

ΜΕΡΟΣ Ι: ΕΙΚΑΣΤΙΚΕΣ ΤΕΧΝΕΣ & ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΗΛΙΚΙΑΚΟ ΕΥΡΟΣ: 13-15

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 3: ΑΝΑΓΕΝΝΗΣΙΑΚΗ ΤΕΧΝΗ ΚΑΙ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

LogoPsyCom



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

Οδηγός Εκπαιδευτικού

Τίτλος: Η γεωμετρία στους Αναγεννησιακούς Πίνακες και την Αρχιτεκτονική

Ηλικιακό Εύρος: 13-15 χρονών

Διάρκεια: 2 ώρες

Μαθηματικές Έννοιες: Προοπτική, Χρυσή αναλογία, Χρυσό ορθογώνιο, Πολύεδρα

Καλλιτεχνικές Έννοιες: Αναγεννησιακή Τέχνη, Γραμμική προοπτική, Σημείο φυγής, Προώθηση, Εναέρια προοπτική, Σημείο Εστίασης, Κλασική και Αρχαϊκή επιρροή, Αέτωμα

Γενικοί Σκοποί: Οι μαθητές να ανακαλύψουν τις μαθηματικές έννοιες που κρύβονται στην αναγεννησιακή τέχνη, χρησιμοποιώντας τεχνικές προοπτικής και τη Χρυσή Αναλογία.

Οδηγίες και Μεθοδολογία: Οι μαθητές θα εξερευνήσουν και τα δύο πεδία, σχεδιάζοντας και/ή παρακολουθώντας τα προτεινόμενα βίντεο που αναλύουν διάσημους αναγεννησιακούς πίνακες. Θα μάθουν τα βασικά των προαναφερόμενων μαθηματικών εννοιών.

Πηγές: Αυτό το εργαλείο παρέχει εικόνες και βίντεο. Τα θέματα του εργαλείου θα αποτελέσουν πηγή έμπνευσης για να βρείτε επιπλέον υλικό για εξατομίκευση του μαθήματος ανάλογα με τη σύσταση της τάξης.

Συμβουλές για τον εκπαιδευτικό: Η εκμάθηση συνοδευόμενη με πρακτική είναι πολύ αποτελεσματική, ειδικά για μαθητές με μαθησιακές δυσκολίες. Ενθαρρύνετε τους να σχεδιάσουν / χρωμάτισουν χρησιμοποιώντας τις προτεινόμενες τεχνικές.

Επιθυμητά αποτελέσματα και δεξιότητες: Στο τέλος αυτού του εργαλείου, οι μαθητές θα είναι σε θέση να:

- ο Κατανοήσουν τη λογική διαδικασία πίσω από τη χρήση γραμμικής και εναέριας προοπτικής των καλλιτεχνών.
- ο Κατανοήσουν πώς χρησιμοποιείται η Χρυσή Αναλογία στην Αναγεννησιακή Τέχνη.
- ο Να αναγνωρίσουν ένα πλατωνικό στερεό και να γνωρίζουν τι συνιστά ένα πολύεδρο.

Άσκηση αξιολόγησης:

3-2-1	
Γράψτε 3 πράγματα που σας άρεσαν σε αυτό το εργαλείο	1. 2. 3.
Γράψτε δύο πράγματα που μάθατε	1. 2.
Γράψτε ένα στοιχείο που θα μπορούσε να βελτιωθεί	1.

Εισαγωγή

Τα μαθηματικά και η τέχνη φαινομενικά χρησιμοποιούν δύο πολύ διαφορετικούς τρόπους σκέψης, στη λογική και στη δημιουργικότητα αντιστοίχως. Η τέχνη ως επί το πλείστο εστιάζει στην αποτύπωση συναισθημάτων, ενώ τα μαθηματικά συνήθως χρησιμοποιούνται για να εκφράσουν γεγονότα και προβληματισμό.

Ωστόσο, πολλοί καλλιτέχνες αποφάσισαν να μελετήσουν τα μαθηματικά για να τα χρησιμοποιήσουν στα έργα τους. Η βελτίωση που η γεωμετρική γνώση θα μπορούσε να επιφέρει στις καλλιτεχνικές δημιουργίες, αποδεικνύει ότι τα μαθηματικά θα μπορούσε να χρησιμοποιηθούν ως ένα πολύτιμο θεωρητικό όργανο για τις εικαστικές τέχνες. Πολλοί καλλιτέχνες από την Αναγέννηση μελέτησαν μαθηματικές έννοιες όπως είναι η προοπτική και τα πολύεδρα για να πετύχουν μια πιο ζωντανή αναπαράσταση του κόσμου.

Πολλοί μελετητές που ασχολούνται με την ιστορία της τέχνης, έχουν περιστασιακά παρατηρήσει ότι οι δύο μεγαλύτερες επαναστάσεις στην ιστορία της τέχνης, δηλαδή η Αναγέννηση και η Μοντέρνα Τέχνη, έγιναν από καλλιτέχνες που είχαν μελετήσει νέες γεωμετρικές έννοιες. Αυτό έγινε με την προοπτική στη γεωμετρία κατά την Αναγέννηση και την πολυδιάστατη γεωμετρία κατά τη Μοντέρνα Τέχνη.

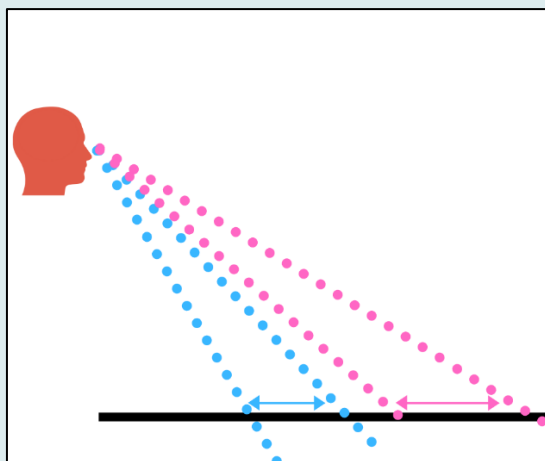
Σε αυτό το εργαλείο, θα επικεντρωθούμε στην Αναγεννησιακή Τέχνη, τις επιρροές της και την εφαρμογή των μαθηματικών σε καλλιτεχνικά και αρχιτεκτονικά έργα της εποχής αυτής. Θα συζητήσουμε τα έργα μερικών γνωστών καλλιτεχνών και αρχιτεκτόνων που άλλαξαν προοπτικές και διαστάσεις κατά την Αναγέννηση.

Αναγεννησιακή Τέχνη

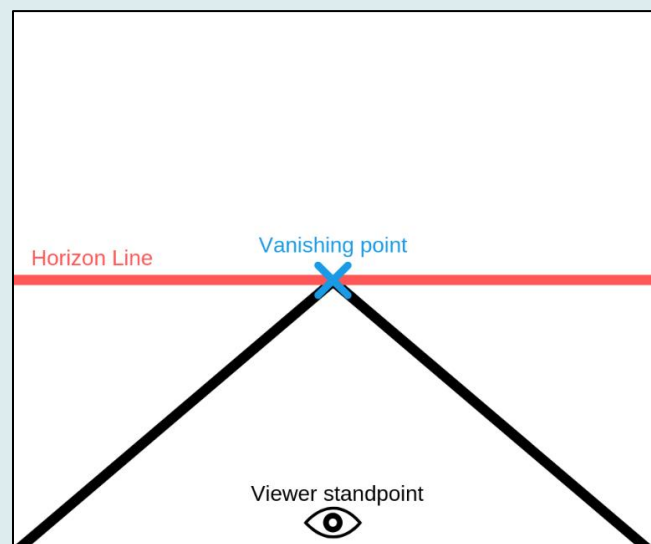
Η Αναγέννηση είναι η περίοδος μεταξύ του Μεσαίωνα και του Μοντερισμού. Υπολογίζεται από τον 14ο έως τον 17ο αιώνα, μια εποχή κατά την οποία οι καλλιτέχνες επέστρεφαν στα κλασικά έργα της Αρχαιότητας για έμπνευση. Η Αναγέννηση εξέφυσε πολλούς διάσημους καλλιτέχνες και αρχιτέκτονες. Καθώς εμπνεύστηκαν από την Αρχαιότητα, την ιστορική περίοδο από τον 8ο αιώνα π.Χ. έως τον 6ο αιώνα μ.Χ., μερικά από τα έργα της Αναγέννησης τείνουν εσφαλμένα να θεωρούνται ως Αρχαία τέχνη προερχόμενη από την Ελλάδα και τη Ρωμαϊκή Αυτοκρατορία.

Η εμφάνιση της προοπτικής

Πριν από τον 14ο αιώνα, οι καλλιτέχνες συνήθιζαν να αναπαριστούν εξέχουσες φυσιογνωμίες κάνοντας τους ανθρώπους να φαίνονται ψηλότεροι, και εστιάζονταν στη λεπτομέρεια. Ωστόσο, αυτή η μέθοδος δεν αντικατοπτρίζει τον τρόπο με τον οποίο το ανθρώπινο μάτι βλέπει τα πράγματα. Αυτός είναι ο λόγος για τον οποίο οι καλλιτέχνες άρχισαν να πειραματίζονται με την **προοπτική**, η οποία αποτελείται από διαφορετικές γραμμές και σημεία που μπορούν να αντιπροσωπεύουν αυτό που βλέπουμε ως τρισδιάστατη (3D) μορφή πάνω σε μια δισδιάστατη υποστήριξη. Αυτός είναι ο τρόπος με τον οποίο το ανθρώπινο μάτι βλέπει με προοπτική:



Εικόνα 1: Πλευρική άποψη προοπτικής



Εικόνα 2: Πρόσοψη προοπτικής

Με τις μελέτες προοπτικής, οι καλλιτέχνες άρχισαν να χρησιμοποιούν διαφορετικές μεθόδους. Τρεις βασικοί τύποι προοπτικής χρησιμοποιήθηκαν ευρέως στα έργα τέχνης: γραμμική προοπτική, προοπτική απεικόνιση και εναέρια προοπτική.

Η **γραμμική προοπτική** βασίζεται στη σύγκλιση πολλών γραμμών στην εικόνα. Το σημείο όπου συναντώνται ονομάζεται **σημείο φυγής**, το οποίο φαίνεται να είναι το πιο μακρινό αντικείμενο στην εικόνα. Κοιτάξτε τις γραμμές στη δεύτερη εικόνα, είναι μια καλή απομίμηση των προοπτικών γραμμών που δημιουργούνται από το ανθρώπινο μάτι.



Εικόνα 3: Κάρλο Κιβέλλι, Ο Ευαγγελισμός με τον Άγιο Εμίδιο, 1486

Η **προοπτική απεικόνιση** (foreshortening) είναι η σύμπτυξη (δηλαδή να γίνουν πιο κοντά) των μπροστινών σημείων ενός αντικειμένου για να δώσει μια εντύπωση γραμμικής προοπτικής. Εδώ, μπορείτε να δείτε ότι τα πόδια είναι πολύ κοντά και ο κορμός είναι πολύ μεγάλος. Αυτό γίνεται για να δώσει στον θεατή την εντύπωση της προοπτικής, σαν να στεκόμασταν εκεί όπου είναι τα πόδια.



Εικόνα 4: Αντρέα Μαντένινα, Ο Χριστός Νεκρός, 1470-71

Η **εναέρια ή ατμοσφαιρική προοπτική** εστιάζει στα χρώματα της ζωγραφικής. Όταν βλέπουμε κάτι από μακριά, συχνά φαίνεται πολύ θολό, τα χρώματα δεν είναι πολύ καθαρά. Μερικοί ζωγράφοι δημιούργησαν προοπτική κάνοντας το φόντο (στο βάθος) της ζωγραφικής τους πιο θολό, ενώ λιγότερο θολά τα σημεία και τα αντικείμενα που βρίσκονται σε πρώτο πλάνο. Αυτό μας δίνει την εντύπωση ότι βλέπουμε τα αντικείμενα που εμφανίζονται σε πρώτο πλάνο πολύ καθαρά, δίνοντας ταυτόχρονα την ψευδαισθήση ότι τα υπόλοιπα σημεία (στο βάθος) βρίσκονται πολύ μακριά για να τα δούμε.



Εικόνα 5: Λεονάρντο Ντα Βίντσι, Η Παναγία των Βράχων, 1503 – 1506

Μερικά παραδείγματα προοπτικής

Η Μόνα Λίζα, ένας από τους πιο διάσημους πίνακες του Λεονάρντο ντα Βίντσι, είναι ένα παράδειγμα έργου που χρησιμοποιεί προοπτική. Μπορείτε να δείτε ότι τα χρώματα και τα σχήματα είναι πιο θολά και πιο αναμεμιγμένα στο βάθος, ενώ το πρώτο πλάνο είναι γεμάτο με λεπτομέρειες. Αυτό κάνει τη Μόνα Λίζα να ξεχωρίζει και να φαίνεται ακόμα πιο ενδιαφέρουσα για τον θεατή. Όπως θα δείτε αργότερα, αυτός ο πίνακας περιέχει επίσης τη σημαντική μαθηματική φιγούρα του **Χρυσού Ορθογωνίου**.

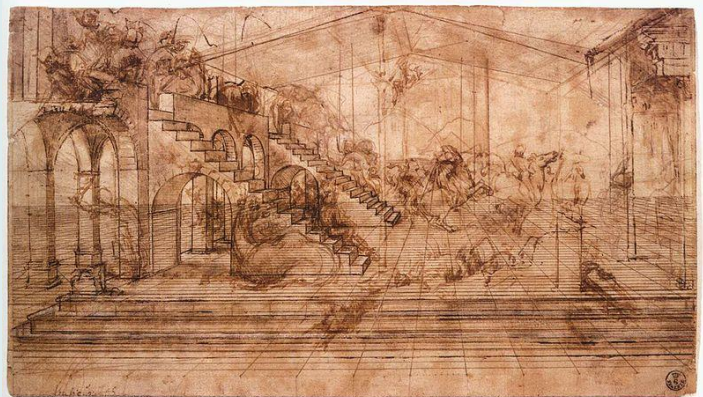


Εικόνα 6: Λεονάρντο Ντα Βίντσι, Μόνα Λίζα, 1503-1506

Ίσως αναγνωρίζετε το όνομα του **Λεονάρντο ντα Βίντσι**, το οποίο έχει ήδη αναφερθεί δύο φορές ως παράδειγμα. Ήταν ένας από τους πιο γνωστούς ζωγράφους της Αναγέννησης.

Ο επόμενος πίνακας είναι επίσης δικός του, αλλά δείχνει πώς σπούδασε προσεκτικά την προοπτική πριν ξεκινήσει τη ζωγραφική.

Στην «Προοπτική μελέτη της λατρείας των μάγων», μπορούμε να διακρίνουμε τη δουλειά που έγινε χρησιμοποιώντας κανόνες προοπτικής, και ειδικότερα στο πίσω μέρος (φόντο). Σε αυτήν την περίπτωση, σχεδίασε όλες τις γραμμές που οδηγούν στο σημείο φυγής στο βάθος.



Εικόνα 7: Μελέτη της Προοπτικής από το έργο 'Η προσκύνηση των Μάγων', Λεονάρντο Ντα Βίντσι, ca.1481

Όπως μπορείτε να δείτε, η μελέτη της προοπτικής επικεντρώθηκε στο βάθος αυτού του πίνακα, ο οποίος περιέχει πολλές λεπτομέρειες και έτσι χρησιμοποιεί γραμμική προοπτική για να δείξει το τοπίο στο φόντο, το οποίο φαίνεται να βρίσκεται στο βάθος του τελικού πίνακα.



Εικόνα 8: Η προσκύνηση των Μάγων, Λεονάρντο Ντα Βίντσι, ca.1480

Διαστάσεις και αναλογίες στην Αναγεννησιακή Τέχνη

Στην Αναγέννηση, η μελέτη ορισμένων αρχαίων κειμένων βοήθησε τους καλλιτέχνες και τους αρχιτέκτονες να αναπτύξουν νέες τεχνικές για να χτίσουν τα έργα τους σε όρους αναλογίας και διάστασης. Η προοπτική ήταν μια από αυτές τις τεχνικές, αλλά υπήρξαν και πολλές άλλες.

Το άγαλμα του Δαβίδ του Μιχαήλ Άγγελου προοριζόταν αρχικά για την οροφή του καθεδρικού ναού της Φλωρεντίας όπου οι παρευρισκόμενοι θα το έβλεπαν από κάτω προς τα επάνω, γι 'αυτό το κεφάλι και τα χέρια του είναι τόσο μεγάλα. Αυτό είναι επίσης ένα παράδειγμα του πώς οι καλλιτέχνες της Αναγέννησης έπαιξαν με διαστάσεις και αναλογίες για να δημιουργήσουν προοπτική και να προσαρμόσουν τα έργα ανάλογα με την πλευρά οπτικής του θεατή.



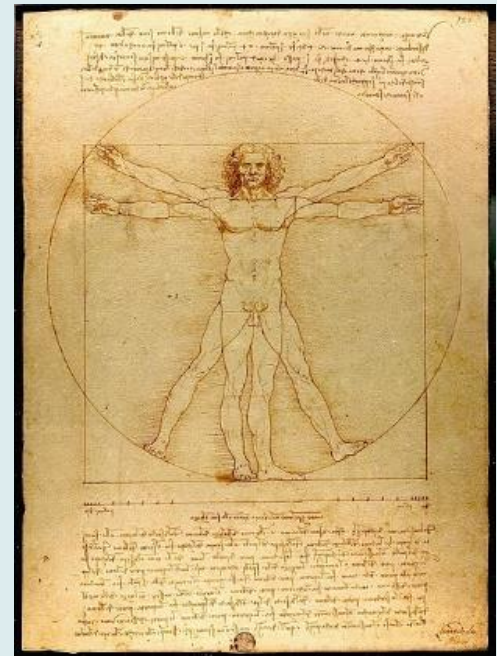
Εικόνα 9: Μιχαήλ Άγγελος, Δαβίδ, 1501



Μπορείτε να μάθετε περισσότερα από το βίντεο:

https://www.youtube.com/watch?v=o9Kum_JjIdk ,

Ο Λεονάρντο ντα Βίντσι μελετούσε συνεχώς την επιστήμη και τα μαθηματικά στα έργα του. Οι αναλογίες των δύο ανδρών στο Βιτρούβιο του Ντα Βίντσι βασίζονται στην έννοια της Χρυσής Τομής. Ο άντρας του Βιτρούβιου λέγεται ότι «συνδυάζει τα μαθηματικά, τη θρησκεία, τη φιλοσοφία, την αρχιτεκτονική και τις καλλιτεχνικές δεξιότητες της εποχής του». Οι αναλογίες του πιστεύεται ότι είναι οι τέλει αναλογίες για το ανθρώπινο σώμα. Η Μόνα Λίζα (βλ. Εικόνα παραπάνω) περιέχει επίσης μερικά χρυσά ορθογώνια.



Εικόνα 10: Λεονάρντο Ντα Βίντσι, Βιτρούβιος 1490



Παρακολουθήστε το παρακάτω βίντεο για να δείτε πώς χρησιμοποιείται η Χρυσή Αναλογία σε αυτό το σχέδιο: [https://www.youtube.com/watch?v=gQ5a-](https://www.youtube.com/watch?v=gQ5a-RcLBuk)

[RcLBuk](https://www.youtube.com/watch?v=gQ5a-RcLBuk).

Ο **Λέον Μπατίστα Αλμπέρτι** σχεδίασε μέρος της πρόσοψης της Σάντα Μαρία Νοβέλλα, στη Φλωρεντία. Επηρεάστηκε από τον κλασικισμό και ήθελε να ακολουθήσει τα σχέδια και τις τέλειες διαστάσεις της Αρχαιότητας. Η εκκλησία στην οποία έπρεπε να εργαστεί ήταν γοθική, γεγονός που έκανε το έργο του ακόμη πιο δύσκολο. Το αποτέλεσμα ήταν μια πρόσοψη που συνδυάζει τόσο γοθικές όσο και κλασικές επιρροές. Δείχνει τα ίδια γεωμετρικά σχέδια και στρατηγικές που περιγράφονται παραπάνω για να κάνει τη δομή της πιο ομαλή, χρησιμοποιώντας στήλες για να ορίσουν τις άκρες του κτιρίου και βρίσκουν έμπνευση σε ελληνικούς ναούς με το **αέτωμα** στην κορυφή της πρόσοψης.

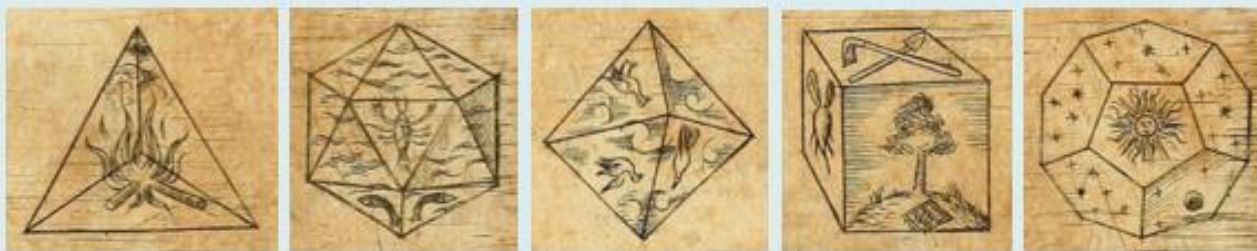


Εικόνα 11: Λέον Μπατίστα Αλμπέρτι, Σάντα Μαρία Νοβέλλα, 1470

Τα πολυέδρα στην Αναγεννησιακή Τέχνη

Τα πολυέδρα είναι γεωμετρικά σχήματα που μπορούμε να βρούμε στην αναγεννησιακή τέχνη. Μερικά από αυτά είναι γνωστά και ονομάζονται «πλατωνικά στερεά» επειδή καλλιτέχνες από την Αναγέννηση βρήκαν έμπνευση στα κείμενα του Πλάτωνα. Ο Πλάτωνας έδωσε ένα πολυέδρο σε κάθε ένα από τα στοιχεία. Το Τετράεδρο στη Φωτιά, το Οκτάεδρο στον Αέρα, τον Κύβο στη Γη και το Δωδεκάεδρο στο «The Quinta Essentia» (το Σύμπαν). Θα μάθετε περισσότερα στο μαθηματικό μέρος του εργαλείου, αλλά μπορείτε ήδη να παρατηρήσετε ότι αυτά τα στερεά αποτελούνται από έναν συνδυασμό διαφορετικών σχημάτων όπως τα τρίγωνα και τα

τετράγωνα.



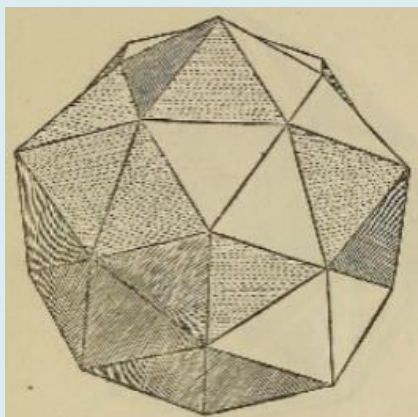
Εικόνα 12: Ο Σύνδεσμος των Πλατωνικών Στερεών του Πλάτωνα με τα στοιχεία, από τον Γίochαν Κέπλερ



Εικόνα 13: Μωσαϊκό Χωρίς τίτλο του Ουτσέλλο, 1425

Το μωσαϊκό χωρίς τίτλο του Πάολο Ουτσέλλο στη Βασιλική του Αγίου Μάρκου, στη Βενετία (1425 - 1430), είναι μια από τις αναπαραστάσεις της αναγεννησιακής χρήσης των πολυέδρων σε καλλιτεχνικές συνθέσεις. Μπορείτε να δείτε ότι σχεδίασε διαφορετικά στερεά σε αυτό το πλακάκι, ένα από αυτά δείχνει ένα πολύ περίπλοκο πολυέδρο, το οποίο θα μπορούσε να αποσυντεθεί σε πολλά κομμάτια. Η χρήση πολυέδρων σε αυτήν την περίπτωση βοηθά τον καλλιτέχνη να μας δώσει μια ψευδαίσθηση του βάθους και της τρίτης διάστασης.

12



Εικόνα 14: Η απεικόνιση του Λεονάρντο ντα Βίντσι στο "De Divina Proportione", 1509

Ο Λεονάρντο ντα Βίντσι σπούδασε επίσης τα πολυέδρα και σχεδίασε ένα βιβλίο με τίτλο «De Divina Proportione» (Η Χρυσή Αναλογία). Μπορείτε να δείτε το παράδειγμα στα αριστερά ως μία από τις περιπτώσεις που μελέτησε. Ο καλλιτέχνης χρησιμοποίησε την προοπτική για να σχεδιάσει τα διαφορετικά σχήματα και τα συνδύασε για να απεικονίσει ένα στερεό. Και πάλι, αυτή η τεχνική δημιουργεί μια ψευδαίσθηση του βάθους. Έχουμε την εντύπωση ότι αν μπορούσαμε να αγγίξουμε το σχήμα,



Θα μπορούσαμε να το γυρίσουμε και να δούμε όλες τις πλευρές του σε τρεις διαστάσεις.



Εικόνα 15 :Η πυραμίδα της Γκίζας, Αίγυπτος

Στην αρχαία αρχιτεκτονική, τα πιο αντιπροσωπευτικά παραδείγματα πολυέδρων είναι οι αιγυπτιακές πυραμίδες.

Ωστόσο, κατά τη διάρκεια της Αναγέννησης, τα πολυέδρα χρησιμοποιήθηκαν ως επί το πλείστον στην τέχνη και μόνο, μέχρι τη σύγχρονη εποχή, κατά την οποία οι αρχιτέκτονες άρχισαν να εξερευνούν πραγματικά τις δυνατότητες που προσφέρουν στα κτίριά τους.

Γλωσσάρι

Γραμμική προοπτική: η τεχνική ζωγραφικής που χρησιμοποιεί γραμμές και ένα σημείο φυγής για τη δημιουργία προοπτικής.

Προοπτική Απεικόνιση (foreshortening): η τεχνική ζωγραφικής που συμπύσσει ένα στοιχείο που βρίσκεται σε πρώτο πλάνο για να δημιουργήσει μια ψευδαίσθηση της προοπτικής.

Εναέρια Προοπτική: η τεχνική ζωγραφικής που θολώνει τα στοιχεία του φόντου, ή αλλιώς τα στοιχεία που βρίσκονται στο βάθος, για να δημιουργήσει μια ψευδαίσθηση της απόστασης και να τονίσει τα στοιχεία που βρίσκονται σε πρώτο πλάνο.

Σημείο φυγής: σε έναν πίνακα, το σημείο φυγής είναι η σύγκλιση των προοπτικών γραμμών, η οποία δημιουργεί την ψευδαίσθηση ενός τρισδιάστατου πίνακα.

Σημείο Εστίασης: το αντικείμενο της ζωγραφικής που τονίζεται για να τραβήξει την προσοχή των θεατών.

Αέτωμα: είναι το τριγωνικό στοιχείο που βρίσκεται συχνά σε ναούς της Αρχαίας αρχιτεκτονικής.

Γοθικός: ένας τύπος αρχιτεκτονικής που υπήρχε στην Ευρώπη από τον 12ο έως τον 16ο αιώνα. Ένα διάσημο παράδειγμα είναι ο καθεδρικός ναός της Παναγίας των Παρισίων. Μπορείτε να μάθετε για αυτό στο εργαλείο για τη γοθική τέχνη.

Τα μαθηματικά πίσω από την Αναγεννησιακή Τέχνη

Ο χρυσός αριθμός:

Ο χρυσός αριθμός είναι ένας μοναδικός αριθμός στα μαθηματικά. Είναι περίπου 1.618 και χρησιμοποιείται συχνά στην τέχνη και την αρχιτεκτονική. Χρησιμοποιούμε το ελληνικό γράμμα φ για να αναφερθούμε σε αυτό.

Η χρυσή αναλογία είναι η χρήση αυτού του αριθμού σε διαφορετικούς κλάδους.

Φανταστείτε ότι κόβουμε μια γραμμή σε δύο διαφορετικά μέρη: **a** και **β**. Όταν χρησιμοποιούμε τη χρυσή αναλογία, ολόκληρο το μήκος (a+b) διαιρούμενο με το μακρύ μέρος (a) είναι ίσο με το μακρύ τμήμα (a) διαιρούμενο με το κοντό (b).



Εικόνα 16: Πως διαιρείται η γραμμή σύμφωνα με τη Χρυσή Αναλογία

Με άλλα λόγια, θυμηθείτε αυτόν τον τύπο:

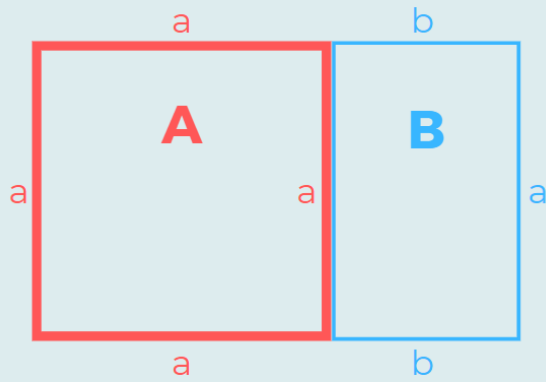
$$\varphi = \frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = 1,618$$

Η χρυσή αναλογία μπορεί στη συνέχεια να εφαρμοστεί σε ένα ορθογώνιο, που ονομάζεται **Χρυσό ορθογώνιο**. Καθώς θεωρήθηκε ως το πιο τέλει σχήμα, πολλοί καλλιτέχνες και αρχιτέκτονες της Αναγέννησης το χρησιμοποίησαν στη δουλειά τους.

Όπως έχουμε εφαρμόσει τη γραμμή ab, ας χωρίσουμε ένα **ορθογώνιο AB** σε 2 διαφορετικά μέρη: ένα **τετράγωνο A** και ένα **ορθογώνιο B** στο οποίο:

- όλες οι πλευρές του τετράγωνο A έχουν μήκος a;
- οι μεγάλες πλευρές του ορθογωνίου B έχουν μήκος **a**.
- οι μικρές πλευρές του ορθογωνίου B μήκος του **β**.

Κοιτάξτε την παρακάτω εικόνα:



Εικόνα 17: Το ορθογώνιο διαιρείται σύμφωνα με τη Χρυσή Αναλογία

Για να έχουμε το τέλειο ορθογώνιο, θα χρησιμοποιήσουμε τον ίδιο τύπο. Φανταστείτε για παράδειγμα ότι το τετράγωνο **A** είναι 2cm x 2cm. ($a=2$). Αν θέλουμε να βρούμε την πλευρά **b**:

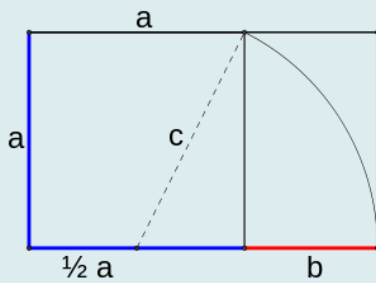
- Γνωρίζουμε ότι $\frac{a}{b} = 1,618$
- Επίσης γνωρίζουμε ότι $a = 2$
- Μπορούμε να πούμε ότι $\frac{2}{b} = 1,618$
- Και ότι $2 = b * 1,618$
- Αν απομονώσουμε το b , έχουμε: $b = \frac{2}{1,618}$
- Άρα, $b = 1,236$

Ας δούμε το αποτέλεσμα χρησιμοποιώντας και τους δύο τύπους:

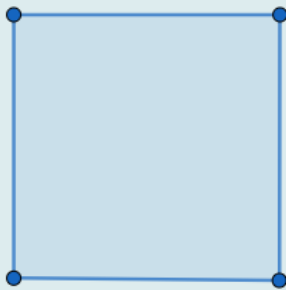
- $\frac{2 + 1,236}{2} = 1,618$
- $\frac{2}{1,236} = 1,618$

Μπορείτε επίσης να χρησιμοποιήσετε ένα μοιρογνωμόνιο και μια ρίγα για να

σχεδιάσετε το χρυσό ορθογώνιο:



1. Τοποθετήστε τη βελόνα του μοιρογνωμόνιού σας στο μέσο της κάτω πλευράς: $\frac{1}{2} a$
2. Ανοίξτε το μοιρογνωμόνιο σας για να αγγίξετε την αντίθετη γωνία
3. Σχεδιάστε μια καμπύλη από την επέκταση της κάτω πλευράς προς την αντίθετη γωνία της
4. Σχεδιάστε το ορθογώνιο Β από την αρχή της καμπύλης έως την επέκταση των άνω και κάτω πλευρών του τετραγώνου Α



Πολύεδρα

Το Πολύεδρο είναι μια συμπαγής μορφή από επίπεδες επιφάνειες που ονομάζονται πολύγωνα. Αυτές οι επιφάνειες δεν μπορούν να είναι στρογγυλεμένες ούτε καμπύλες.

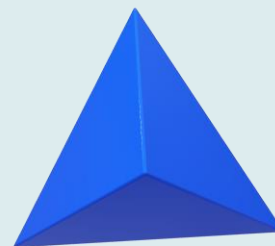
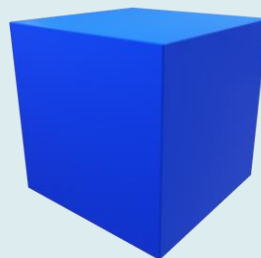
Για να ελέγξετε αν ένα στερεό είναι κυρτό πολυέδρο, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τον **πολυεδρικό τύπο του Euler**:

$$F + V - E = 2$$

στον οποίο το **F** είναι ο αριθμός των **εδρών**, το **V** ο αριθμός των **κορυφών** και το **E** είναι ο αριθμός των **ακμών**.

Ας το χρησιμοποιήσουμε σε μερικά παραδείγματα:

	Ο κύβος	Το Τετράεδρο
F	6	4
V	8	4
E	12	6
F + V - E = 2	$6 + 8 - 12 = 2$	$4 + 4 - 6 = 2$



ΕΡΓΑΣΙΑ

Αυτές οι εργασίες θα σας επιτρέψουν να κατανοήσετε τους τρόπους με τους οποίους χρησιμοποιήθηκαν οι προοπτικές, η χρυσή αναλογία και η πολύεδρα στην Αναγεννησιακή Τέχνη.

A) Γραμμές προοπτικής

- Σχεδιάστε τις γραμμές προοπτικής στη δεύτερη εικόνα παρακάτω
- Σχεδιάστε το σημείο φυγής στη σύγκλιση των προοπτικών γραμμών.

Δείτε πώς το κάναμε στο "Η ιδανική πόλη" του Piero della Francesca:



Εικόνα 18: Πιέρο ντέλλα Φραντσέσκα, Η ιδανική πόλη, 1470



Εικόνα 19: Λεονάρντο Ντα Βίντσι, Ο μυστικός δείπνος, 1495

Β) Λύστε ένα μαθηματικό πρόβλημα σχετικά με την αρχιτεκτονική χρησιμοποιώντας τη χρυσή αναλογία

20



Εικόνα 20: Ο Παρθενώνας, Ελλάδα, 5^{ος} αιώνας πΧ

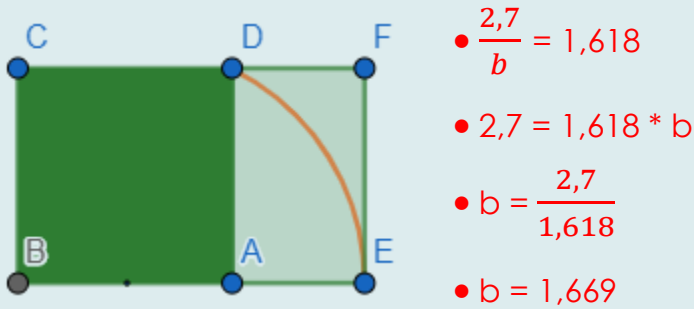
Βλέπετε αυτόν τον ναό; Είναι ο Παρθενώνας, ένας αρχαίος ελληνικός ναός με τις τέλειες διαστάσεις της χρυσής αναλογίας. Αποτέλεσε έμπνευση για πολλούς αρχιτέκτονες της Αναγέννησης.

Ας σχεδιάσουμε έναν ναό χρησιμοποιώντας τον τύπο.

- Σε κλίμακα, γνωρίζετε ότι το τετράγωνο **A** έχει πλευρές **2,7 cm**.
- Υπολογίστε την πλευρά **β** του ορθογωνίου.
- Σχεδιάστε το ορθογώνιο με το μοιρογνώμονιο με τη μέθοδο που μόλις μάθατε.

- Διακομήστε το Χρυσό σας ορθογώνιο με αναγεννησιακά χαρακτηριστικά (στήλες, αέτωμα κ.λπ.).

Οι μαθητές θα χρησιμοποιούσαν πρώτα τον τύπο για να βρουν την πλευρά b και, στη συνέχεια, να σχεδιάσουν το ορθογώνιο και να το διακομήσουν για να δημιουργήσουν έναν ναό από αυτό:

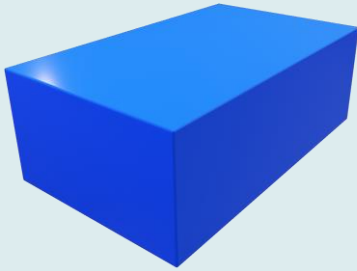


Μπορείτε επίσης να χρησιμοποιήσετε αν θέλετε το διαδικτυακό εργαλείο γραφήματος **GeoGebra** για να σχεδιάσετε τα σχήματα με μεγαλύτερη ακρίβεια!

Γ) Μάθετε αν τα ακόλουθα σχήματα είναι κυρτά πολυέδρα:



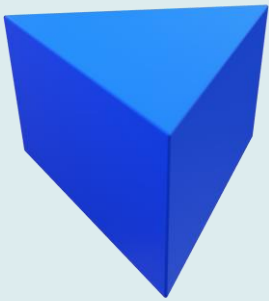
Αυτός είναι ένας κώνος
Καθώς περιέχει καμπύλες επιφάνειες, δεν είναι πολυέδρο!



Ναι, αυτό είναι ένα ορθογώνιο πρίσμα

$$F + V - E = 2$$

$$6 + 8 - 12 = 2$$



Ναι, αυτό είναι ένα τριγωνικό πρίσμα

$$5 + 6 - 9 = 2$$

Μάθετε περισσότερα...

Η Ιστορία της Αναγέννησης:

https://www.youtube.com/watch?v=Vufba_ZcoR0

Ανάλυση του αγάλματος του Δαβίδ του Μιχαήλ Αγγέλου:

https://www.youtube.com/watch?v=o9Kum_Jjdk

Ο Βιτρούβιος του Λεονάρντο Ντα Βίντσι:

<https://www.youtube.com/watch?v=gQ5a-RcLBuk> (Leonardo da Vinci's Vitruvius)

Ο Βιτρούβιος του Λεονάρντο Ντα Βίντσι:

<https://www.youtube.com/watch?v=aMsaFP3kggQ>

Κινούμενα παραδείγματα πολυέδρων:

<https://www.mathsisfun.com/geometry/polyhedron-models.html?m=Tetrahedron>

Μια περιγραφή της Σάντα Μαρία Νουβέλλα του Αλμπέρτι:

<https://www.khanacademy.org/humanities/renaissance-reformation/early-renaissance1/sculpture-architecture-florence/v/alberti-santa-maria-novella>