ΜΕΡΟΣ Ι: ΕΙΚΑΣΤΙΚΕΣ ΤΕΧΝΕΣ & ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΛΙΚΙΑΚΟ ΕΥΡΟΣ: 16-18

ΕΡΓΑΛΕΙΟ 12: Η ΣΠΕΙΡΑ ΦΙΜΠΟΝΑΤΣΙ ΣΤΙΣ ΕΙΚΑΣΤΙΚΕΣ ΤΕΧΝΕΣ

Sandgärdskolan

TheArtOf Maths

Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

Οδηγός Εκπαιδευτικού

Τίτλος: Η σπείρα Φιμπονάτσι στις εικαστικές τέχνες

Ηλικιακό Εύρος: 16-18 ετών

Διάρκεια: 2 ώρες

Μαθηματικές Έννοιες: Ακολουθία Φιμπονάτσι

Καλλιτεχνικές Έννοιες: Γραμμή Ομορφιάς

Γενικοί Σκοποί: Μέσω του παρόντος εργαλείου θα μάθετε περισσότερα για την ακολουθία Φιμπονάτσι. Το εργαλείο θα σας δείξει πώς η ακολουθία αυτή εμφανίζεται στη φύση και πως αναπαράγεται στις τέχνες

Πηγές: Αυτό το εργαλείο παρέχει εικόνες που μπορείτε να χρησιμοποιήσετε στην τάξη σας. Τα θέματα που αναλύονται στις πηγές του εργαλείου μπορούν να αποτελέσουν πηγή έμπνευσης για τον εκπαιδευτικό. Συστήνεται να τα χρησιμοποιήσετε για να βρείτε επιπλέον σχετικό υλικό και να το εξατομικεύσετε προκειμένου να δώσετε νέα απόχρωση στο μάθημά σας, ανάλογα και με τη σύσταση της τάξης σας.

Συμβουλές για τον εκπαιδευτικό: Η εκμάθηση με πρακτική έχει αποδειχθεί πολύ αποτελεσματική, ειδικότερα για τους μαθητές μικρότερων ηλικιών αλλά και για μαθητές που παρουσιάζουν μικρότερο εύρος προσοχής και μαθησιακές δυσκολίες. Μην ξεχνάτε να εξηγείτε πάντα τη μαθηματική λογική και τις μαθηματικές έννοιες που ενυπάρχουν σε κάθε καλλιτεχνική ιδέα.

Επιθυμητά αποτελέσματα και δεξιότητες: Οι προτεινόμενες μέθοδοι και δραστηριότητες θα βοηθήσουν τους μαθητές σας να κατανοήσουν την ιδέα της ακολουθίας Φιμπονάτσι, παρέχοντάς τους την ευκαιρία να τοποθετήσουν τις μαθηματικές έννοιες που μαθαίνουν σε πραγματικές εφαρμογές καθώς και σε συνάρτηση με την τέχνη.

Άσκηση αξιολόγησης εργαλείου:

Γράψτε 3 πράγματα που σας άρεσαν σε αυτό το εργαλείο:	1. 2. 3.
Γράψτε δύο πράγματα που μάθατε	1. 2.

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Γράψτε ένα στοιχείο που θα μπορούσε να βελτιωθεί	1.

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Εισαγωγή

Παρακολουθήστε τα ακόλουθα βίντεο διάρκειας 2-3 λεπτών:

https://www.youtube.com/watch?reload=9&v=iEnR8zupK0A

https://www.youtube.com/watch?v=wTlw7fNcO-0

" Οι εννέα ινδικοί αριθμοί είναι: 9 8 7 6 5 4 3 2 1 και με αυτά τα εννέα ψηφία και με τον χαρακτήρα 0 ... μπορούν να γραφτούν όλοι οι υπόλοιποι αριθμοί."

Με αυτά τα λόγια, ο Λεονάρντο Φιμπονάτσι (Leonardo Fibonacci) ξεκινά το βιβλίο του Liber Abaci το 1202, το οποίο θεωρείται το πρώτο βιβλίο που παρουσιάζει τους αραβικούς αριθμούς στην Ευρώπη! Ο πατέρας του Φιμπονάτσι ήταν έμπορος που ζούσε για κάποιο διάστημα με την οικογένειά του στη Βόρεια Αφρική. Εκεί ο Φιμπονάτσι άρχισε να δείχνει ενδιαφέρον για τα μαθηματικά. Έμαθε να χρησιμοποιεί τους αραβικούς αριθμούς (οι οποίοι αποτελούν τη βάση των Αραβικών αριθμών που χρησιμοποιούνται σήμερα) από τους Άραβες δάσκαλούς τους. Ο Φιμπονάτσι εργάστηκε στην Πίζα τον 13ο αιώνα μ.Χ. και θεωρείται ένας από τους σημαντικότερους μαθηματικούς.

Η ακολουθία του Φιμπονάτσι

Η ακολουθία που ονομάστηκε Φιμπονάτσι προέρχεται αρχικά από το ακόλουθο πρόβλημα:

«Στην αρχή ενός έτους, σε ένα κλουβί υπάρχει ένα νεογέννητο ζευγάρι κουνελιών (αρσενικό και θηλυκό). Ένα ζευγάρι κουνελιών μπορεί να γεννήσει μωρά μετά από δύο μήνες, και από τότε και στο εξής να γεννά ένα θηλυκό κουνελάκι και ένα αρσενικό κουνελάκι με ενδιάμεσο διάστημα ενός μήνα. Ακολούθως, τα κουνέλια συνεχίζουν να

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο τρόπο όπως παραπάνω. Πόσα ζεύγη κουνελιών θα υπάρχουν σε ένα χρόνο ακριβώς μετά τη γέννηση του τελευταίου ***ζεύγους*** *κουνελιών;*

Επεξήγηση Προβλήματος:

Στην αρχή του πρώτου μήνα υπάρχει **M (1) = 1** ζεύγος κουνελιών. Δεδομένου ότι χρειάστηκε ένας μήνας πριν μπορέσουν να αναπαραχθούν, είναι επίσης **2 M (2) = 1** ζεύγος κουνελιών στην αρχή του μήνα. Τον τρίτο μήνα, το ζευγάρι κουνελιών θα έχει ένα νέο ζεύγος κουνελιού, **M (3) = 2** ζεύγη κουνελιών. Τον επόμενο μήνα (4ο), το αρχικό ζευγάρι κουνελιών θα κάνει ένα νέο ζευγάρι κουνελιών, ενώ το άλλο ζευγάρι κουνελιών δεν θα γεννήσει καθόλου κατά τη διάρκεια του 4ου μήνα. Άρα έχουμε **M (4) = 3** ζευγάρια κουνελιών. Τον 5ο μήνα τα δύο πρώτα ζεύγη κουνελιών γεννούν νέα ζεύγη κουνελιών, εξ'ου και **M (5) = 5** ζεύγη κουνελιών, **M (6) = 8** ζεύγη κουνελιών, **M (7) = 13** ζεύγη κουνελιών και ούτω καθεξής.
Στη σειρά λαμβάνετε το επόμενο ψηφίο προσθέτοντας τα δύο προηγούμενα ψηφία, **3 + 5 = 8, 5 + 8 = 13...**

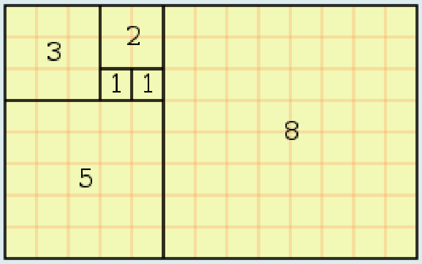
Στη φύση μπορείτε να βρείτε τους αριθμούς Φιμπονάτσι σε διαφορετικά περιβάλλοντα. Μελετώντας ένα έλατο ή ένα κουκουνάρι από τη βάση (το σημείο προσάρτησης), θα διαπιστώσετε ότι οι κλίμακες τους σχηματίζουν σπείρες τόσο δεξιόστροφα όσο και αριστερόστροφα. Εάν για παράδειγμα το κουκουνάρι που θα επιλέξετε δεν είναι σπασμένο, θα διαπισώσετε ο αριθμός των σπειρών στο κουκουνάρι είναι ίσος με τους αριθμούς Φιμπονάτσι 5, 8 ή 13.

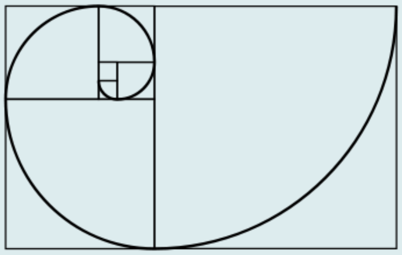
Οι σπόροι σε σχήμα ηλιοτρόπιου δημιουργούν σπείρες δεξιόστροφα και αριστερόστροφα, ενώ ο αριθμός των σπειρών αυτών μπορεί να είναι ίσος με τους αριθμούς Φιμπονάτσι 34, 55, 89, 144 και 233.

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Εικόνα 1: Σπείρες σε Ηλιοτρόπιο (Ανακτήθηκε από: https://www.needpix.com/photo/420789/sunflower-seeds-center-nature-sun-summer-grow-garden-yellow)

Εάν προσπαθήσετε να σχεδιάσετε την ακολουθία Φιμπονάτσι ως τετράγωνα, μπορείτε να σχεδιάσετε τη σπείρα Φιμπονάτσι, όπως φαίνεται στις πιο κάτω εικόνες. Σημειώνεται ότι η σπείρα Φιμπονάτσι μπορεί επίσης να βρεθεί στη φύση!





Εικόνα 2: Φιμπονάτσι μπλοκς (τετράγωνα) (Ανακτήθηκε από https://commons.wikimedia.org/wiki/File:FibonacciBlocks.svg)

Εικόνα 3: Σπείρα Φιμπονάτσι (Ανακτήθηκε από https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fibonacci_spiral_13.svg)

Για παράδειγμα, σε σπειροειδή κελύφη και γαλαξίες.

Εικόνα 4: (Ανακτήθηκε από https://en.wikipedia.org/wiki/File:NautilusCutawayLogarithmicSpiral.jpg)

Εικόνα 5: (Ανακτήθηκε από https://www.flickr.com/photos/gsfc/14172908657)

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Τα μαθηματικά πίσω από την ακολουθία Φιμπονάτσι

Η ακολουθία του Φιμπονάτσι είναι ένα παράδειγμα μιας αναδρομικής ακολουθίας. Μια αναδρομική ακολουθία είναι μια ακολουθία αριθμών όπου κάθε αριθμός μπορεί να υπολογιστεί χρησιμοποιώντας έναν ή περισσότερους από τους προηγούμενους αριθμούς. Αν το F_n είναι το n-οστός αριθμός της ακολουθίας Φιμπονάτσι, τότε έχουμε:

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

Έχουμε επίσης δύο αρχικές τιμές:

$$F_1=1 \text{ και } F_2=1$$

Υπάρχει μια άλλη ακολουθία που ονομάζεται ακολουθία Lucas, η οποία ορίζεται από τον ίδιο τύπο αναδρομής όπως η ακολουθία Fibonacci,

$$L_{n+2} = L_{n+1} + L_n$$

Αλλά οι αρχικές τιμές της ακολουθίας Lucas διαφέρουν από την ακολουθία Fibonacci, και είναι οι εξής:

$$L_1=1 \text{ και } L_2=3$$

Έτσι, οι αρχικές τιμές στην ακολουθία Lukas είναι: 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29…

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

ΕΡΓΑΣΙΕΣ

ΕΡΓΑΣΙΑ 1

Διαβάστε ξανά το πρόβλημα Με το Κουνέλι

1. Πόσα ζεύγη κουνελιών υπάρχουν στην αρχή του έβδομου μήνα; (M=7)
2. Πόσα ζεύγη κουνελιών υπάρχουν μετά από ένα χρόνο ακριβώς μετά τη γέννηση των πρώτων ζευγαριών κουνελιών; (M=12)
3. Υπολογίστε την αριθμητική τιμή του M (25), όταν M (21) = 10946 και M (23) = 28657;

ΕΡΓΑΣΙΑ 2

Το πρόβλημα της Σκάλας και πάλι

Ανεβείτε τις σκάλες με τον ακόλουθο τρόπο:
-ανεβείτε πρώτα στο πρώτο σκαλί (βήμα 1)
-αφού ανεβείτε το πρώτο σκαλί μπορείτε να επιλέξετε αν θα ανεβαίνετε ένα- ένα ή δύο-δύο τα επόμενα σκαλιά. Έτσι, το επόμενο βήμα μετά το βήμα 1 θα σας οδηγήσει είτε στο δεύτερο σκαλί, είτε στο τρίτο σκαλί
Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορείτε να ανεβείτε στις σκάλες, αν ο αριθμός των βημάτων (κινήσεων) είναι:
α) 3
β) 4
γ) 10
δ) 20;
Μπορείτε να επιλύσετε το πρόβλημα της σκάλας ψηφιακά με Python ή Java για παράδειγμα. Για 20 βήματα (κινήσεις) η χρήση γλώσσας προγραμματισμού είναι σχεδόν απαραίτητη…

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Μάθετε περισσότερα…

Μια περαιτέρω εξήγηση σχετικά με την ακολουθία Φιμπονάτσι και της Χρυσής Αναλογίας.

https://www.mathsisfun.com/numbers/fibonacci-sequence.html

Κωδικοποίηση του προβλήματος της σκάλας (1ος σύνδεσμος).

https://www.dailycodingproblem.com/blog/staircase-problem/

Κωδικοποίηση του προβλήματος της σκάλας (2ος σύνδεσμος).

https://www.geeksforgeeks.org/count-ways-reach-nth-stair/

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.