

ΜΕΡΟΣ Ι: ΕΙΚΑΣΤΙΚΕΣ ΤΕΧΝΕΣ & ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΛΙΚΙΑΚΟ ΕΥΡΟΣ: 16-18

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 13: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΟΡΙΓΚΑΜΙ

Sandgärdskolan



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

Οδηγός Εκπαιδευτικού

Τίτλος: Γεωμετρία Οριγκάμι

Ηλικιακό Εύρος: 16-18 χρονών

Διάρκεια: 2 ώρες

Μαθηματικές Έννοιες: διαστάσεις στον χώρο, συμμετρία, πολύγωνα, γεωμετρικές σχέσεις, γεωμετρικοί μετασχηματισμοί στο επίπεδο, καρτεσιανές συντεταγμένες, γεωμετρία, τριγωνομετρία

Καλλιτεχνικές Έννοιες: Οριγκάμι

Γενικοί Σκοποί: Πόσες φορές μπορεί να διπλωθεί ένα χαρτί (μοντέλο) χωρίς να καταστραφεί; Είναι δυνατή η επίλυση μαθηματικών εξισώσεων με το δίπλωμα χαρτιού;

Οδηγίες και Μεθοδολογία: Δώστε στους μαθητές τη δυνατότητα να εξερευνήσουν τα μαθηματικά μέσω του οριγκάμι, εφαρμόζοντάς το στην πράξη. Αυτό το εργαλείο αποτελεί μια καλή βάση για τους μαθητές οι οποίοι ενδιαφέρονται να ανακαλύψουν διαφορετικές μαθηματικές έννοιες δουλεύοντας με τα χέρια τους.

Πηγές: Αυτό το εργαλείο παρέχει εικόνες και βίντεο που μπορείτε να χρησιμοποιήσετε στην τάξη σας. Τα θέματα με τα οποία καταπιάνονται οι συγκεκριμένες πηγές θα αποτελέσουν πηγή έμπνευσης για εσάς και θα σας καθοδηγήσουν σχετικά με το πώς να ανατρέξετε σε πιο εξατομικευμένο υλικό προκειμένου να εμπλουτίσετε το μάθημά σας, ανάλογα με τον χρόνο και το επίπεδο των μαθητών που διαθέτετε.

Συμβουλές για τον εκπαιδευτικό: Ξεκινήστε το μάθημα με πρακτική εξάσκηση και προχωρήστε με τις μαθηματικές έννοιες που κρύβονται πίσω από το οριγκάμι.

Επιθυμητά αποτελέσματα και δεξιότητες: Στο τέλος αυτού του εργαλείου, ο μαθητής θα είναι σε θέση να:

- κατανοεί καλύτερα την τριγωνομετρία και τη γεωμετρία
- αναπτύξει τις καλλιτεχνικές πλευρές του μέσω της τεχνικής διπλώματος χαρτιού

Άσκηση αξιολόγησης εργαλείου:

Γράψτε 3 πράγματα που σας άρεσαν σε αυτό το εργαλείο	1. 2. 3.
Γράψτε δύο πράγματα που μάθατε	1. 2.
Γράψτε ένα στοιχείο που θα μπορούσε να βελτιωθεί	1.

Εισαγωγή

Το όνομα Οριγκάμι είναι ένα παλιό όνομα. Στις αρχές του έτους 600 π.Χ., οι άνθρωποι έμαθαν την τέχνη του διπλώματος χαρτιού, μια τέχνη που προέρχεται από την Κίνα. Το Οριγκάμι χρησιμοποιήθηκε πολύ νωρίς στην Ευρώπη και είναι αβέβαιο αν υπάρχει κάποια συνδιαλλαγή μεταξύ Κίνας / Ιαπωνίας και Ευρώπης όσον αφορά στην τεχνική αυτή. Όλα ξεκίνησαν με μια κοινή παράδοση δημιουργώντας απλά μοντέλα οριγκάμι για εθιμοτυπικούς σκοπούς. Ένας ειδικός τύπος χαρτιού, το ριζόχαρτο, χρησιμοποιούνταν κατά προτίμηση στα Ιαπωνικά οριγκάμι, αλλά καθώς το χαρτί ήταν αρκετά ακριβό, ήταν μόνο για τους πλούσιους.

Η γνώση στην κατασκευή χαρτιού λέγεται ότι ξεκίνησε περίπου το 105 μ.Χ. στην Κίνα. Ξεκίνησε ως χόμπι για την ελίτ και αποτελούσε μέρος των πολιτιστικών και θρησκευτικών τελετών. Όταν η τέχνη της κατασκευής χαρτιού εξαπλώθηκε και έγινε γνωστή, το χαρτί έγινε φθηνότερο και πολλοί περισσότεροι είχαν την οικονομική δυνατότητα να το αγοράσουν και να το χρησιμοποιήσουν.

Οριγκάμι

Το *Ori* στα ιαπωνικά σημαίνει δίπλωμα και το *kami* χαρτί. Η γεωμετρία του διπλώματος χαρτιού είναι η διαίρεση ενός τμήματος σε ίσα μέρη, συνδυάζοντας το Οριγκάμι και τα μαθηματικά. Δεν πρόκειται για μια καινούργια ιδέα, καθώς κατά τα τέλη του 19^{ου} αιώνα ένας Ινδός μαθηματικός χρησιμοποίησε την τεχνική διπλώματος χαρτιού προκειμένου να αποδείξει την μαθηματική εγκυρότητα των γεωμετρικών κατασκευών. Ως απόρροια αυτής της μελέτης, μελέτησε τη χρήση κατασκευών Οριγκάμι στο πλαίσιο του συστήματος προδημοτικής εκπαίδευσης.

ΓΛΩΣΣΑΡΙ

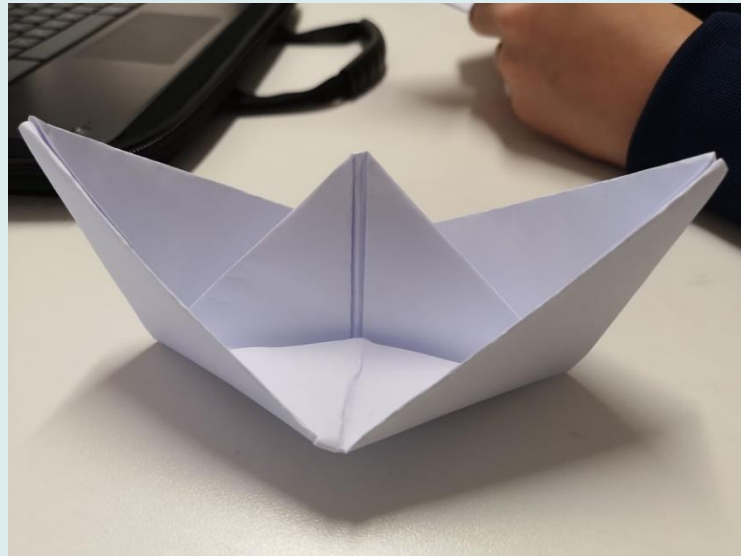
Αφαίρεση: είναι η χρήση γραμμών, σχημάτων, μορφών και χρωμάτων που διαφέρουν από την ακριβή απεικόνιση του πραγματικού κόσμου στην εικαστική τέχνη.

Καλλιγραφία: η τέχνη της διακοσμητικής γραφής.

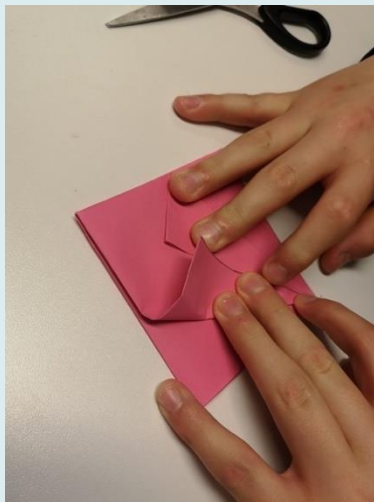
Μοτίβο: όταν ένα σχήμα ή μια εικόνα επαναλαμβάνεται απείρως σε ένα επίπεδο.

Τα μαθηματικά πίσω από το Οριγκάμι

Το 1893 ο Sundara Rao δημοσίευσε το βιβλίο του "Γεωμετρικές ασκήσεις στο δίπλωμα χαρτιού". Ένα βιβλίο που εξήγησε περίπου την τριχοτόμηση των γωνιών και υπονόησε ότι η έννοια της κυβικής ρίζας ήταν δυνατή. Αυτό έγινε αργότερα, τις δεκαετίες 1930-1990, όπου επεξηγήθηκε και λύθηκε με διάφορους τρόπους.



Εικόνα 1



Εικόνα 2

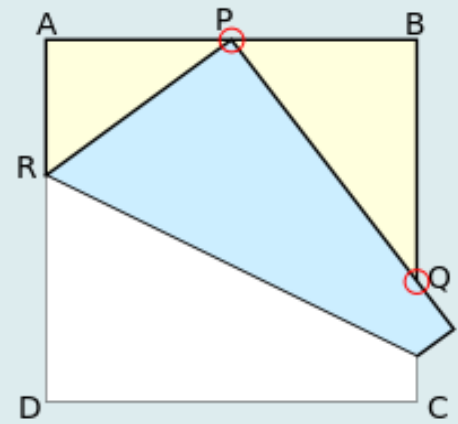
Ο Akira Yoshizawa, που γεννήθηκε το 1911, χρησιμοποίησε το Οριγκάμι για να επεξηγήσει ή ακόμη και να λύσει προβλήματα που αντιμετώπιζαν οι εργάτες που δούλευαν στο εργοστάσιό του, και τα οποία βασίζονταν σε γεωμετρικές έννοιες. Χρησιμοποίησε μια εξειδικευμένη τεχνική Οριγκάμι που ονομάζεται «Wet-Folding» σύμφωνα με την οποία το χαρτί βρέχεται με νερό για να γίνει το αιχμηρό δίπλωμα πιο απαλό και πιο στρογγυλεμένο. Με αυτή την τεχνική τα οριγκάμι έγιναν πιο σμιλευτά και πιο ανάγλυφα.

Η τριχοτόμηση μιας αυθαίρετης γωνίας ή ο διπλασιασμός του κύβου αποτελούσαν προβλήματα τα οποία ήταν αδύνατο να λυθούν με τη χρήση διαβήτη και ευθυγραμμίσεων. Το δίπλωμα χαρτιού μπορεί να βοηθήσει στην επίλυση εξισώσεων μέχρι και τετάρτου βαθμού.

Θεώρημα Haga

Παραδόξως λίγα διπλώματα είναι απαραίτητα για να έχουμε μεγάλα περιέργα κλάσματα.

1. Πρώτα χωρίστε στα δύο μια πλευρά. Διπλώστε τις γωνίες A και D προς τις γωνίες B και C αντίστοιχα, έτσι ώστε το σημείο P να βρίσκεται ακριβώς στη μέση του σημείου A και B. Απλώστε ξανά το χαρτί όπως ήταν σε τετράγωνο σχήμα.



Εικόνα 3

2. Τώρα διπλώστε τη γωνία D στο σημείο P στη πλευρά AB (Εικόνα 3). Τώρα έχουμε τρία παρόμοια τρίγωνα, το τρίγωνο APR, το τρίγωνο BQP και το μικρό τρίγωνο έξω από το τετράγωνο στη γωνία C.
3. Εάν η πλευρά του τετραγώνου έχει τιμή 1 και $AR=x$, μπορούμε τώρα να υπολογίσουμε τις πλευρές του τριγώνου APR σύμφωνα με το Πυθαγόρειο Θεώρημα:

$$x^2 + (1/2)^2 = (1-x)^2$$

$$x^2 + 1/4 = x^2 - 2x + 1$$

$$2x = 1 - 1/4$$

$$x = 3/8.$$

4. Επειδή τα τρίγωνα είναι παρόμοια μπορούμε τώρα να υπολογίσουμε το μήκος της πλευράς BQ, ας την πούμε L.

$$L/(1/2) = (1/2)/(3/8)$$

$$L = 2/3$$

5. Τώρα διπλώστε τις γωνίες B και A έτσι ώστε η γωνία B να ακουμπήσει το σημείο Q, και χωρίζουμε το ευθύγραμμο τμήμα BQ στη μέση και έτσι έχουμε το $1/3$.

Εάν τώρα επαναλάβουμε τα βήματα 2-5 αλλά αντί να διπλώσουμε τη γωνία D στο σημείο P, διπλώνουμε τη γωνία A στο καινούριο κέντρο του τμήματος BQ, και έτσι έχουμε το $1/4$, $1/5$ και ούτω καθεξής!

Για περισσότερες επεξηγήσεις και εικόνες, επισκεφτείτε το [“Folding fractions”!](#)

Από αυτό μπορούμε να μάθουμε ότι το Οριγκάμι συνδέεται με τη Γεωμετρία. Οι τσακίσεις και τα άκρα αντιπροσωπεύουν τις γραμμές, οι ίδιες οι τομές αντιπροσωπεύουν τα σημεία. Λόγω του πειραματικού και πρακτικού χαρακτήρα του, το Οριγκάμι θα μπορούσε να αποτελέσει ένα αποτελεσματικό πλαίσιο για την εκμάθηση και τη διδασκαλία της Γεωμετρίας. Οδηγεί τον μαθητή στη μελέτη των αποτελεσμάτων του διπλώματος και στην αναζήτηση των μοτίβων.

Ο παιγνιώδης χαρακτήρας του Οριγκάμι επιτρέπει πολύ τον πειραματισμό, τη σύγκριση, την οπτικοποίηση, την ανακάλυψη και την εικασία.

Το μέλλον και το Οριγκάμι

Ήδη σήμερα, η απλή αναδίπλωση εφαρμόζεται, μεταξύ άλλων, σε φωτοβολταϊκά πάνελ και κεραιές που χρησιμοποιούνται σε διαστημικές αποστολές. Υπάρχουν παραδείγματα πάνελ διπλωμένα μαζί σαν ακορντεόν ή σαν ομπρέλα.

Ένα από τα τρέχοντα έργα της NASA αφορά μια μεγάλη επεκτάσιμη οθόνη παρόμοια με ένα ηλιοτρόπιο. Καθώς ξεδιπλώνεται στο διάστημα, θα πρέπει να εμποδίζει το φως από τα μακρινά αστέρια. Αυτό θα επιτρέψει σε ένα διαστημικό τηλεσκόπιο να τραβήξει φωτογραφίες από άλλους πλανήτες στο ηλιακό σύστημα. Η NASA αναπτύσσει επίσης ένα φωτοβολταϊκό πάνελ που έχει διάμετρο 2,7 μέτρων όταν είναι διπλωμένο. Όταν το φωτοβολταϊκό πάνελ ξεδιπλώνεται, αποκτά διάμετρο 25 μέτρων. Το φωτοβολταϊκό

πάνελ θα πρέπει να αποθηκεύσει την ηλιακή ενέργεια και να μεταφέρει την ενέργεια στη γη.

Το Οριγκάμι εξοικονομεί χώρο

Το πλεονέκτημα της χρήσης οριγκάμι είναι ότι μπορείτε να συσκευάσετε επίπεδες δομές που θέλετε να ξεδιπλώσετε με καλύτερο τρόπο. Με αυτόν τον τρόπο, χρειάζεται λιγότερος χώρος από ό, τι θα κάνατε εάν είχατε απλούστερο δίπλωμα όπως σήμερα. Το γεγονός ότι το Οριγκάμι εξασφαλίζει την εξοικονόμηση χώρου είναι πολύ σημαντικό στη διαστημική βιομηχανία, επειδή υπάρχει μικρός χώρος στη διαστημική κάψουλα που αποστέλλεται στο διάστημα. Μια πρόκληση είναι ότι το υλικό που χρησιμοποιείται είναι παχύτερο από το χαρτί και έτσι αυξάνεται το πάχος κάθε πτυχής.

Τεχνολογία Οριγκάμι

Είναι ιδιαίτερα χρήσιμο για εφαρμογές διαστημικών σκαφών που πρέπει να ανοίγουν από το κέντρο προς τα έξω, όπως ένα λουλούδι.

Παρά τα νέα σχέδια, θα χρειαστεί πιθανώς πολύς χρόνος προτού γίνει το οριγκάμι σύνηθες στην τεχνολογία του διαστήματος, καθώς η νέα τεχνολογία και ο σχεδιασμός χρειάζονται πολύ χρόνο για να επιτευχθεί ο νέος τρόπος κατασκευής, όσο λειτουργεί ο παλιός τρόπος.

Χρυσή Τομή + Οριγκάμι;

Φυσικά! Πώς να φτιάξετε ένα ορθογώνιο διπλώνοντας χαρτιά και χρησιμοποιώντας το Θεώρημα του Πυθαγόρα; Παρακολουθήστε το παρακάτω βίντεο ...



<https://www.youtube.com/watch?v=E6ioUH5tcbM>

ΕΡΓΑΣΙΕΣ

Πλατωνικά σώματα

Υλικά



Κλιπ χαρτιού με πλατωνικά σώματα. Ψαλίδι, κόλλα, ταινία και στυλό με χρώμα. Μεγεθύνετε το κλιπ χαρτιού σε A3· θα είναι πιο εύκολο για να τα διπλώσετε και να τα φτιάξετε.

Πριν ξεκινήσετε

Ξεκινήστε με τις εργασίες Α-Γ. Υπάρχουν μόνο 5 πλατωνικά στερεά. Το μέγεθος της επιφάνειας των στερεών είναι κανονικό και το άθροισμα των γωνιών πρέπει να είναι λιγότερο από 360° για να είναι εφικτό για κάθε γωνία του στερεού.

Ιστορία για τα πλατωνικά στερεά

Τα πλατωνικά σώματα έχουν πάρει τα ονόματά τους από τον Πλάτωνα. Ο Πλάτων (430-349 π.Χ.) ήταν Έλληνας φιλόσοφος και δάσκαλος του Αριστοτέλη.

Τα πλατωνικά σώματα είναι κανονικά πολύεδρα. Υπάρχουν σώματα όπου όλες οι πλευρές είναι οι ίδιες κανονικά πολύγωνα. Αυτά τα σώματα συμβόλιζαν για τους στοχαστές της εποχής τα τέσσερα στοιχεία: φωτιά, αέρα, γη και νερό. Το τετράεδρο συμβολίζει τη φωτιά, το εξάεδρο συμβολίζει τη γη, το οκτάεδρο συμβολίζει το νερό, το εικοσαέδρο συμβολίζει τον αέρα. Το δωδεκάεδρο συμβολίζει το σύμπαν.

Εργασία

Θα διερευνήσετε διαφορετικά γεωμετρικά σώματα. Δείτε ομοιότητες και διαφορές. Στη συνέχεια, συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα.

Σώμα	Αριθμός πλευρών	Σχήμα στις πλευρικές επιφάνειες	Αριθμός μοιρών στη γωνία πλευρικής επιφάνειας	Το άθροισμα γωνιών στις ακμές του σώματος
Τετράεδρο	4	ισόπλευρο τρίγωνο	60	$3 \cdot 60 = 180$
Εξάεδρο				
Οκτάεδρο				
Δωδεκάεδρο				
Εικοσάεδρο				

A. Χρωματίστε, κόψτε και χτίστε τα πλατωνικά σώματα.

B. Υπάρχουν μόνο πέντε πλατωνικά σώματα. Γιατί δεν μπορούμε να κατασκευάσουμε ακόμη ένα;

Ένδειξη: Κοιτάξτε τον πίνακα και τη στήλη που περιέχει το άθροισμα γωνιών στις ακμές του σώματος.

Μάθετε περισσότερα...

Τα μαθηματικά και η μαγεία του οριγκάμι

https://www.ted.com/talks/robert_lang_folds_way_new_origami

Origami folding blindfolded

https://www.ted.com/talks/bruno_bowden_rufus_cappadocia_watch_me_fold_origami_blindfolded

Μαθηματικό οριγκάμι

<https://mathigon.org/origami>

Το πάθος πίσω από το οριγκάμι

<https://global.honda/70th-anniv/origami.html>

Εργασίες οριγκάμι για παιδιά

<https://www.artforkidshub.com/origami/>

Εύκολες οδηγίες για οριγκάμι και σχεδιαγράμματα

<https://www.origamiway.com/easy-origami.shtml>

Σχέδια οριγκάμι

<https://www.worldwildlife.org/pages/origami-patterns>

+Plus Magazine, Folding fractions

<https://plus.maths.org/content/folding-numbers>