

**ΜΕΡΟΣ Ι: ΕΙΚΑΣΤΙΚΕΣ  
ΤΕΧΝΕΣ ΚΑΙ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

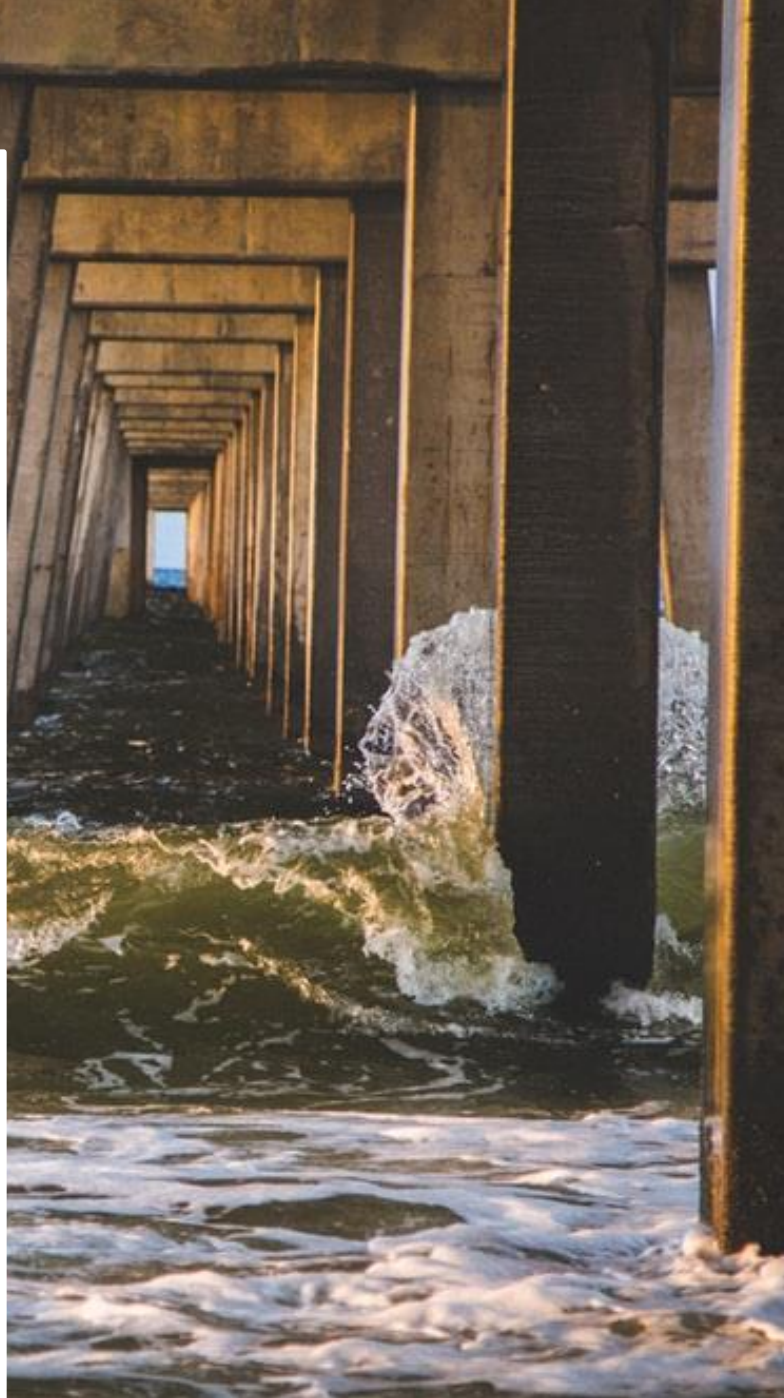
**ΗΛΙΚΙΑΚΟ ΕΥΡΟΣ: 13-15**

---

**ΕΡΓΑΛΕΙΟ 4: ΠΟΛΥΕΔΡΑ  
ΚΑΙ ΠΡΟΟΠΤΙΚΗ**

---

**SPEL – Sociedade Promotora de  
Estabelecimentos de Ensino**



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

## Οδηγός Εκπαιδευτικού

**Τίτλος:** Πολύεδρα και προοπτική

**Ηλικιακό Εύρος:** 13 – 15 χρονών

**Διάρκεια:** 2 ώρες

**Μαθηματικές Έννοιες:** Πολύεδρα, κυρτό πολύεδρο, Πλατωνικά στερεά, Εξάεδρο, Τετράεδρο, Οκτάεδρο, Εικοσάεδρο, Δωδεκάεδρο

**Καλλιτεχνικές Έννοιες:** Γραμμική Προοπτική, Χρωματική Προοπτική, Σημείο Φυγής

**Γενικοί Σκοποί:** Προσδιορίστε και αναγνωρίστε πλατωνικά στερεά; Αναλύστε τις διάφορες τεχνικές του πώς οι καλλιτέχνες εξέλιξαν τις δεξιότητες τους με την πάροδο του χρόνου, και συγκεκριμένα μέσω της χρήσης της έννοιας της προοπτικής.

**Οδηγίες και Μεθοδολογία:** Ζητήστε από τους μαθητές να δουν τις ζωγραφιές σε μεγάλη κλίμακα για να αποκτήσουν μια σαφέστερη αντίληψη για την προοπτική, είτε με την προβολή των έργων τέχνης, είτε δίνοντάς τους πρόσβαση στο διαδίκτυο.

**Πηγές:** Ένα στυλό, ένα χάρακα και χρωματιστά μολύβια / κραγιόνια.

**Συμβουλές για τον εκπαιδευτικό:** Προετοιμάστε τρισδιάστατες αναπαραστάσεις των πλατωνικών στερεών και δώστε τις σε μαθητές που δυσκολεύονται με τις ασκήσεις 4 και 5. Έχοντας τη δυνατότητα να αγγίξουν τις τρισδιάστατες αναπαραστάσεις οι μαθητές θα είναι σε θέση να κατανοήσουν καλύτερα τις έννοιες.

**Επιθυμητά αποτελέσματα και δεξιότητες:** Στο τέλος αυτού του εργαλείου, οι μαθητές θα είναι σε θέση:

- ο Να κατανοήσουν τη λογική διαδικασία πίσω από τους διάφορους τρόπους με τους οποίους οι καλλιτέχνες ανέπτυξαν έργα ζωγραφικής, χρησιμοποιώντας κυρίως τη γραμμική και εναέρια προοπτική.
- ο Να γνωρίσουν τη διαφορά μεταξύ της γραμμικής και της εναέριας προοπτικής.
- ο Να κατανοήσουν την ιδέα πίσω από ένα πλατωνικό στερεό και τι χρειάζεται για να θεωρηθεί πολυεδρικό, καθώς και να τα ονοματίζουν.

### Άσκηση Αξιολόγησης Εργαλείου:

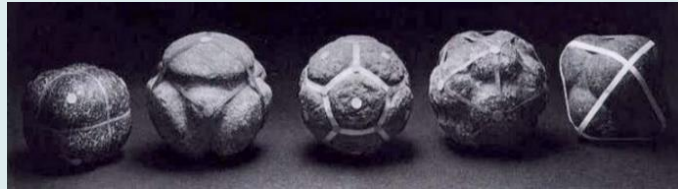
Γράψτε 3 πράγματα που σας άρεσαν σε αυτό το εργαλείο:	1. 2. 3.
---	----------------

Γράψτε δύο πράγματα που μάθατε	1. 2.
Γράψτε ένα στοιχείο που θα μπορούσε να βελτιωθεί	1.

## Εισαγωγή

Τα πολύεδρα συσχετίζονται με την τέχνη εδώ και χιλιάδες χρόνια.

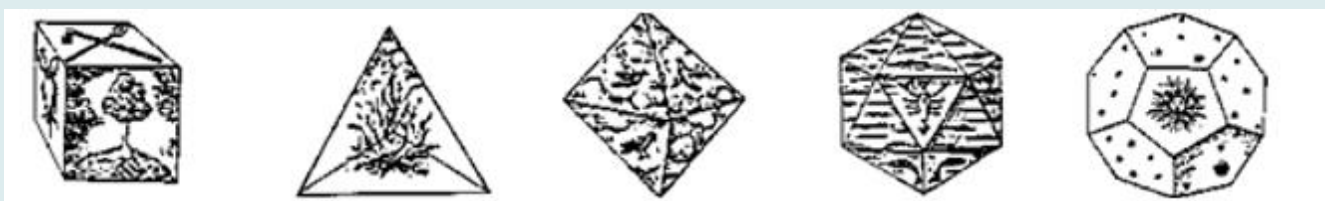
Εκατοντάδες αντικείμενα που μοιάζουν με τα Πολύεδρα και τα οποία βρέθηκαν στη Σκωτία, πιστεύεται ότι χρονολογούνται από τη Νεολιθική περίοδο (περίπου 5000 π.Χ.). Ορισμένα από αυτά (εικόνα 1) εμφανίζονται τώρα στο Μουσείο Ashmolean της Οξφόρδης.



Εικόνα 1 – Πέτρινες σκαλιστές πέτρες από τη Νεολιθική περίοδο  
(Πηγή: <https://www.georgehart.com/virtual-πολύεδρα/neolithic.html>)

Στην αρχαία Ελλάδα, όμως, τα πολύεδρα ήταν σύμβολο βαθιών φιλοσοφικών και θρησκευτικών αληθειών. Ο μαθηματικός και φιλόσοφος Πλάτων (428 - 347 π.Χ.), στον φιλοσοφικό του διάλογο 'Τίμαιος' (360 π.Χ.), φτάνει σε σημείο να συνδέει τα πέντε κανονικά κυρτά πολύεδρα, με τα τέσσερα βασικά στοιχεία που πιστεύεται ότι αποτελούν τη βάση του φυσικού κόσμου - Αέρας, Νερό, Γη και Φωτιά (και το ίδιο το Σύμπαν).

Όσο μυθική και αν ήταν η θεωρία του Πλάτωνα, επηρέασε πολλούς άλλους φιλοσόφους κατά τους επόμενους αιώνες, στο σημείο που αυτά τα στερεά έγιναν γνωστά ως πλατωνικά στερεά. Για παράδειγμα, ο Γιοχάνες Κέπλερ (1571-1630), όταν αναζητούσε μια μαθηματική τάξη στον κόσμο, εμπνευσμένη από αυτή τη θεωρία, παρίστανε τα στοιχεία όπως φαίνεται στην εικόνα 2.



**Εξάεδρο/ Γη  
(κύβος)**

**Τετράεδρο/ Φωτιά**

**Οκτάεδρο/ Αέρας**

**Εικοσάεδρο/  
Νερό**

**Δωδεκάεδρο/ το  
Σύμπαν**

Εικόνα. 2 – Η συσχέτιση του Πλάτωνα με τα Πλατωνικά Στερεά με τα Στοιχεία, από τον Γιοχάνες Κέπλερ.  
(Πηγή: <http://thewondersofmathandart.blogspot.com/2012/11/patterns-in-void-platonic-solids-in.html>)



# Πολύεδρα και Προοπτική

## Γραμμική Προοπτική

Η σχέση μεταξύ πολύδρων και τέχνης έφτασε στο αποκορύφωμά της κατά την Αναγέννηση (1300-1600), όταν ο γλύπτης και ο αρχιτέκτονας Φιλίππο Μπρουνελλέσκι (1377-1446) ανακάλυψε τις αρχές της γραμμικής προοπτικής. Εμπειρικλειόταν σε μια τεχνική που με επιτυχία δημιούργησε μια ψευδαισθηση βάθους σε μια επίπεδη επιφάνεια.

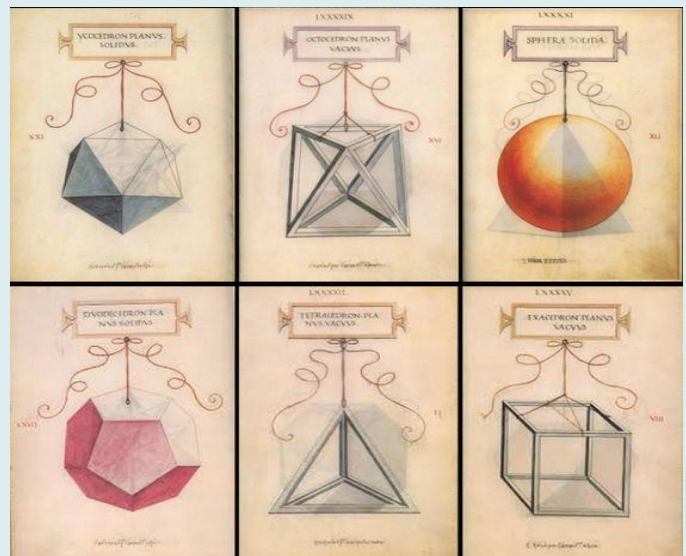
Αφού δημοσίευσε τη μέθοδο του, αυτή διαδόθηκε σε ολόκληρη την Ιταλία και την Ευρώπη, ενώ άλλοι καλλιτέχνες την αξιοποίησαν και την τελειοποίησαν ακόμη περισσότερο. Ένα εξαιρετικό παράδειγμα τέτοιου είδους υλοποίησης σε έργα ζωγραφικής είναι το αριστούργημα του Λεονάρτο Ντα Βίντσι "Μυστικός δείπνος", όπως φαίνεται στο σχήμα 3.



Εικόνα. 3 – Μυστικός Δείπνος (1495-98), από το Λεονάρτο Ντα Βίντσι (Πηγή: [https://en.wikipedia.org/wiki/Last\\_Supper](https://en.wikipedia.org/wiki/Last_Supper))

5

Η έννοια των Πολυέδρων και των Πλατωνικών Στερεών επεκτάθηκε ακόμη πιο ευρέως καθώς οι καλλιτέχνες άρχισαν να τα χρησιμοποιούν στις συνθέσεις τους. Αυτές οι μορφές απεικόνισης, χρησιμοποιώντας τις αρχές της γραμμικής προοπτικής, κατέστησαν σαφή τη διάκριση μεταξύ των εμπρόσθιων και οπίσθιων πολυγώνων του κάθε πολυέδρου (Σχήμα

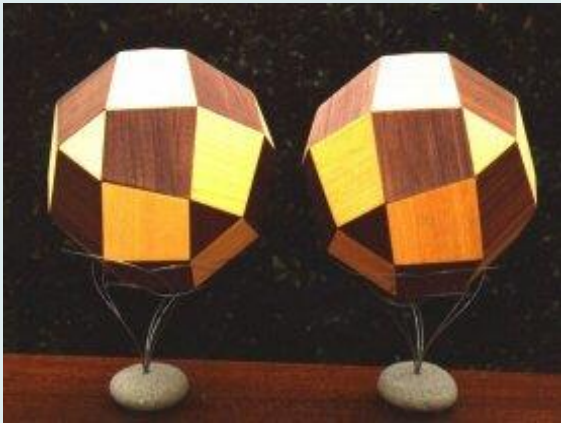


Εικόνα. 4 – Πολυεδρικές εικονογραφήσεις για το βιβλίο του Λουκά Πατσιόλι "Χρυσή Τομή" (1509), του Λεονάρτο Ντα Βίντσι (Πηγή: <https://liefthroughmathematicianseyes.wordpress.com/2018/01/24/leonardo-da-vincis-geometric-sketches/>)

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.

4), σε αντίθεση με προηγούμενα σχέδια στα οποία τα εμπρόσθια και οπίσθια πολύγωνα ήταν οπτικά μη ευδιάκριτα.

Στη σύγχρονη εποχή, η χρήση των Πολυέδρων μπορεί να βρεθεί σε άλλες μορφές τέχνης, όπως το σχέδιο και την αρχιτεκτονική. Ελέγξτε τα σχήματα 4, 5, 6 και 7 για μερικά παραδείγματα.



Εικόνα. 5 - “Γιν και Γιανγκ”, από το Γιώργο Χάρτ (George W. Hart) ( Πηγή : <https://www.georgehart.com/sculpture/yin-yang.html>)



Εικόνα. 6 – Αμφιθέατρο Dome της La Seine Musicale, στο Παρίσι (Πηγή: GraphyArchy [CC BY-SA 4.0] (<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>))



Εικόνα. 7 – Οικιστικό πολυεδρικό, από τον Manuel Villa (Πηγή: <https://newatlas.com/habitable-polyhedron-pod/22858/#gallery>)



Εικόνα. 8 – Κτίριο της Casa da Música, στο Πόρτο (Πηγή: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Casa-da-musica\(exterior\).1000.jpg#filelinks](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Casa-da-musica(exterior).1000.jpg#filelinks))



## Εναέρια Προοπτική (χρωματική προοπτική)

Μετά την κατανόηση και την κατάκτηση της γραμμικής προοπτικής, επιπλέον τρόποι για τη δημιουργία ψευδαισθησης βάθους έγιναν αντικείμενο μελέτης. Ένας από τους τρόπους είναι γνωστός ως εναέρια προοπτική, η οποία βασίζεται στον κανόνα χρήσης πιο σκούρων χρωμάτων και αποχρώσεων στο προσκήνιο μιας απεικόνισης, και ανοιχτότερα χρώματα στο παρασκήνιο, ως ένας τρόπος να δημιουργηθεί βάθος.

Ένα εξαιρετικό παράδειγμα χρήσης εναέριας προοπτικής σε πίνακες είναι αυτές του ρομαντικού Γερμανού ζωγράφου Κάσπαρ Ντάβιντ Φρίντριχ (1774-1840):



Εικόνα. 9 – “Wanderer above the Sea of Fog” (1818), από τον Κάσπαρ Ντάβιντ Φρίντριχ (Πηγή: <https://www.wga.hu/frames-e.html?html/f/friedric/2/209fried.html>)



Εικόνα. 10 – “Rocky Landscape in the Elbe Sandstone Mountains” (1822-23), από τον Κάσπαρ Ντάβιντ Φρίντριχ (Πηγή: <https://digital.belvedere.at/objects/8389/felsenlandschaft-imelbsandsteingebirge>)

Όπως μπορεί να παρατηρηθεί στις Εικόνες 8 και 9, τα ελαφρύτερα και πιο ζωντανά χρώματα διαγράφουν τον μακρινό ορίζοντα / φόντο, ενώ τα πιο σκούρα χρώματα, στο προσκήνιο, φαντάζουν πιο κοντά στον θεατή. Αυτή η χρήση των χρωμάτων με

έναν τόσο φυσικό τρόπο επιδρά στα μάτια του θεατή σε σημείο που δημιουργεί μια ψευδαισθηση βάθους.

## Γλωσσάρι

**Εναέρια προοπτική:** επινοήθηκε από το Λεονάρντο ντα Βίντσι και περιγράφει την υποδήλωση της απόστασης με τη βαθμιαία διαμόρφωση του χρωματικού τόνου. Τα αντικείμενα που βρίσκονται στο βάθος, «μακριά» από το θεατή, ζωγραφίζονται με πιο ανοιχτά χρώματα, όπως ακριβώς συμβαίνει όταν κάποιος παρατηρεί ένα μακρινό σημείο του ορίζοντα σε μια μέρα με αρκετή υγρασία στην ατμόσφαιρα.

**Γραμμική Προοπτική:** Μια τεχνική που χρησιμοποιείται για να σχηματίσει μια κατά προσέγγιση απεικόνιση μιας τρισδιάστατης εικόνας, όπως φαίνεται με το μάτι, σε μια δισδιάστατη επιφάνεια, χρησιμοποιώντας παράλληλες γραμμές (ορθογώνια) που τέμνονται σε ένα μόνο σημείο της σύνθεσης του ορίζοντα.

**Αναγέννηση:** Προέρχεται από την ιταλική λέξη "Rinascimento". Η Αναγέννηση αντιπροσωπεύει μια πολιτιστική ανα-γέννηση, η οποία σηματοδότησε τη μετάβαση από το μεσαίωνα στην νεωτερικότητα. Ξεκίνησε στη Φλωρεντία της Ιταλίας και εξαπλώθηκε σε όλη την Ευρώπη.

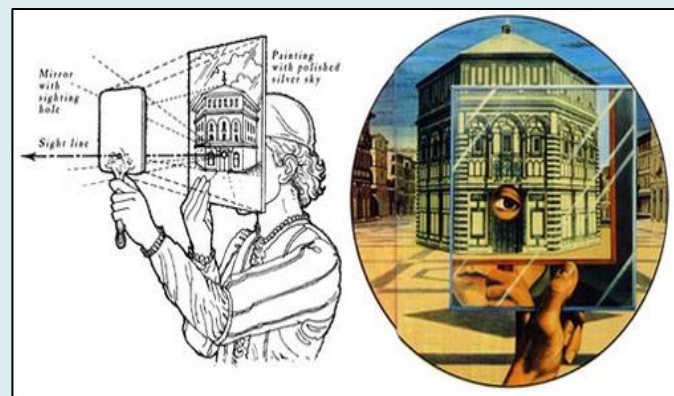
**Σημείο φυγής:** Ένα κοινό σημείο στη σύνθεση ενός ορίζοντα που χρησιμοποιείται στη Γραμμική Προοπτική, όπου όλες οι παράλληλες γραμμές (orthogonals) συγκλίνουν σε ένα μόνο σημείο. Συνήθως, ο πρωταγωνιστής μιας σύνθεσης βρίσκεται σε αυτό το σημείο.



## Τα Μαθηματικά πίσω από την Προοπτική

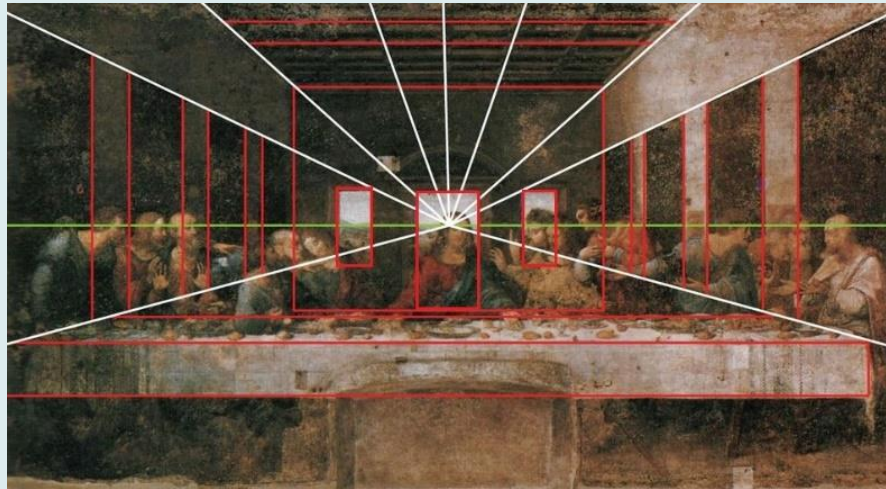
Ο καλλιτέχνης Φιλίππο Μπρουνελλέσκι συνειδητοποίησε ότι αν υπήρχαν παράλληλες γραμμές που συγκλίνουν σε ένα μόνο σημείο σε έναν καμβά, θα δημιουργούσε μια ψευδαίσθηση βάθους. Αυτό το γεγονός τον οδήγησε στην ανακάλυψη μιας μεθόδου στην οποία, μέσα σε ένα πίνακα, θα ήταν σε θέση να προσδιορίσει μαθηματικά τις σωστές αναλογίες ενός αντικειμένου σε πραγματική κλίμακα.

Σε ένα από τα πιο γνωστά πειράματα του (Εικ. 11), ο Φιλίππο Μπρουνελλέσκι σκιαγράφησε το Βαπτιστήριο της Φλωρεντίας σε καμβά και έκανε πάνω σε αυτόν μια μικρή τρύπα. Μετά από αυτό, έβαλε έναν άνδρα να τον κρατά απέναντι από το πραγματικό Βαπτιστήριο, με έναν καθρέφτη στο ενδιάμεσο. Μετά ρώτησε τον άνθρωπο τι ήταν ακριβώς αυτό που έβλεπε. Ο άντρας απάντησε: "Ω, είναι το Βαπτιστήριο, κύριε Φιλίππε!". Ο Μπρουνελλέσκι είχε μόλις απεικονίσει το κτίριο σε τέλεια προοπτική.



Εικόνα. 11 – Πείραμα από τον Φιλίππο Μπρουνελλέσκι (Πηγή: <https://lifethroughamathematicianseyes.wordpress.com/2018/01/24/leonardo-da-vincis-geometric-sketches/>)

Για να το καταλάβετε καλύτερα, ρίξτε μια ματιά στην αρχική δημιουργία του «Μυστικού Δείπνου» που παρουσιάστηκε πριν (Εικόνα 3) και πώς θα μπορούσε να αναλυθεί σε μια γραμμική προοπτική άποψη σε μια επιτυχημένη προσπάθεια να δημιουργηθεί μια ψευδαίσθηση του βάθους (Εικόνα 12):



Εικόνα. 12 – Παρουσία γραμμικής προοπτικής στο Μυστικό Δείπνο (1495-98)  
(Πηγή: [https://en.wikipedia.org/wiki/Last\\_Supper](https://en.wikipedia.org/wiki/Last_Supper))

Όσο για την Εναέρια Προοπτική, πρέπει απλά να μοιράσουμε τον καμβά σε "στρώματα" και να τα βάψουμε αναλόγως.

Μια τέλεια απεικόνιση αυτού του κανόνα μπορεί να παρατηρηθεί στην Εικόνα 13: οι πιο σκοτεινές αποχρώσεις της ζωγραφικής βρίσκονται στο προσκήνιο. Ωστόσο, καθώς τα πεδία υποχωρούν προς τον ορίζοντα, τα χρώματα ξεθωριάζουν, δημιουργώντας έτσι αίσθηση βάθους.

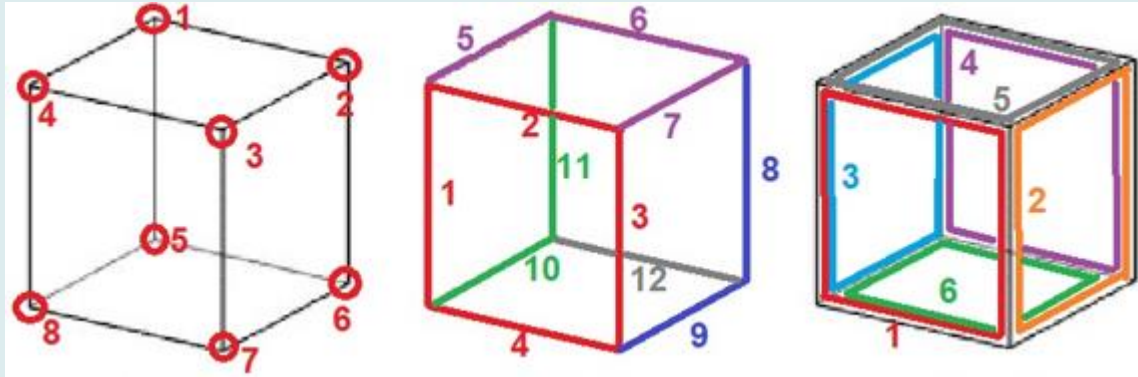


Εικόνα. 13 – Αντιπροσώπηση εναέριας προοπτικής  
(Πηγή: [Untitled], <http://spartanartb.blogspot.com/2014/07/8th-grade-color-value-landscapes.html>)

Εν τω μεταξύ, πίσω στα Πολύεδρα, ο Λέονχαρτ Όιλερ (1707-1783) είχε προσδιορίσει τον τύπο  $V - E + F = 2$ , κοινώς γνωστό ως ο τύπος του Όιλερ. Ο τύπος αυτός δηλώνει

ότι, σε ένα κυρτό πολύεδρο, ο αριθμός των κορυφών (V), μείον τον αριθμό των ακμών (E), συν τον αριθμό των εδρών (F), πάντοτε ισούται με δύο.

Για παράδειγμα, όπως φαίνεται στο σχήμα 13, ένα εξάεδρο έχει 8 Κορυφές, 12 Ακμές και 6 Έδρες. Με αυτόν τον τρόπο,  $V - E + F = 2$  ισούται με  $8 - 12 + 6 = 2$ .



**Κορυφές**

**Ακμές**

**Έδρες**

Εικόνα. 14 – Κορυφές, Ακμές και Έδρες εξάεδρου (Πηγή: Συγγραφέως)



## ΕΡΓΑΣΙΕΣ

### ΕΡΓΑΣΙΑ 1

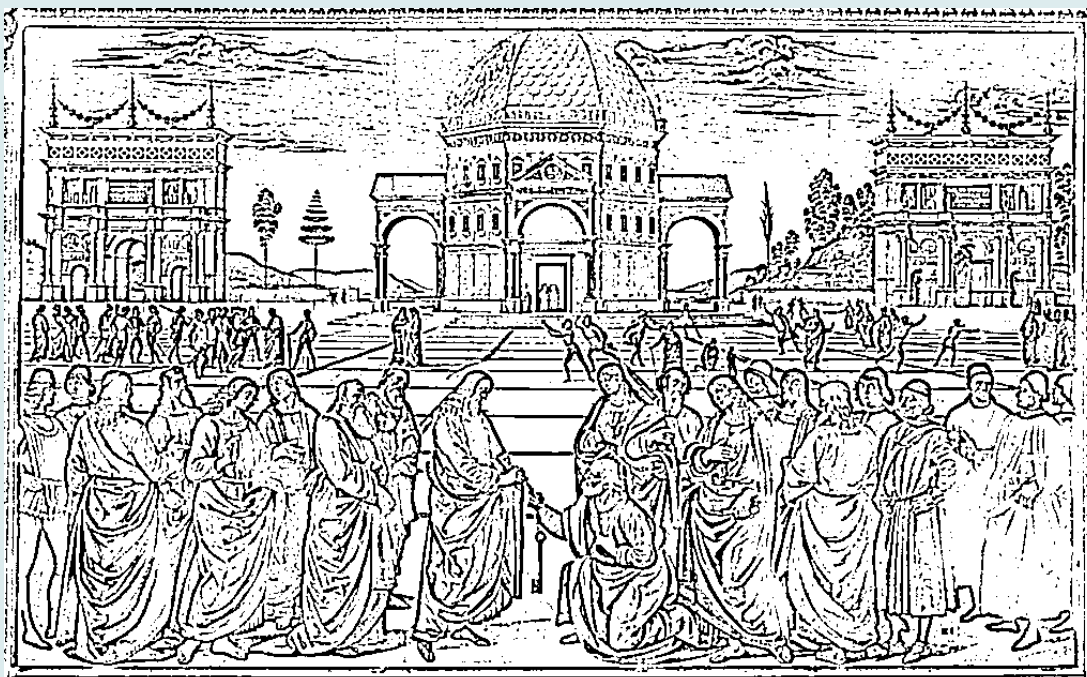
Με δεδομένη την αρχή της Γραμμικής Προοπτικής:

1.1. Μπορείτε να εντοπίσετε το σημείο φυγής; Περιγράψτε το σε ασπρόμαυρη εκδοχή.



Εικόνα. 15 – Christ Handing the Keys to St. Peter (1481-82), από τον Pietro Perugino  
(Πηγή: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:PeruginoKeys.jpg>)

12



Εικόνα 16 – Christ Handing the Keys to St. Peter, από τον Pietro Perugino (1481-82)  
(Πηγή: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:PeruginoKeys.jpg>; Edited by: Author, 2019)

Το έργο αυτό χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η δημοσίευση αυτή αντικατοπτρίζει μόνο τις απόψεις του δημιουργού και η Επιτροπή δεν μπορεί να θεωρηθεί υπεύθυνη για οποιαδήποτε χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.



1.2. Ελέγξτε την Εικ. 17. Μπορείτε να εντοπίσετε ομοιότητες με τις αρχές της γραμμικής προοπτικής στην παρακάτω εικόνα; Δείξτε τα σε ασπρόμαυρη εκδοχή (Εικ. 18).



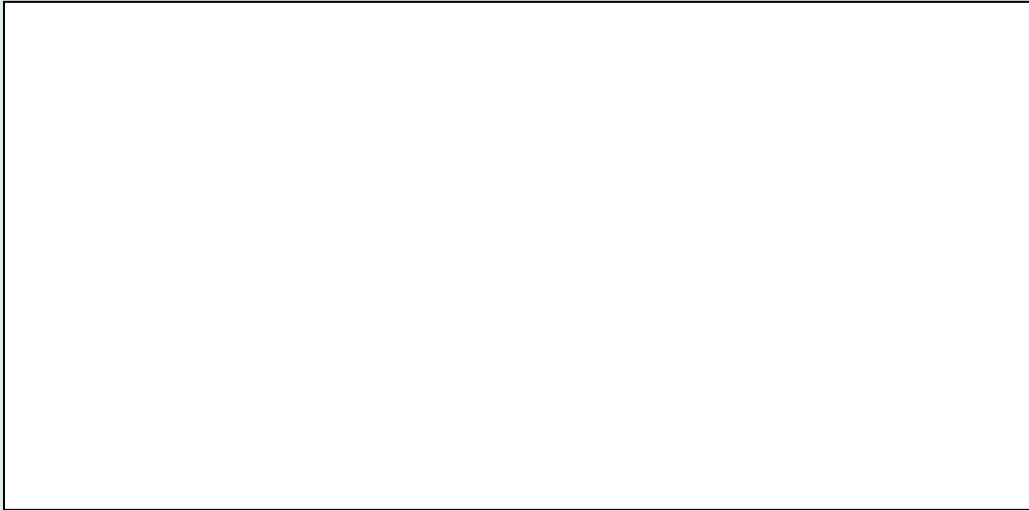
Εικόνα. 17 – Rua 4, Espinho (2019) (Πηγή: Συγγραφέας)

13

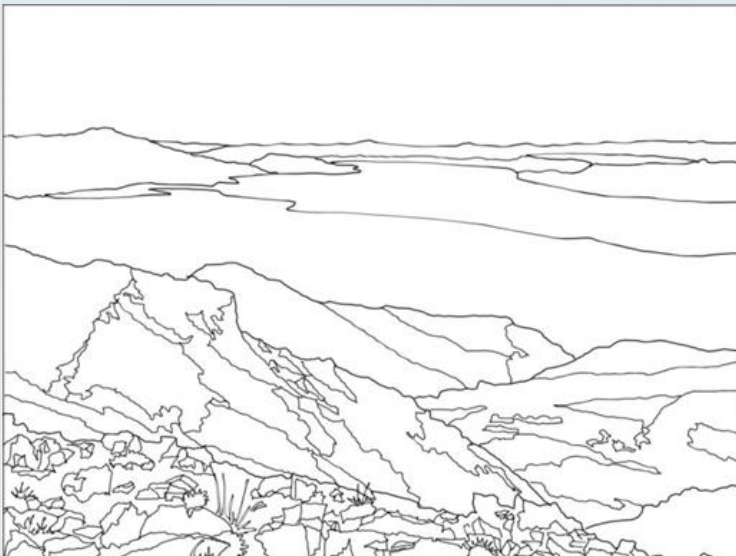



Εικόνα. 18 – Rua 4, Espinho (2019) (Πηγή: Συγγραφέας; Προσαρμόστηκε από: Συγγραφέα, 2019)

**1.3.** Σχεδιάστε μια γραμμή ορίζοντα και ορίστε το σημείο φυγής. Μετά από αυτό, σχεδιάστε τρεις κύβους, ο καθένας από μια διαφορετική οπτική γωνία. (Συμβουλή: τα αντικείμενα που φαίνονται πάνω από τον ορίζοντα φαίνονται σαν να βλέπετε κάτω από αυτά, τα αντικείμενα που σχεδιάζονται κάτω από τον ορίζοντα φαίνονται σαν να κοιτάτε από πάνω τους)



## ΕΡΓΑΣΙΑ 2



 Χρωματίστε το παρακάτω τοπίο σε μια προοπτική χρώματος. (Συμβουλή: Χρησιμοποιήστε τα πιο σκούρα χρώματα στο προσκήνιο, μεσαίους τόνους στη μέση, ενώ για το παρασκήνιο (φόντο) χρησιμοποιήστε ένα μπλε που ξεθωριάζει).

**Εικόνα. 19 – Καμβάς για εξάσκηση σε δημιουργία εναέριας προοπτικής, από την Erica Christensen**

(Πηγή: <https://concepts.app/s/5aa9aa3c-529b-4875-91d3-e1a2366d299b>)

### ΕΡΓΑΣΙΑ 3

Η προοπτική μπορεί να αναπαρασταθεί στις εικονογραφήσεις μέσω της χρήσης του χρώματος ή της γραμμικής προοπτικής.

Δείξτε, μεταξύ των ακόλουθων έργων ζωγραφικής, ποια αντιπροσωπεύουν καλύτερα την Προοπτική Χρώματος, την Γραμμική Προοπτική, και τις δύο ή καμία.



Εικόνα. 20 – “Calling of the Apostles Peter and Andrew” (1370), by Lorenzo Veneziano, at Staatliche Museum. (Πηγή: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:15\\_Lorenzo\\_Veneziano,\\_Calling\\_of\\_the\\_Apostles\\_Peter\\_and\\_Andrew,\\_1370\\_Staatliche\\_Museum,\\_Berlin..jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:15_Lorenzo_Veneziano,_Calling_of_the_Apostles_Peter_and_Andrew,_1370_Staatliche_Museum,_Berlin..jpg))



Εικόνα. 21 – “Mona Lisa” (1503), by Leonardo da Vinci (Πηγή: [https://pt.wikipedia.org/wiki/Mona\\_Lisa](https://pt.wikipedia.org/wiki/Mona_Lisa))

15



Εικόνα. 22 – “The Healing of the Cripple and the Raising of Tabitha” (1424), by Masolino da Panicale (Πηγή: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Cappella\\_brancacci,\\_Guarigione\\_dello\\_storpio\\_e\\_resurrezione\\_di\\_Tabita\\_\(restaurato\),\\_Masolino.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Cappella_brancacci,_Guarigione_dello_storpio_e_resurrezione_di_Tabita_(restaurato),_Masolino.jpg))



**ΕΡΓΑΣΙΑ 4**

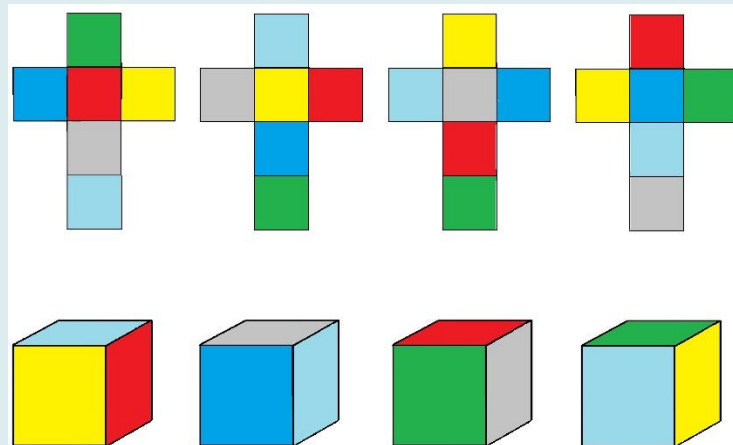
Με βάση τον τύπο του Όιλερ  $V - E + F = 2$  (όπου  $V =$  Κορυφές,  $E =$  Ακμές και  $F =$  Έδρες), συμπληρώστε τα κενά στον πίνακα:

Πλατωνικά στερεά	Αριθμός Εδρών (F)	Αριθμός Κορυφών (V)	Αριθμός Ακμών (E)	$E + 2$	$F + V$
Εξάεδρο	6	8	12	14	14
Τετράεδρο					
Οκτάεδρο					
Δωδεκάεδρο					
Εικοσάεδρο					

**ΕΡΓΑΣΙΑ 5**

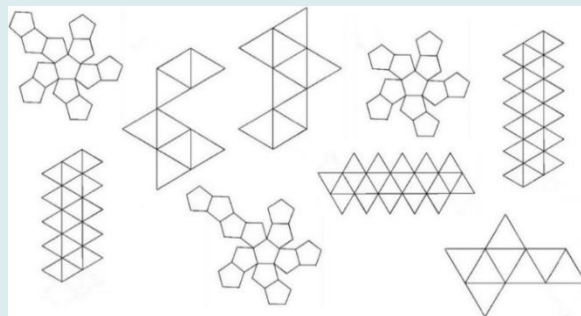
Παρακάτω υπάρχουν Πολυεδρικά σχέδια (planification):

5.1 Ποιο εξάεδρο αντιστοιχεί σε κάθε planification?



Εικόνα. 23 – Planification κύβων (Πηγή: Συγγραφέας)

5.2 Κυκλώστε το planification που ανταποκρίνεται σε Πλατωνικό Πολύεδρο :





## ΜΑΘΕΤΕ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΑ...

Η Ιστορία των Πολυέδρων στην Ελλάδα

<http://web.iyte.edu.tr/~gokhankiper/Πολύεδρα/Greeks.htm>

Εικονικά Πολύεδρα, από τον George W. Hart

<http://www.georgehart.com/virtual-πολύεδρα/vp.html>

Διαδραστικό βίντεο σε γραμμική προοπτική

<https://www.khanacademy.org/humanities/renaissance-reformation/early-renaissance1/beginners-renaissance-florence/a/linear-perspective-interactive>

Παρουσία γραμμικής προοπτικής σε πίνακες ζωγραφικής με την πάροδο του χρόνου

<http://headforart.com/2016/07/01/linear-perspective/>

Ζωγραφίζοντας Πολύεδρα σε προοπτική ενός σημείου

<https://www.studentartguide.com/wp-content/uploads/2015/02/perspective-drawing.pdf>

Τα Πολύεδρα του Λεονάρντο Ντα Βίντσι

<https://www.georgehart.com/virtual-πολύεδρα/leonardo.html>

Χρωματική Προοπτική

<https://www.exploring-landscape-painting.com/colour-perspective.html>

Η φόρμουλα Πολυέδρων του Euler's, από τον Abigail Kirk

<https://plus.maths.org/content/eulers-polyhedron-formula>