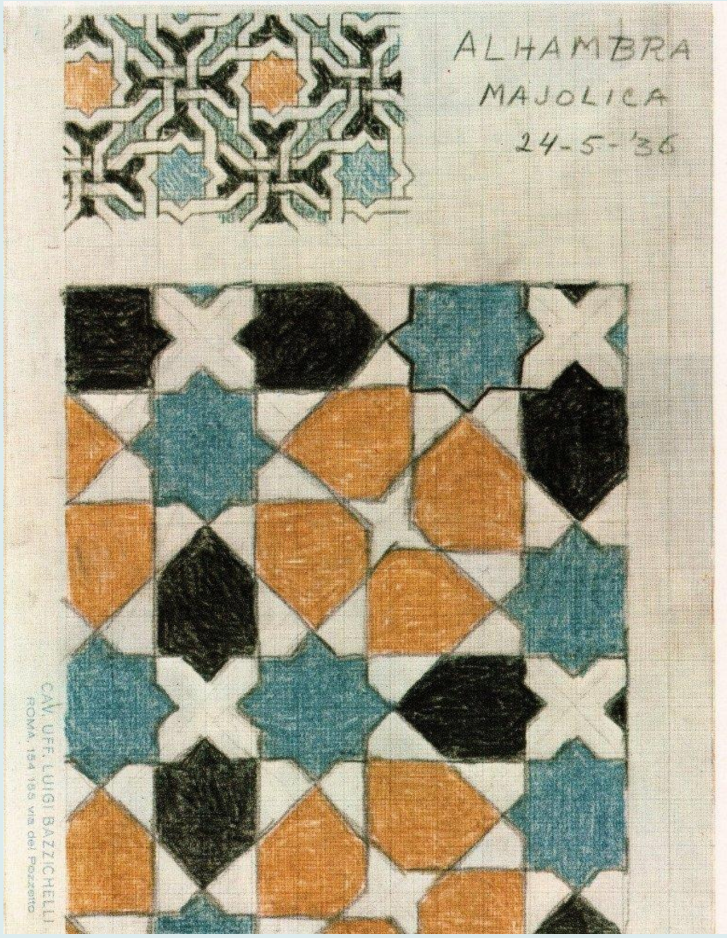
Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

Κατά συνέπεια, τη δεκαετία του 1920 και όπως περιγράφει ο Schattschneider, ο M.C. Escher «παρήγαγε μερικά περιοδικά "μωσαϊκά" με ένα ενιαίο σχήμα, μερικά εκ των οποίων ήταν τυπωτά με το χέρι σε μετάξι. Σε αντίθεση με τα μαυριτανικά πλακίδια που είχαν πάντα γεωμετρικά σχήματα, τα σχήματα των πλακιδίων του Escher (τα οποία ονομάζονταν "μοτίβα") έπρεπε να είναι αναγνωρίσιμα (στην ουσία) ως πλάσματα, έστω και μόνο της φαντασίας. Αυτές οι πρώτες απόπειρες δείχνουν ότι είχε καταλάβει (τουλάχιστον ενστικτωδώς) πώς να χρησιμοποιεί τα αξιώματα ισότητας - διατηρώντας τους μετασχηματισμους – στις μεταφορές , τις ημιστροφές (περιστροφές 180 °), τις ανακλάσεις και τις ολισθαίνουσες ανακλάσεις- για να δημιουργήσει τις πλακοστρώσεις του»(Schattschneider, 2010, p .707).

Εικόνα 5: Τα μαυριτανικά ψηφιδωτά της Αλάμπρα ενέπνευσαν το έργο του Escher με τις πλακοστρώσεις του επιπέδου.

Αφού παντρεύτηκε το 1924, συνέχισε να κάνει ταξίδια στη νότια Ιταλία με σκοπό να χρησιμοποιήσει κάποια στοιχεία σχεδιασμού στα σχέδια για λιθογραφίες και ξυλογραφίες, ενώ το 1936 αποφάσισε να μετακομίσει με την οικογένειά του στην Ελβετία λόγω της ανόδου του ιταλικού φασισμού . Σε ένα από τα οικογενειακά του ταξίδια στην Αλάμπρα, ο Escher σκιαγράφησε τις μαγιόλικες πλακοστρώσεις της Αλάμπρα.

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.



Εικόνα 6: Σχέδια που ο Escher έκανε το 1936, καθώς ήταν εμπνευσμένος από τις μαγιόλικες πλακοστρώσεις της Αλάμπρα. Χρησιμοποίησε μολύβι και ξυλομπογιά

(Ανακτήθηκε από: http://pi.math.cornell.edu/~mec/Winter2009/Mihai/section8.html)

Αυτή ήταν η δεύτερη φορά που ο Escher είχε επισκεφθεί την Αλάμπρα, ενώ αυτή η στιγμή θα μπορούσε να θεωρηθεί ως σημείο καμπής για το έργο του, από την άποψη τόσο του στυλ του όσο και των θεματικών πεδίων από τα οποία είχε συνηθίσει να εμπνέεται. Το γεγονός αυτό μπορεί να αποδοθεί στην αντικατάσταση των σκιαγραφημένων «τοπίων», που προέκυψαν από διάφορες επιρροές από τη φύση, τα ζώα και την αρχιτεκτονική, από τα αποκαλούμενα «νοητικά τοπία», εστιάζοντας έτσι περισσότερο στη γεωμετρική σχέση των πλακιδίων μεταξύ τους, όπως στους τρόπους δημιουργίας συμμετρικών σχεδίων αλληλοσυνδεδεμένων μοτίβων.

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

Εικόνες 7-11: Πίνακες ζωγραφισμένοι με νερομπογιές του Escher που παρουσιάζουν την έννοια της συμμετρίας μέσα από συμμετρικά σχέδια μπερδεμένα σε μοτίβα (1938-1950)

(**Εικόνες 7-11**: Ανακτήθηκαν από: https://www.mcescher.com/gallery/symmetry/)

Με άλλα λόγια, ο Escher άρχισε να ενσωματώνει τα επινοήματα της δικής του φαντασίας, ενώ ταυτόχρονα βιώνε την εσωτερική του ανάγκη για περαιτέρω μελέτη των επιστημονικά αποδεδειγμένων θεωριών των μαθηματικών, της γεωλογίας και της κρυσταλλογραφίας. Όπως φαίνεται τα μαυριτανικά γεωμετρικά σχέδια, τα οποία για θρησκευτικούς λόγους είχαν πλήρη απουσία κάθε ανθρώπινης μορφής, προσέλκυσαν σε μεγάλο βαθμό τον καλλιτέχνη. Θεωρητικά τέτοια σχέδια θα μπορούσαν να συνεχίσουν μέχρι το «άπειρο».

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

Κατά συνέπεια, από αυτή την περίοδο, οι εικόνες του Escher ενσωματώνουν κυρίως γεωμετρικό σχεδιασμό· έκανε χρήση αντιφάσεων, ενώ τα χαρακτικά έργα του έτειναν να προσεγγίζουν έναν «απεριόριστο χρόνο και χώρο».

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

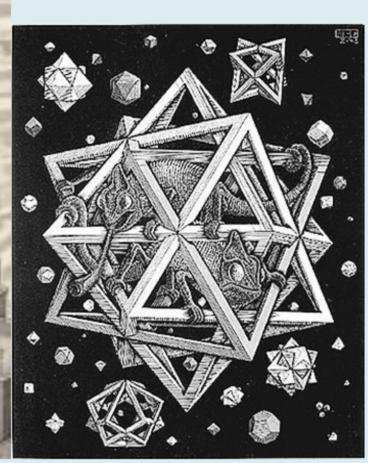
Erasmus+

Συμμετρία και πλατωνικά στερεά

Ο Escher δούλεψε ως επί το πλείστον με συμμετρίες, κύκλους και σφαίρες στο χώρο, κατοπτρικές εικόνες, αναστροφές, περιστροφές, σχετικότητες, καθώς και με τις αντιθέσεις μεταξύ του επιπέδου και του χώρου.

Συχνά ενσωμάτωνε στα έργα του τρισδιάστατα αντικείμενα, τα λεγόμενα πλατωνικά στερεά, όπως σφαίρες, κύβους και τετράεδρα. Χρησιμοποιούσε επίσης κυλίνδρους και αστεροειδή πολύεδρα, ενώ πολλές φορές συνήθιζε να κάνει συνδυασμούς δισδιάστατων σχημάτων με τρισδιάστατα σχήματα, εστιάζοντας στην έννοια της διαστατικότητας. Κατά συνέπεια, το έργο του πυροδότησε το ενδιαφέρον φημισμένων μαθηματικών, όπως για παράδειγμα ο Doris Schattschneider και ο Roger Penrose, οι οποίοι επικεντρώθηκαν σε γεωμετρικές παραμορφώσεις.

Για παράδειγμα, στο έργο του «Waterfall» (1961) μπορούμε να παρατηρήσουμε δύο σύνθετα πολέδρα, δηλαδή μια ένωση τριών κύβων και ενός αστεροειδούς ρομβικού δωδεκάεδρου, που βρίσκονται στην κορυφή ενός ανέφικτου κτιρίου (Εικόνα 6). Το τελευταίο (ρομβικό δωδεκάεδρο) είναι γνωστό ως στερεό του Escher, το οποίο είχε επίσης χρησιμοποιηθεί στο έργο του «Stars» (1948) στο οποίο ενσωματώνονται και τα πέντε πλατωνικά στερεά, σε συνδυασμό με άλλα αστεροειδή στερεά που αναπαριστούν αστέρια (Εικόνα 6).



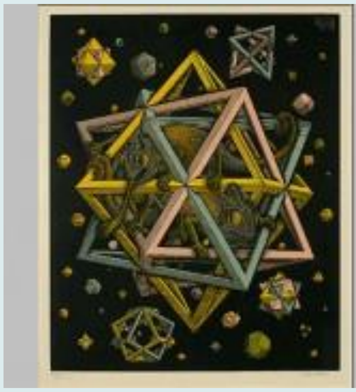
Εικόνα 12: Waterfall, 1961 Λιθογραφία

Εικόνα 13: Stars, 1948, Χαρακική σε ξύλο

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

(**Εικόνες 12-13**: Ανακτήθηκαν από: https://www.mcescher.com/gallery/impossible-constructions/)

Παρακάτω μπορείτε να δείτε έργα τέχνης που προέρχονται από τη μαθηματική συλλογή του Escher, στην οποία είχε χρησιμοποιήσει στερεομετρικές μορφές, όπως δακτύλιους και σφαίρες, μέσω μιας σύγκρουσης μεταξύ του επιπέδου και του χώρου.

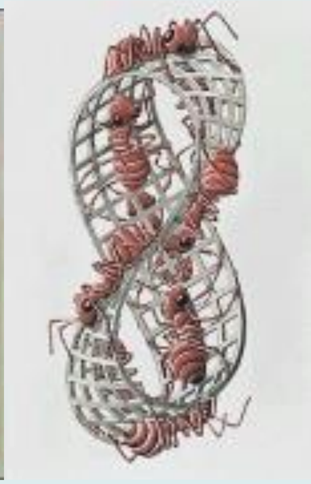


Εικόνα 14: 'Stars', 1948, ξυλογραφία με χρώμα

Εικόνα 15: 'Concentric Rinds, 1953, χαρακτική σε ξύλο

Εικόνα 16: Sphere Spirals, 1958, Ξυλογραφίες με γκρι, μαύρο, κίτρινο και ροζ χρώμα, τυπωμένη από 4 κομμάτια

Εικόνα 17: Sphere surface with fish, 1958, ξυλογραφία με γκρι, χρυσό και κοκκινο-καφέ χρώμα, τυπωμένη από 3 κομμάτια



Εικόνα 18: Mobius Strip II, 1963, Ξυλογραφία με κόκκινο χρώμα

Εικόνα 19: Knots, 1965, Ξυλογραφία με κόκκινο, πράσινο και καφέ χρώμα, τυπωμένη από 3 κομμάτια

(**Εικόνες 14-19**: Ανακτήθηκαν από: https://www.mcescher.com/gallery/mathematical/)

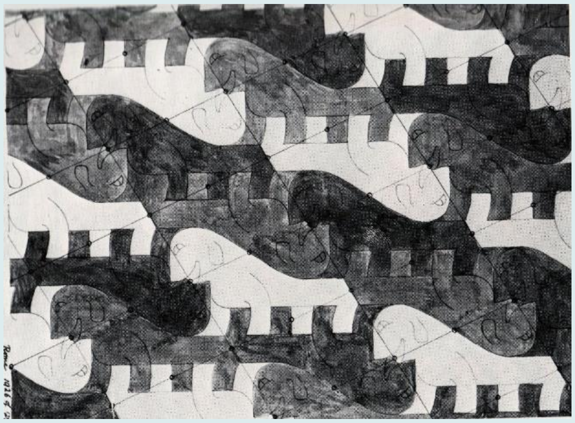
Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

Η «Κανονική διαίρεση του επιπέδου» μέσα από μαθηματικά μοτίβα

ο Escher είναι γνωστός για την κανονική διαίρεση του επιπέδου μαζί με τις λεγόμενες ψηφιδοθετήσεις του. Η ψηφιδοθέτηση μιας επίπεδης επιφάνειας είναι η πλακόστρωση ενός επιπέδου όπου χρησιμοποιούνται ένα ή περισσότερα γεωμετρικά σχήματα, που ονομάζονται πλακίδια, χωρίς επικαλύψεις και χωρίς κενά.

Φαίνεται ότι ο Escher επηρεάστηκε έντονα από τον ορισμό «κανονική διαίρεση του επιπέδου» του μαθηματικού Haag που δόθηκε ως εξής:

«Οι κανονικές διαιρέσεις του επιπέδου αποτελούνται από ασύμμετρα παραλληλισμένα πολύγωνα ενωμένα μεταξύ τους· η διάταξη με την οποία τα πολύγωνα γειτονεύουν είναι η ίδια καθ 'όλη τη διάρκεια»



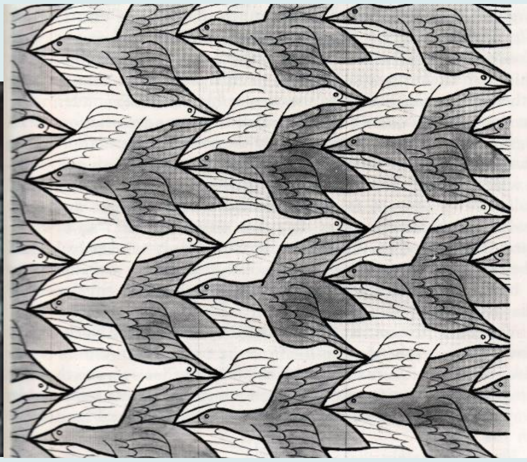
Εικόνα 20: Η πρώτη προσπάθεια του Escher (1926 ή 1927) να διατηρήσει την κανονική διαίρεση του επιπέδου, χρησιμοποιώντας φανταστικά ζώα (Ανακτήθηκε από: http://pi.math.cornell.edu/~mec/Winter2009/Mihai/section8.html)

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

Δημιουργώντας τη «Μεταμόρφωση» μέσω της χρήσης ψηφιδοθέτησης

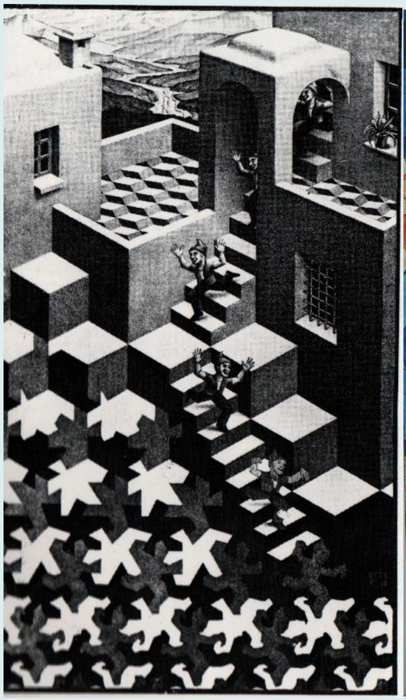
Σε αυτή την ενότητα θα συζητήσουμε τη διαδικασία της *μεταμόρφωσης* που αποτελεί αναπόσπαστο κομμάτι των δημιουργιών του Escher και τον τρόπο με τον οποίο χρησιμοποίησε τη μέθοδο της *ψηφιδοθέτησης* με σκοπό να διατηρήσει μια *μεταμόρφωση*. Αρχικώς, πρέπει να σημειωθεί ότι ο Escher χρησιμοποίησε τη ψηφιδοθέτηση ως ενδιάμεσο βήμα και όχι ως κύριο θέμα στα έργα τέχνης του. Οι Μεταμορφώσεις επιτεύχθηκαν με τη σταδιακή μετάβαση από αφηρημένες μορφές και σχήματα σε αυστηρά οριοθετημένες σαφείς μορφές, ενώ οι τελευταίες μετατράπηκαν σε κάτι άλλο. Μερικά παραδείγματα της ενδιάμεσης φάσης, δηλαδή η «φάση ψηφιδοθέτησης» μαζί με το τελικό προϊόν παρέχονται παρακάτω:

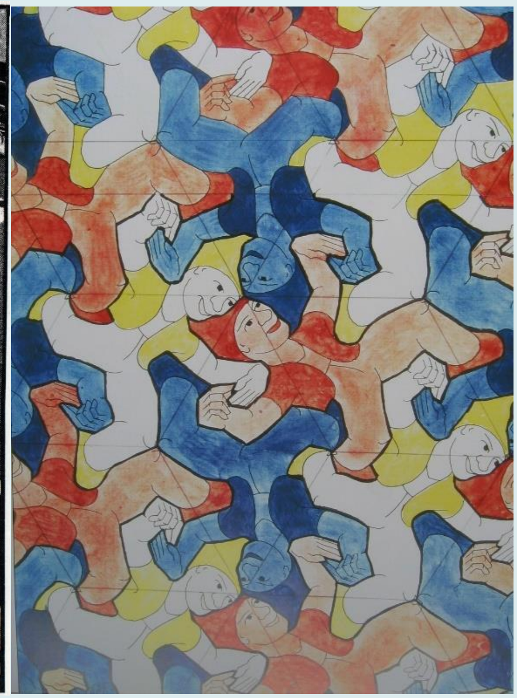
Εικόνα 21: Στην αριστερή πλευρά, η διάσημη ξυλογραφία του Escher, με τίτλο «Day and Night» (1938),



Εικόνα 22: η ψηφιδοθέτηση που χρησιμοποίησε ο Escher για να δημιουργήσει αυτή τη ξυλογραφία.

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

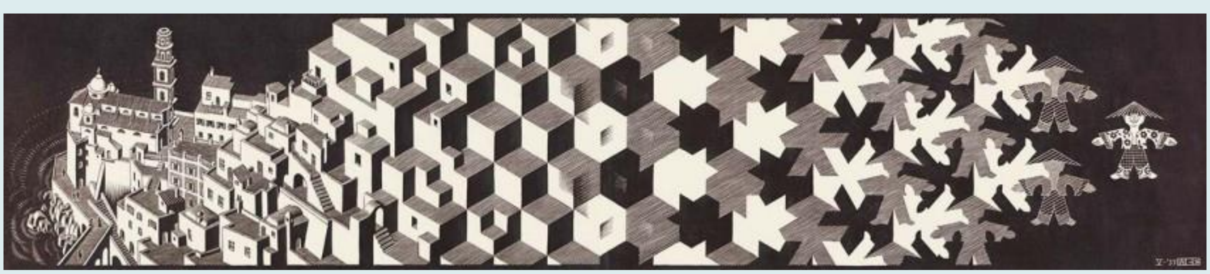




Εικόνα 23: Στην αριστερή πλευρά, η λιθογραφία του Escher «Cycle» 1938,

Εικόνα 24: η περιοδική πλήρωση χώρου (ψηφιδοθέτηση) που αποτελεί τη βάση για την επίτευξη του τελικού αποτελέσματος του έργου «Cycle».

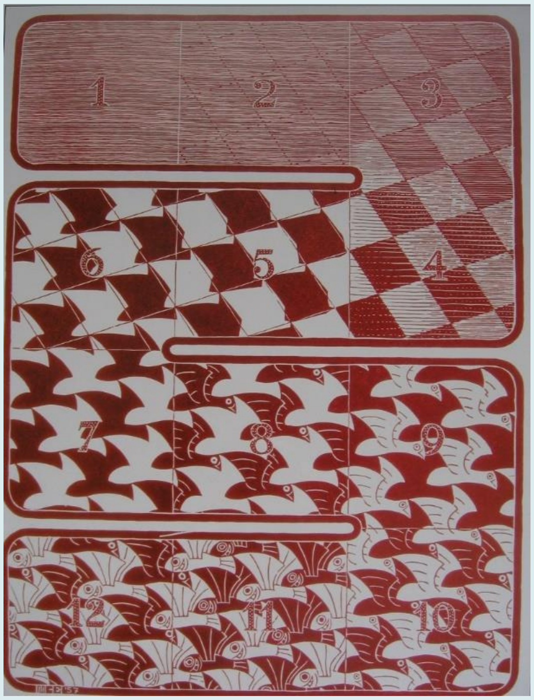
Για παράδειγμα, το έργο του «Metamorphosis I» (1937) αντιπροσωπεύει τρία κτίρια στην παραθαλάσσια πόλη Ατράνη που μετατρέπονται σε κύβους, οι οποίοι τελικά ξεδιπλώνονται σε κινέζικα αγόρια.



Εικόνα 25: Metamorphosis I, 1937, ξυλογραφία που τυπώθηκε σε δύο φύλλα (Ανακτήθηκε από: https://www.mcescher.com/gallery/switzerland-belgium/metamorphosis-i/)

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

Στο βιβλίο του «Plane Tessellations» (1958) ο Escher παρέχει περαιτέρω εξηγήσεις σχετικά με τα στάδια που περνάει για να δημιουργήσει μια «μεταμόρφωση».



Εικόνα 26: Τα στάδια της μεταμόρφωσης (Ανακτήθηκε από: http://pi.math.cornell.edu/~mec/Winter2009/Mihai/section8.html)

Όπως φαίνεται στην παραπάνω εικόνα, από την φάση 1 έως τη φάση 4 το επίπεδο χωρίζεται σε άσπρα και μαύρα παραλληλόγραμμα. Στην επόμενη φάση (5) το σχήμα των παραλληλογράμμων μεταβάλλεται σταδιακά, κατά τρόπον ώστε μια εξωτερική διόγκωση σε μία από τις πλευρές να οδηγείται σε μια ίση εσωτερική διόγκωση στην αντίθετη πλευρά. Τα παραλληλόγραμμα συνεχίζουν να αλλάζουν, κυρίως από την άποψη του μεγέθους, ενώ παράλληλα προστίθενται περισσότερες λεπτομέρειες, φτάνοντας έτσι στη φάση 8, όπου όλα τα μαύρα σχήματα αρχίζουν να μοιάζουν με πουλιά. Στη συνέχεια (φάση 9-10) το ίδιο συμβαίνει και με τα άσπρα σχήματα, τα οποία επίσης μετατρέπονται σε πουλιά. Ωστόσο, στις φάσεις 11-12, με την προσθήκη κάποιων άλλων λεπτομερειών, τα πουλιά μετατρέπονται σε ψάρια (διαδικτυακή πηγή: http://pi.math.cornell.edu/~mec/Winter2009/Mihai/section8.html).

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

Γλωσσάρι

Ξυλογραφία: είδος έντυπου στοιχείου φτιαγμένο από σχέδιο χαραγμένο πάνω σε κομμάτι ξύλου, παλαιότερα χρησιμοποιούταν ευρέως για εικονογραφήσεις σε βιβλία.

Λινογραφία: είναι μια τεχνική χαρακτικής, παραλλαγή της ξυλογραφίας στην οποία χρησιμοποιείται ένα φύλλο λινόλεουμ (μερικές φορές τοποθετημένο σε ξύλινο κομμάτι) για ανάγλυφη επιφάνεια. Το σχέδιο κόβεται στην επιφάνεια του λινέλεουμ με κοφτερό μαχαίρι, καλέμι σχήματος V ή σμίλη, με τις ανυψωμένες (μη χαραγμένες) περιοχές να φαίνονται ως ανάκλαση (κατοπτρική εικόνα) των τμημάτων που έχουν κοπεί. Το φύλλο λινόλεουμ καλύπτεται με μελάνι με τη χρήση πλάστη (που ονομάζεται brayer), και στη συνέχεια αποτυπώνεται πάνω σε χαρτί ή ύφασμα. Η αποτύπωση μπορεί να γίνει με το χέρι ή με ένα τυπογραφικό πιεστήριο.

Μαυριτανική Αρχιτεκτονική: Η μαυριτανική αρχιτεκτονική είναι η αρθρωτή ισλαμική αρχιτεκτονική της Βόρειας Αφρικής και τμημάτων της Ισπανίας και της Πορτογαλίας (Al Andalus), όπου οι Ανδαλουσιανοί κυριαρχούσαν μεταξύ 711 και 1492. Τα καλύτερα επιζώντα παραδείγματα στην Ιβηρική χερσόνησο είναι η La Mezquitain (Μεθκίτα) στην Κόρδοβα και το ανάκτορο Alhambra (Αλάμπρα) στη Γρανάδα (κυρίως 1338-1390), καθώς και ο πύργος Giralda (Χιράλντα) στη Σεβίλλη (1184). Άλλα αξιοσημείωτα παραδείγματα στην Ιβηρική χερσόνησο αποτελούν η κατεστραμμένη πόλη του Medina Azahara (936-1010), η εκκλησία (πρώην τζαμί) San Cristo de la Luz στο Τολέδο, το παλάτι Aljafería (Αλχαφερία) στη Σαραγόσα και τα λουτρά στη Ρόντα και την Αλάμα της Γρανάδας.

Ψηφιδωτά: Η ψηφιδοθέτηση μιας επίπεδης επιφάνειας είναι η πλακόστρωση ενός επιπέδου, χρησιμοποιώντας ένα ή περισσότερα γεωμετρικά σχήματα, που ονομάζονται πλακίδια, χωρίς επικαλύψεις και χωρίς κενά. Τα μαθηματικά μπορούν να γενικευθούν σε ανώτερες διαστάσεις και σε ποικίλες γεωμετρίες.

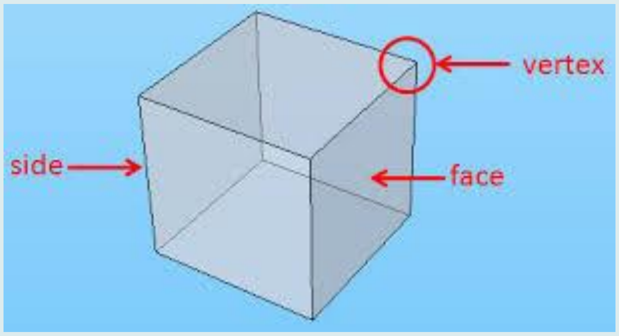
Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

Τα μαθηματικά πίσω από την τέχνη του Escher

(I) Πλατωνικά στερεά

Στην παρακάτω εικόνα (27) μπορείτε να δείτε έναν κύβο, ο οποίος αποτελεί ένα από τα πέντε πλατωνικά στερεά, μαζί με την ακμή, την έδρα και την κορυφή του, όπου με απλά λόγια:

- Η **έδρα** είναι μια ενιαία επίπεδη επιφάνεια ενός στερεού
- Η **ακμή** είναι ένα τμήμα ευθείας μεταξύ των εδρών
- Η **κορυφή** είναι μια γωνία



Εικόνα 27: Κύβος, ένα από τα πέντε πλατωνικά στερεά

Ο ακόλουθος πίνακας απεικονίζει τα πέντε πλατωνικά στερεά, δηλαδή το τετράεδρο, το οκτάεδρο, το εικοσάεδρο, τον κύβο, το δωδεκάεδρο.

-Στην πρώτη στήλη μπορείτε να δείτε τον τρόπο απεικόνισης καθενός από τα στερεά.

-Στη δεύτερη στήλη δίνεται ο αριθμός των εδρών κάθε στερεού.

-Στην τρίτη και την τέταρτη στήλη, δίδεται ο αριθμός των ακμών και των κορυφών αντιστοίχως για κάθε στερεό.

-Στην πέμπτη στήλη δίδεται ο τύπος του εμβαδού κάθε έδρας καθώς και του όγκου κάθε στερεού, δεδομένου ότι το α είναι το μήκος της πλευράς.

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

the five Platonic solids

Name	Faces	Edges	Vertices	A = Surface Area V = Volume a = length of side
 tetrahedron	4 equilateral triangles	6	4 3 faces meeting	$A = \sqrt{3}\,a^2$ $V = \frac{\sqrt{2}}{12}\,a^3$
 octahedron	8 equilateral triangles	12	6 4 faces meeting	$A = 2\sqrt{3}\,a^2$ $V = \frac{\sqrt{2}}{3}\,a^3$
 icosahedron	20 equilateral triangles	30	12 5 faces meeting	$A = 5\sqrt{3}\,a^2$ $V = \frac{5(3+\sqrt{5})}{12}\,a^3$
 cube	6 squares	12	8 3 faces meeting	$A = 6a^2$ $V = a^3$
 dodecahedron	12 regular pentagons	30	20 3 faces meeting	$A = 3\sqrt{25 + 10\sqrt{5}}\,a^2$ $V = \frac{15 + 7\sqrt{5}}{4}\,a^3$

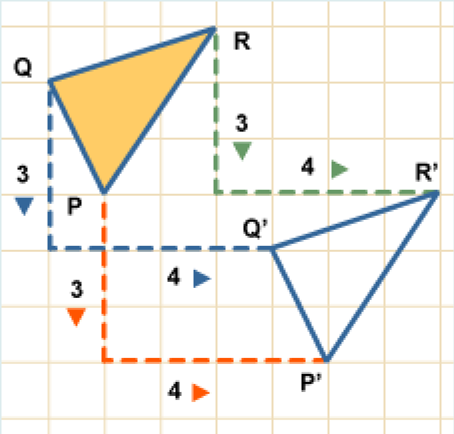
© Jenny Eather 2014

Εικόνα 28: Τα πλατωνικά στερεά (Ανακτήθηκε από: http://www.amathsdictionaryforkids.com/qr/p/PlatonicSolids.html)

(II) ΘΕΩΡΙΑ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥ

- Η **μεταφορά** είναι ευρέως γνωστή ως «ολίσθηση». Ολισθαίνει (ή μεταφέρει) όλα τα σημεία ενός σχήματος διατηρώντας την ίδια απόσταση και ακολουθώντας την ίδια κατεύθυνση. Η μεταφορά δεν έχει καμία επίδραση στη μορφή του σχήματος. Για παράδειγμα, στο τρίγωνο QRP κάθε σημείο έχει μεταφερθεί 3 μονάδες προς τα κάτω (άξονας y) και ταυτόχρονα 4 μονάδες δεξιά. Το νέο τρίγωνο που προκύπτει είναι το Q'R'P.

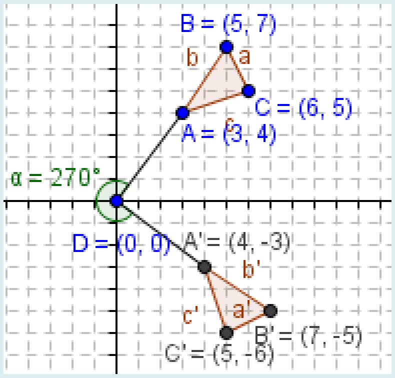
Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.



Picture 29: Translation

- Η **περιστροφή** είναι ευρέως γνωστή ως «στρέψη». Το περιστρεφόμενο σχήμα μπορεί να κινηθεί προς τα πάνω, προς τα κάτω, προς τα δεξιά, προς τα αριστερά στο επίπεδο. Ωστόσο, πρέπει πάντα να περιστρέφεται γύρω από ένα συγκεκριμένο σημείο το οποίο είναι γνωστό ως το κέντρο περιστροφής. Η περιστροφή δεν έχει καμία επίδραση στο μέγεθος του σχήματος.

Για παράδειγμα, το τρίγωνο ABC κάνει μια περιστροφή 270 μοιρών γύρω από το σημείο D (0,0) που είναι το κέντρο της περιστροφής.

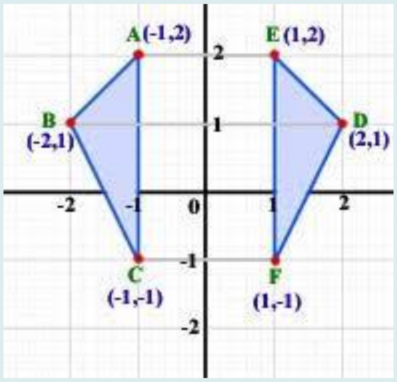


Εικόνα 30: Περιστροφή

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

- Η **ανάκλαση** είναι ευρέως γνωστή ως «αναποδογύρισμα». Θα μπορούσε να χαρακτηριστεί ως η κατοπτρική εικόνα του σχήματος, αλλάζοντας έτσι όλα τα σημεία πάνω από μια γραμμή. Απλώς ανακλά το σχήμα πάνω από μια γραμμή, που ονομάζεται "γραμμή αντανάκλασης".

Για παράδειγμα, στην ακόλουθη εικόνα ο yy 'άξονας θα μπορούσε να θεωρηθεί ως η γραμμή (άξονας) ανάκλασης του τριγώνου ABC, ενώ το τρίγωνο EDF αποτελεί την ανακλώμενη εικόνα (κατοπτρική εικόνα) του ABC**.**



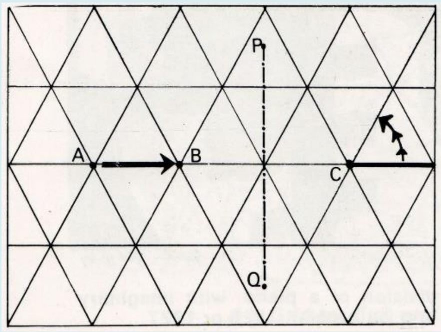
Εικόνα 31: Ανάκλαση

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

Αρχές ψηφιδοθέτησης επιπέδου

Σε αυτή την παράγραφο θα προσπαθήσουμε να εξηγήσουμε τις μαθηματικές έννοιες της μεταφοράς, της περιστροφής και της ανάκλασης μέσα από την "καλλιτεχνική ματιά" του Escher. Ας πούμε ότι έχουμε μια επιφάνεια, πλήρως καλυμμένη με ισόπλευρα τρίγωνα, σύμφωνα με την Κανονική διαίρεση του επιπέδου από τον Escher.

Όπως περιγράφεται http://pi.math.cornell.edu/~mec/Winter2009/Mihai/section8.html «εάν μεταφέρουμε ολόκληρο το επίπεδο πάνω από την απόσταση AB, θα καλύψει για άλλη μια φορά το υποκείμενο μοτίβο. Αυτή είναι μια μεταφορά επιπέδου. Μπορούμε επίσης να γυρίσουμε το αντίγραφο σε 60 μοίρες γύρω από το σημείο Γ και παρατηρούμε ότι και πάλι καλύπτει ακριβώς το αρχικό πρότυπο. Αυτή είναι μια περιστροφή. Επίσης, εάν κάνουμε μια ανάκλαση για τη γραμμή PQ, το πρότυπο παραμένει το ίδιο. Ένα πρότυπο μπορεί να φτιαχτεί για να χαρτογραφηθεί το ίδιο μέσω της μεταφοράς, της περιστροφής, της ανάκλασης και της ολισθαίνουσας ανάκλασης. Υπάρχουν 17 διαφορετικές ομάδες. Κάθε ομάδα αναγνωρίζει μόνο μερικά είδη μεταφοράς με τις οποίες χαρτογραφούν επάνω τους (μερικοί παραδέχονται μόνο τη μεταφορά, άλλες τη μεταφορά και την ανάκλαση κλπ.). Ο Escher ανακάλυψε όλες αυτές τις δυνατότητες χωρίς προηγούμενη μαθηματική γνώση. Ένα ιδιαίτερο χαρακτηριστικό της επίλυσης του Escher είναι ότι επιλέγει μοτίβα που αναπαριστάνουν συγκεκριμένα αντικείμενα ή όντα» (Διαδικτυακή πηγή: http://pi.math.cornell.edu/~mec/Winter2009/Mihai/section8.html)



Εικόνα 33: (Ανακτήθηκε από: http://pi.math.cornell.edu/~mec/Winter2009/Mihai/section8.html)

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

Αναζήτηση στο Δίκτυο, με σκοπό την ανάκτηση πληροφοριών σχετικά με το συμβολισμό του τρίφυλλου σε γοτθικούς ναούς (Ανακτήθηκε από: https://study.com/academy/lesson/trefoil-in-architecture-definition-design.html)

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

ΕΡΓΑΣΙΕΣ

ΕΡΓΑΣΙΑ 1

Μετασχηματίζοντας ένα επίπεδο σε πλατωνικό στερεό

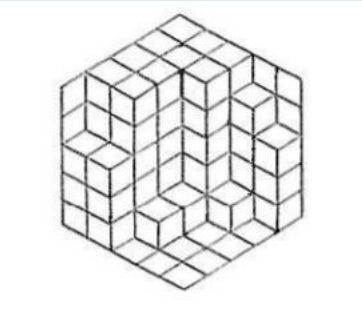
Όπως παρατηρήσαμε, ο Escher επικεντρώνεται στον μετασχηματισμό πολυγώνων ακολουθώντας τους κανόνες της "Κανονικής διαίρεσης του επιπέδου". Προσπαθεί να δώσει μια αίσθηση τρισδιάστατων κατασκευών μέσα στο επίπεδο, δουλεύοντας ως επί το πλείστον με αντιθέσεις, όπως το ασπρόμαυρο, ημέρα-νύχτα. Χρησιμοποιεί διαφορετικούς τόνους γκρι για να επιτύχει τη μετάβαση από το ένα στο άλλο.

Ο Escher σχολίασε το έργο του «Waterfall»: «Εάν δούμε τα διάφορα μέρη αυτής της κατασκευής ένα προς ένα, δεν μπορούμε να βρούμε κανένα σφάλμα σε αυτό. Και όμως είναι εντελώς αδύνατο, επειδή οι μεταβολές εμφανίζονται ξαφνικά κατά την ερμηνεία της απόστασης μεταξύ του ματιού και του αντικειμένου».

Αυτή η διπλή ερμηνεία του «τι πραγματικά υπάρχει» και «τι βλέπουμε» δεν είναι απλά ένα «παιχνίδι» που θα μπορούσε να ανιχνευθεί στις Τέχνες. Συχνά αποτελεί την καρδιά μιας μαθηματικής απόδειξης.

Ένα τυπικό παράδειγμα για αυτό που υπονοείται εδώ, αποτελεί το πρόβλημα των calissons (γαλλικά γλυκά με σχήμα περίπου ρομβοειδές), το οποίο τέθηκε για πρώτη φορά από τους Hallenbeck, Deturck και Solow, το 1989. Σύμφωνα με αυτό, τοποθετούμε τυχαία τα γλυκά σε ένα εξαγωνικό κουτί, έτσι ώστε να μην υπάρχουν κενά σε αυτό (βλ. εικόνα παρακάτω). Σύντομα θα παρατηρήσουμε ότι τα γλυκά μπορούν να κατηγοριοποιηθούν - ανάλογα με τον προσανατολισμό τους στο επίπεδο - σε τρεις ομάδες (βόρεια προς νότο, βορειοδυτικά προς νοτιοανατολικά, βορειοανατολικά προς νοτιοδυτικά).

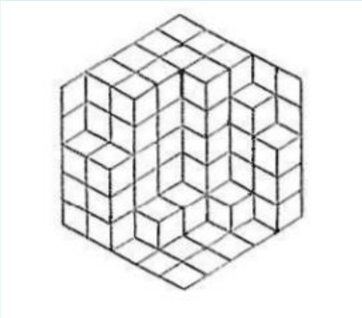
Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.



Εικόνα 34: Το πρόβλημα των calissons: Γεμίζοντας ένα εξαγωνικό επίπεδο με ρομβοειδή calissons (γλυκά)

Ερώτηση 1: Τι παρατηρείτε σχετικά με τον αριθμό των γλυκών κάθε κατηγορίας;

Ερώτηση 2: Χρησιμοποιώντας 3 διαφορετικά χρώματα (για παράδειγμα: μαύρο, γκρι και λευκό), χρωματείστε στην παρακάτω εικόνα τα γλυκά κάθε κατηγορίας με το ίδιο χρώμα.



Ερώτημα 3: Μετά την ολοκλήρωση της προηγούμενης εργασίας που δόθηκε στο ερώτημα 2, τι παρατηρείτε σχετικά με το εξαγωνικό επίπεδο; Σε ποιό πλατωνικό στερεό μετασχηματίζεται, και ποιος είναι ο ρόλος των ρομβοειδών calissons σε αυτή την περίπτωση;

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

ΕΡΓΑΣΙΑ 2

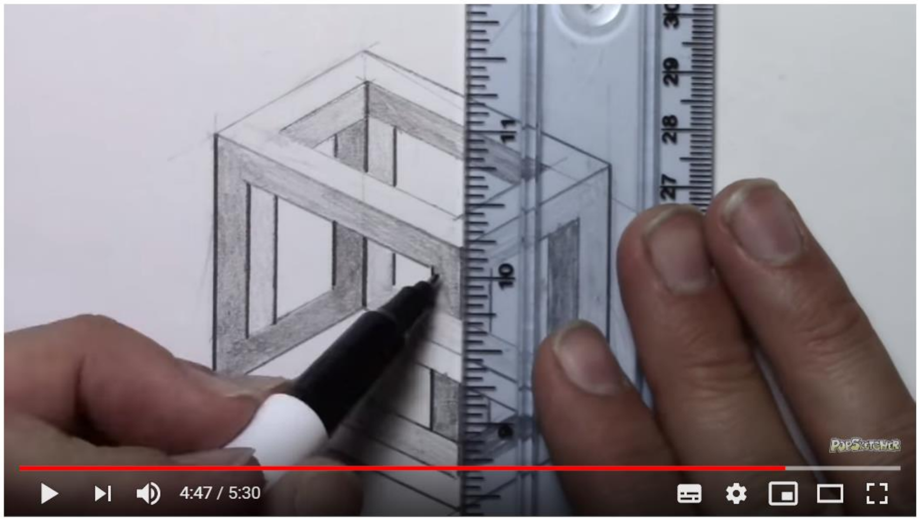
Ο ανέφικτος κύβος του Escher

Παρακολουθήστε τα παρακάτω βίντεο στο YouTube:

https://www.youtube.com/watch?v=CZAQ_b2rzAA

https://www.youtube.com/watch?v=OM9oYcdIJaM

Στη συνέχεια, ακολουθώντας τις οδηγίες που περιέχονται στο βίντεο, προσπαθήστε να σχεδιάσετε τον ανέφικτο κύβο του Escher.



How-to-draw an Optical Illusion - Escher Cube

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

Μάθετε περισσότερα…

Αν θέλετε να διερευνήσετε περαιτέρω τα θέματα που αναφέρονται σε αυτό το εργαλείο, μπορείτε να το κάνετε μέσω των παρακάτω συνδέσμων:

M.C. Escher· Η επίσημη ιστοσελίδα:
https://www.mcescher.com/

Η μαθηματική πλευρά του M.C. Escher από τον Doris Schattschneider:
https://www.ams.org/notices/201006/rtx100600706p.pdf

M.C. Escher's: Περισσότερα Μαθηματικά από ό,τι πλησιάζει το μάτι:
http://www.msri.org/people/members/sara/articles/siamescher.pdf

Η Τέχνη του Αδύνατου: MC Escher και Εγώ- Κρυφή γνώση:
https://www.youtube.com/watch?v=f7kW8xd8p4s

Η Μαθηματική Τέχνη του M.C. Escher:
http://platonicrealms.com/minitexts/Mathematical-Art-Of-M-C-Escher/

Τα ψηφιδωτά του Escher's σε ένα επίπεδο:
http://pi.math.cornell.edu/~mec/Winter2009/Mihai/section8.html

Πως να σχεδιάσετε μια οπτική ψευδαίσθηση – ο κύβος του Escher:
https://www.youtube.com/watch?v=CZAQ_b2rzAA

https://www.youtube.com/watch?v=OM9oYcdIJaM

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.