

$2 < x < 6$

$2 < x < 6$

$< y <$

$< y <$

$4 < x <$

$4 < x <$

$< y <$

$< y <$

$2 < x <$

$\{2 < x$

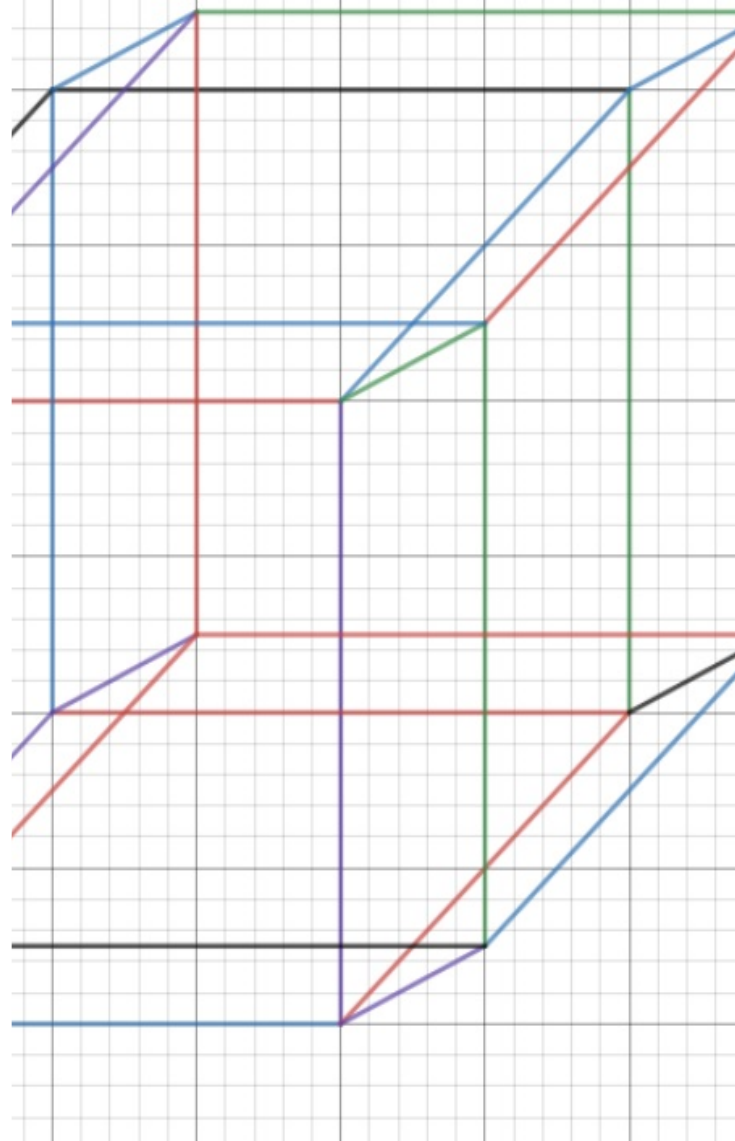
$-4 \{6 <$

$3 < x <$

$+1 \{2 <$

DEL I: Bildkonst & Matematik

ÅLDER: 16 – 18



Hypercube
(Source: Author at Desmos.com)

UPPGIFT 9: ATT SKAPA KONST MED FUNKTIONER

SPEL – Sociedade Promotora de Estabelecimentos de Ensino



Lärarguide

Titel: Att skapa konst med funktioner

Ålder: 16 –18

Längd: 2 timmar

Matematikinhåll: Horisontella och vertikala linjer, absolut värde, linjär funktion, cirkel

Konstinnehåll: Skapa konst, grafisk konst

Allmänna mål: Att hjälpa eleverna att förstå konceptet med ekvationer och kunna förutsäga deras grafiska representation genom att experimentera online på ett kartesiskt plan.

Instruktioner: I denna uppgift kommer eleverna använda den fria, webbaserade grafiska kalkylatorn Desmos, som tillåter formbildning med några grundläggande funktioner och ekvationer.

Resurser: Dator med internet-uppkoppling. Tillgång till sidan:

<https://www.desmos.com/>

Tips till läraren: Låt eleverna se den grafiska framställningen av horisontella och vertikala linjer, linjära funktioner, absoluta värden och omkretser genom att förklara dess koncept och visa exempel på Desmos. Låt dessutom eleverna se hur dessa grafiska representationer kan expandera eller krympa, gå åt vänster/höger/nedåt/uppåt genom att ändra deras värden och dela ut funktionerna och ekvationerna för att leda eleverna genom den slutliga uppgiften.

Lärandemål: I slutet av lektionen skall eleven kunna:

- Grafekvationer och transformationer av funktioner i det kartesiska planet;
- identifiera typen av funktioner och därför dess potentiella resultat;
- Göra grafisk konst genom att använda funktioner

Utvärdering:

Skriv 3 saker du tyckte om	1. 2. 3.
Skriv 2 saker du lärt dig	1. 2.
Skriv en sak som kan förbättras	1.

Inledning

När folk pratar om att rita en graf syftar de vanligtvis på den kartesiska grafen. Den kartesiska grafen, även känd som kartesianska koordinatsystem, är en yta som används för att fastställa en koordinat på ett plan med hjälp av två siffror: x-koordinaten och y-koordinaten.

När man använder ekvationer på en kartesisk graf kan man rita bilder som får förhållandet mellan visuell konst och matematik att nå en högre nivå. I detta sammanhang, med syftet att hjälpa eleverna att förstå funktionen och deras visualisering helt enkelt genom att titta på dem, kommer webbapplikationen Desmos att användas som en målarduk.

I den här applikationen kommer eleverna att kunna leka med grafisk representation av ekvationer genom att använda sin kreativitet. Därför kommer matematiken att bli mer personlig och de kommer att kunna relatera till den.

Att skapa konst med hjälp av funktioner

Du har säkert märkt på matematiklektioner att grafiska representationer bildar former som ibland liknar bilder och figurer. Olika funktioner producerar olika former, vilket innebär att för att modellera bilder genom grafer är det nödvändigt att förstå värdena i en funktion och de lutningar och kurvor som följer av den.

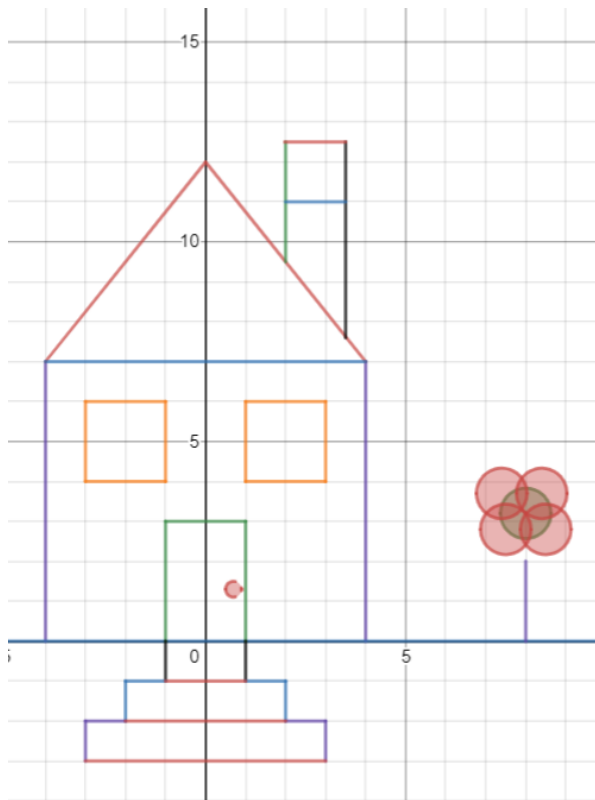


Fig. 1 – Hus och blomma

(Källa: <https://www.desmos.com/calculator/9fahdexfkl>)

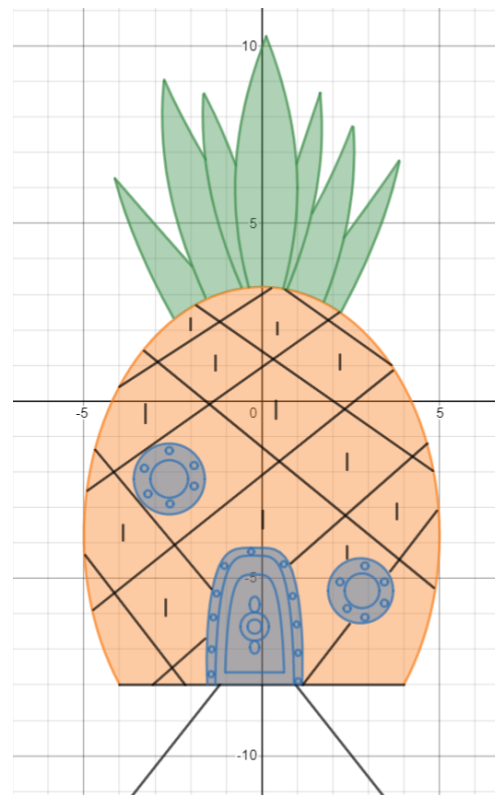


Fig. 2 – SvampBobs hus(Källa: Jordan Keckler;

<https://www.desmos.com/calculator/z7d2cvdayo>)

Från enklare till komplexa grafiska framställningar, genom att manipulera längden på sådana former och kurvor tillräckligt, kan det som kallas grafisk konst illustreras i ett kartesiskt koordinatsystem.

Med hjälp av den webbaserade, grafiska kalkylatorn Desmos som en målarduk kommer denna uppgift att fokusera på enkla former, såsom cirklar och raka horisontella, vertikala och sneda linjer, vilket är vad som krävs för att producera grafisk konst så enkel som den i Fig. 1.

Ordlista

Desmos: Ett webbaserat vetenskapligt räkneverktyg.

Grafisk konst: En typ av visuellt konstnärligt uttryck som fokuserar mer på linje och ton än på färg.

Kartesiskt koordinatsystem: Ett system som används för att specificera två punkter via numeriska koordinater; används ofta för grafisk representation; även kallad kartesisk graf.

Matematiken bakom att skapa konst

1. Horisontella och vertikala linjer

Som namnet antyder är det raka linjer i ett kartesiskt koordinatsystem. En horisontell linje går från vänster till höger, alltid parallell med x-axeln, vilket innebär att alla punkter i den har samma y-koordinat. Å andra sidan går en vertikal linje nedåt till uppåt, alltid parallell med y-axeln och alltid med samma x-koordinat. Båda linjerna har en lutning som är lika med 0. Därför har de ingen kurva.

Ekvationerna som ger horisontella och vertikala linjer är:

Horisontell linje
 $y = b$

Vertikal linje
 $x = b$

Där:

b är den punkt där linjen skär y-axeln (för de horisontella linjerna) eller x-axeln (för de vertikala linjerna).

6

Horisontell linje

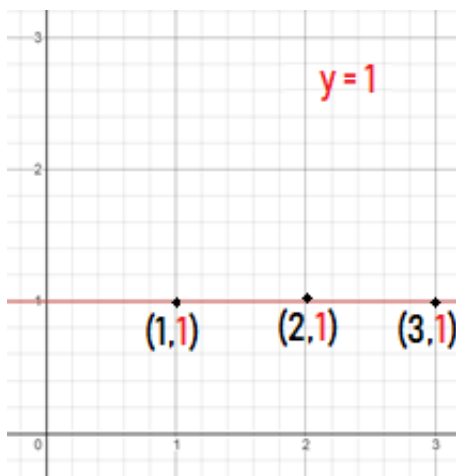


Fig. 3 – Horisontell Linje ($y = 1$)
(Källa: Författaren, på Desmos.com)

Vertikal linje

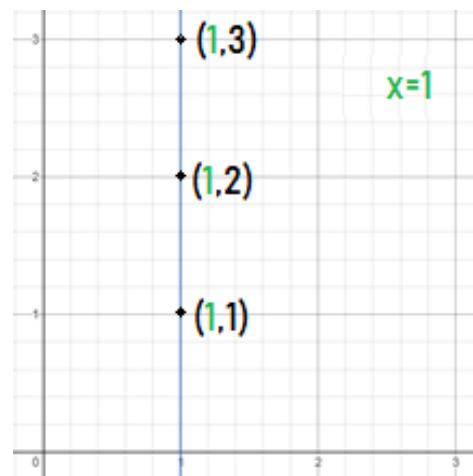


Fig. 4 – Vertikal Linje ($x = 1$)
(Källa: Författaren, på Desmos.com)

Alltså, i horisontella linjer, oavsett vad x-värdet blir, är y alltid 1. På samma sätt är det inte viktigt vad y-värdet är på vertikala linjer, x är alltid 1.

2. Linjära funktioner

Precis som horisontella och vertikala linjer är linjära funktioner de vars grafiska representation bildar en rak linje i ett plan. Men de är inte alltid konstanta. De kan också ha en ökande eller minskande lutning.

De skapas med följande ekvation:

$$y = mx + b$$

Där:

m är konstant och representerar lutningen för en linje;

b bestämmer den punkt vid vilken linjen korsar y-axeln.

När:

m > 0 kommer grafen beskriva en ökning;

m = 0 kommer grafen varken beskriva en ökning eller minskning

m < 0 kommer grafen beskriva en minskning.

7

Linjära funktioner kan användas för att avbilda och förutsäga många tillämpningar och situationer där det finns ett okänt värde.

Exempel: Du planerar att ha en fest. Även om du vet att hyran är 9 € och måltiderna per person är 8,15 € är du fortfarande osäker på hur många av dina vänner som kommer.

I detta fall kommer din linjära funktion att vara

$$y = 8.15x + 9$$

Lutning: $m = 8.15$

Skärning: $b = 9$

Från detta ögonblick, när du byter ut x mot antalet deltagare, blir resultatet den totala kostnaden. Om till exempel 4 personer kommer (dvs när $x = 4$) är y (dvs. den totala kostnaden) 25,60 €.

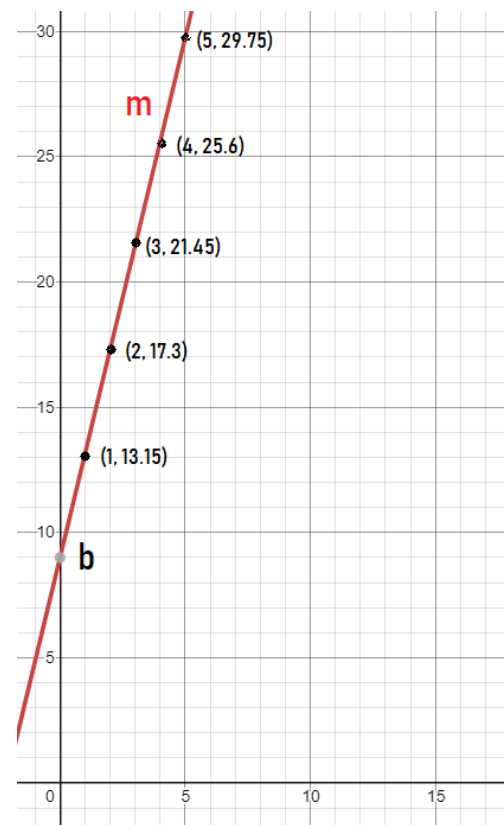


Fig. 5 – Linjär Funktion ($y = 8.15x + 9$)
(Källa: Författaren, på Desmos.com)

8

3. Absolut värde

Det absoluta värdet för ett tal kan ses som dess avstånd till 0, vilket därför innebär att valfritt tal, oavsett om det är negativt eller positivt, alltid kommer att ha ett positivt värde gentemot sig självt.

Ett absolut värde för ett tal beskrivs på följande sätt:

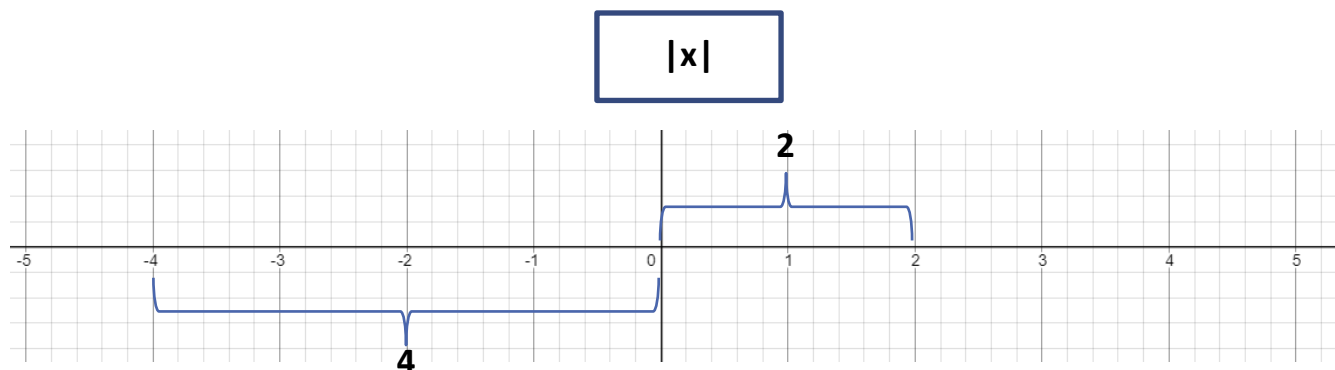


Fig. 6 – Grafisk representation av absolut värde
(Källa: Författaren, på Desmos.com)

Alltså, istället för att skriva "det absoluta värdet på -4 är 4", kan vi helt enkelt skriva " $|-4| = 4$ ".

Denna graf visar funktionen för absolut värde för reella tal.

$|x|$ motsvarar dess y-axelnummer, det vill säga $|-2|$ (absoluta värdet -2) är 2.

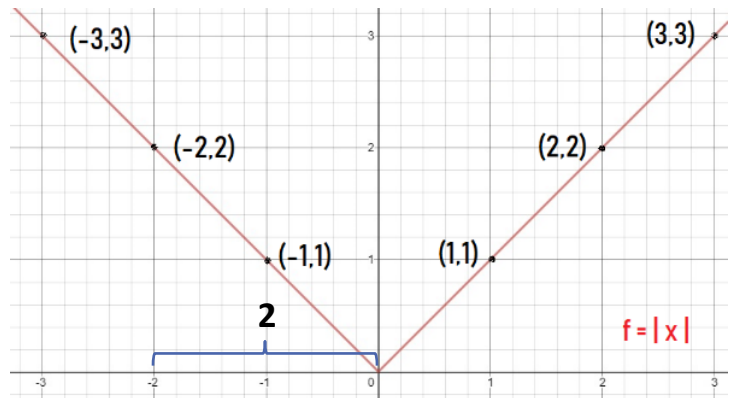


Fig. 7 – Absoluta värdet ($f = |x|$)
(Källa: Författaren, på Desmos.com)

4. Cirklar

När du känner till en cirkels radie och koordinaterna för dess centrum är det möjligt att rita in en cirkel i ett kartesiskt koordinatsystem.

Ekvationen för en cirkel är:

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2$$

Där:

x och y är valfria punkter på cirkeln;

x_c och y_c är mittpunternas på cirkeln angivna i koordinatsystemet;

r är radien.

Anta att du vill rita en cirkel med radien 3, och att koordinaterna för mitten är 0 för både dess x- och y-axlar.

$$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 3^2$$

I detta exempel skulle grafen bli denna:

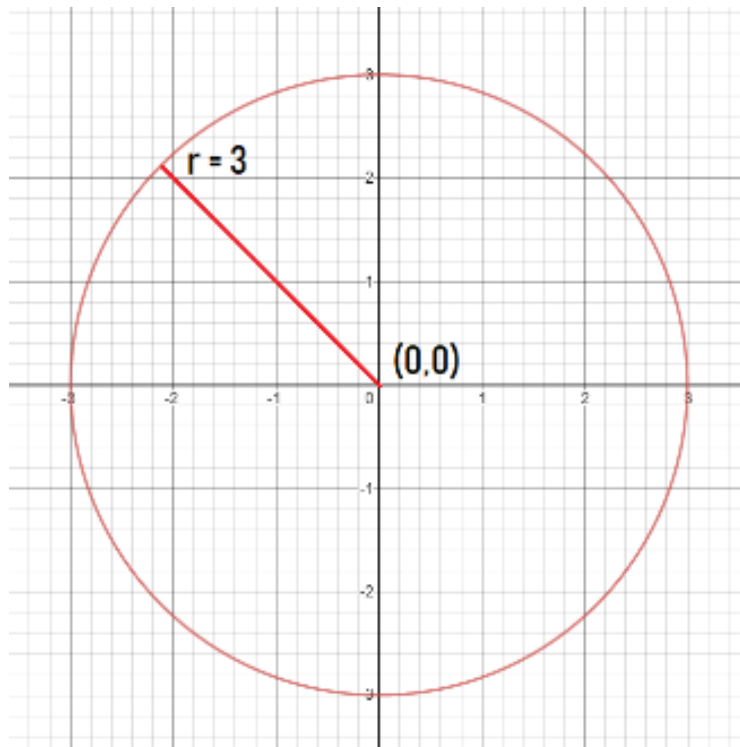
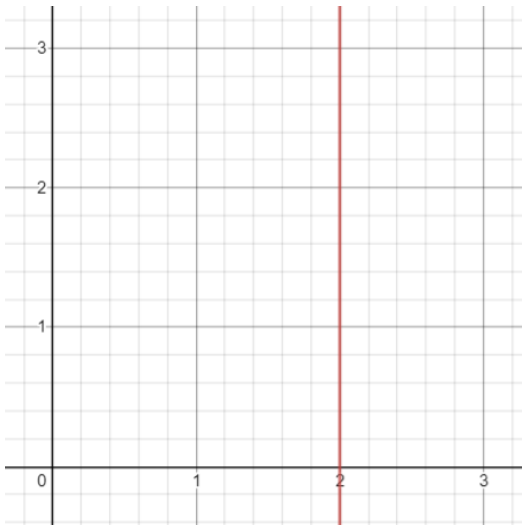


Fig. 8 - Cirkel $(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 3^2$
(Källa: Författaren, på Desmos.com)

Arbeta med Desmos

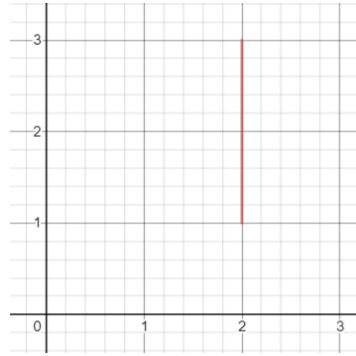
När du arbetar med Desmos och vill utelämna en del av en graf, måste du ställa in gränser för funktionen - detta görs genom att ställa in dina värden mellan parenteser. Se följande exempel:

$x = 2$ bildar en vertikal linje som går från $-\infty$ till $+\infty$ när du skär 2 i x-axeln.

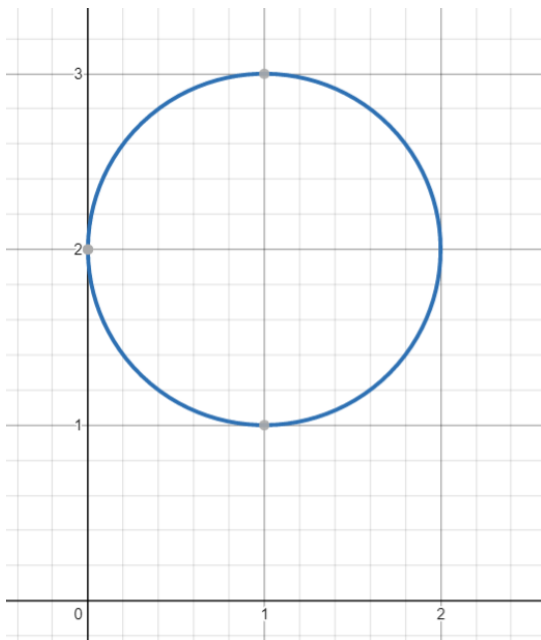


$x = 2 \{ 1 < y < 3 \}$

I detta fall ställdes dock in att den vertikala linjen endast skulle visas om $y > 1$ och $y < 3$

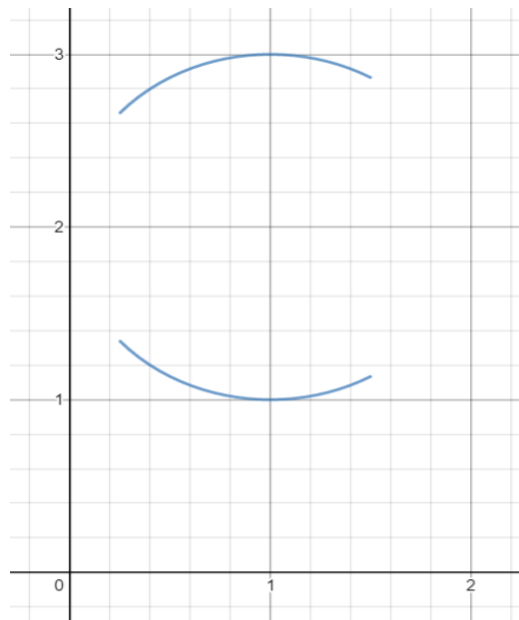


$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1^2$ blir en cirkel där centrum sattes som $x = 1$ och $y = 2$, med en radie av 1.



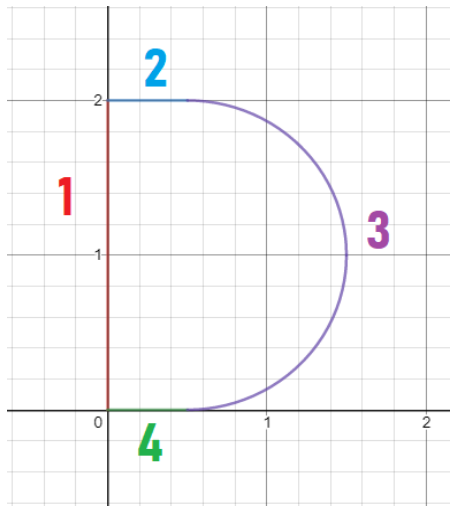
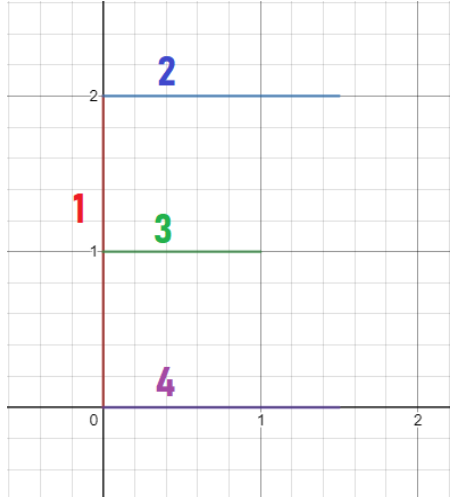
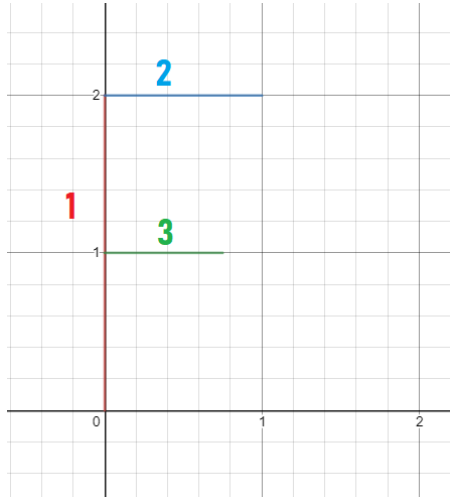
$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1^2 \{ 0.25 < x < 1.5 \}$

Används samma cirkelekvation, men in bara visa när $x > 0,25$ och $x < 1,5$, ger följande resultat:



Analysera funktionerna som används för att skapa alfabetet och fortsätt sedan till den sista uppgiften.

<p>1) $2x + 0 \{0 < x < 1\}$</p> <p>2) $-2x + 4 \{1 < x < 2\}$</p> <p>3) $y = 1 \{0.5 < x < 1.5\}$</p>	<h1>A</h1>	
<p>1) $x = 0 \{0 < y < 2\}$</p> <p>2) $y = 2 \{0 < x < 0.5\}$</p> <p>3) $(x - 0.5)^2 + (y - 1.5)^2 = 0.25 \{0.5 < x < 1\}$</p> <p>4) $y = 1 \{0 < x < 0.5\}$</p> <p>5) $(x - 0.5)^2 + (y - .5)^2 = 0.25 \{0.5 < x < 1\}$</p> <p>6) $y = 0 \{0 < x < 0.5\}$</p>	<h1>B</h1>	
<p>1) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1 \{x < 1.75\}$</p>	<h1>C</h1>	

<p>1) $x = 0 \{0 < y < 2\}$</p> <p>2) $y = 2 \{0 < x < 0.5\}$</p> <p>3) $y = 0 \{0 < x < 0.5\}$</p> <p>4) $(x - 0.5)^2 + (y - 1)^2 = 1 \{x > 0.5\}$</p>	<h1>D</h1>	
<p>1) $x = 0 \{0 < y < 2\}$</p> <p>2) $y = 2 \{0 < x < 1.5\}$</p> <p>3) $y = 1 \{0 < x < 1\}$</p> <p>4) $y = 0 \{0 < x < 1.5\}$</p>	<h1>E</h1>	
<p>1) $x = 0 \{0 < y < 2\}$</p> <p>2) $y = 2 \{0 < x < 1\}$</p> <p>3) $y = 1 \{0 < x < 0.75\}$</p>	<h1>F</h1>	

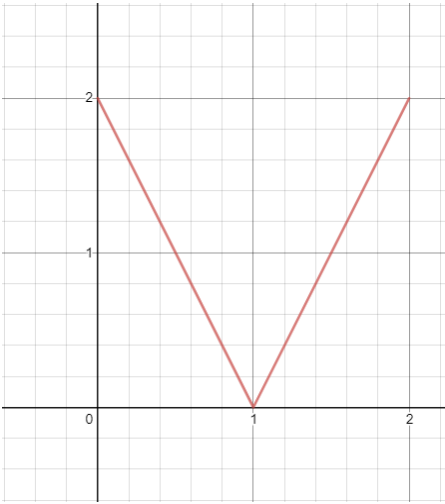
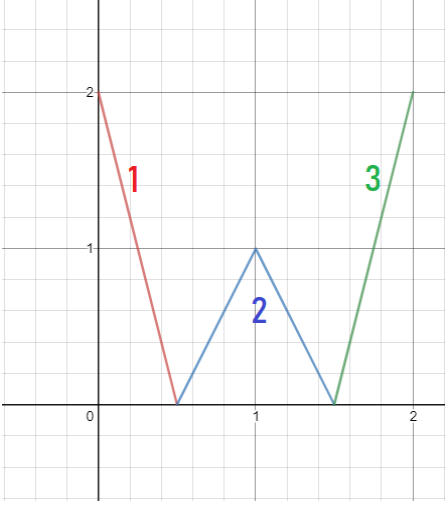
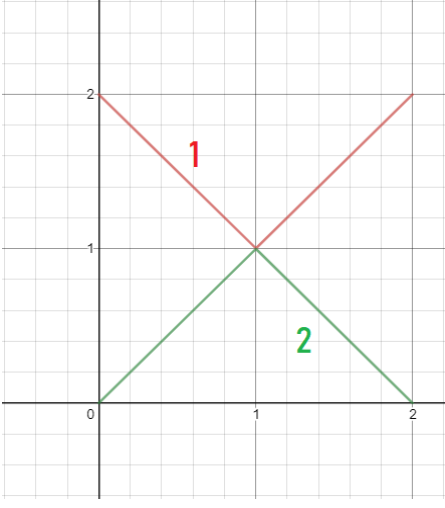
<p>1) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1 \{x < 1.5\}$</p> <p>2) $y = 1 \{1 < x < 1.5\}$</p> <p>3) $x = 1.5 \{0.134 < y < 1\}$</p>	<h1>G</h1>	
<p>1) $x = 0 \{0 < y < 2\}$</p> <p>2) $y = 1 \{0 < x < 1\}$</p> <p>3) $x = 1 \{0 < y < 2\}$</p>	<h1>H</h1>	
<p>1) $y = 2 \{0 < x < 1\}$</p> <p>2) $x = 0.5 \{0 < y < 2\}$</p> <p>3) $y = 0 \{0 < x < 1\}$</p>	<h1>I</h1>	


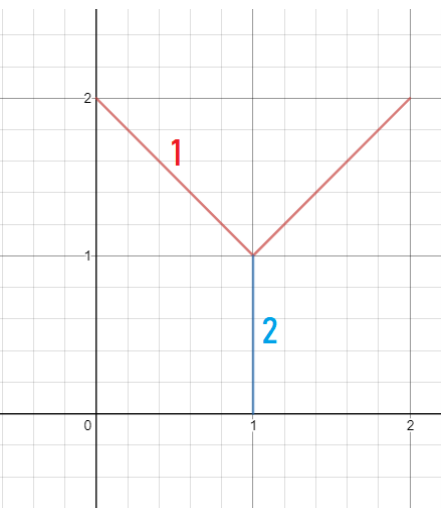

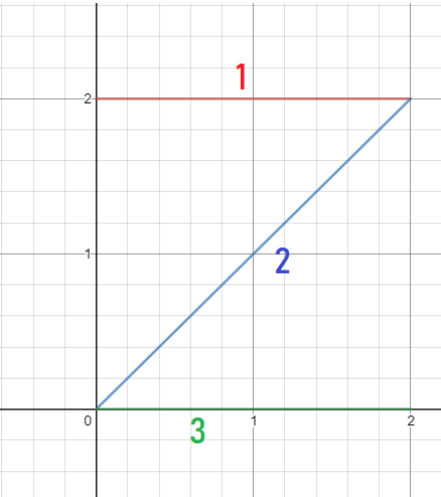
<p>1) $y = 2 \{0.5 < x < 1.5\}$</p> <p>2) $x = 1 \{0.5 < y < 2\}$</p> <p>3) $(x - 0.5)^2 + (y - 0.5)^2 = 0.25 \{0 < y < 0.5\}$</p>	<h1>J</h1>	
<p>1) $x = 0 \{0 < y < 2\}$</p> <p>2) $x + 1 \{0 < x < 1\}$</p>	<h1>K</h1>	
<p>1) $x = 0 \{0 < y < 2\}$</p> <p>2) $y = 0 \{0 < x < 1\}$</p>	<h1>L</h1>	

<p>1) $x = 0 \{0 < y < 2\}$</p> <p>2) $-x + 2 \{0 < x < 1\}$</p> <p>3) $x \{1 < x < 2\}$</p> <p>4) $x = 2 \{0 < y < 2\}$</p>	<p>M</p>	
<p>1) $x = 0 \{0 < y < 2\}$</p> <p>2) $-4/3x + 2 \{0 < x < 1.5\}$</p> <p>3) $x = 1.5 \{0 < y < 2\}$</p>	<p>N</p>	
<p>1) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$</p>	<p>O</p>	

<p>1) $x = 0 \{0 < y < 2\}$</p> <p>2) $y = 2 \{0 < x < 1\}$</p> <p>3) $(x - 1)^2 + (y - 1.5)^2 = 0.25 \{1 < x < 1.5\}$</p> <p>4) $y = 1 \{0 < x < 1\}$</p>	<h1>P</h1>	
<p>1) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$</p> <p>2) $-x + 2 \{1.5 < x < 2\}$</p>	<h1>Q</h1>	
<p>1) $x = 0 \{0 < y < 2\}$</p> <p>2) $y = 2 \{0 < x < 0.5\}$</p> <p>3) $(x - 0.5)^2 + (y - 1.5)^2 = 0.25 \{x > 0.5\}$</p> <p>4) $y = 1 \{0 < x < 0.5\}$</p> <p>5) $-2x + 2 \{0.5 < x < 1\}$</p>	<h1>R</h1>	

<p>1) $(x - 0.5)^2 + (y - 1.5)^2 = 0.25$ $\{y > 1.5\}$</p> <p>2) $(x - .5)^2 + (y - 1.5)^2 = .25 \{x < .5\}$</p> <p>3) $(x - 0.5)^2 + (y - 0.5)^2 = .25 \{0.5 < x < 1\}$</p> <p>4) $(x - 0.5)^2 + (y - 0.5)^2 = .25 \{y < 0.5\}$</p>	<h1>S</h1>	
<p>1) $y = 2 \{0 < x < 2\}$</p> <p>2) $x = 1 \{0 < y < 2\}$</p>	<h1>T</h1>	
<p>1) $x=0 \{0.75 < y < 2\}$</p> <p>2) $(x - 0.75)^2 + (y - 0.75)^2 = 0.75^2 \{y < 0.75\}$</p> <p>3) $x=1.5 \{0.75 < y < 2\}$</p>	<h1>U</h1>	

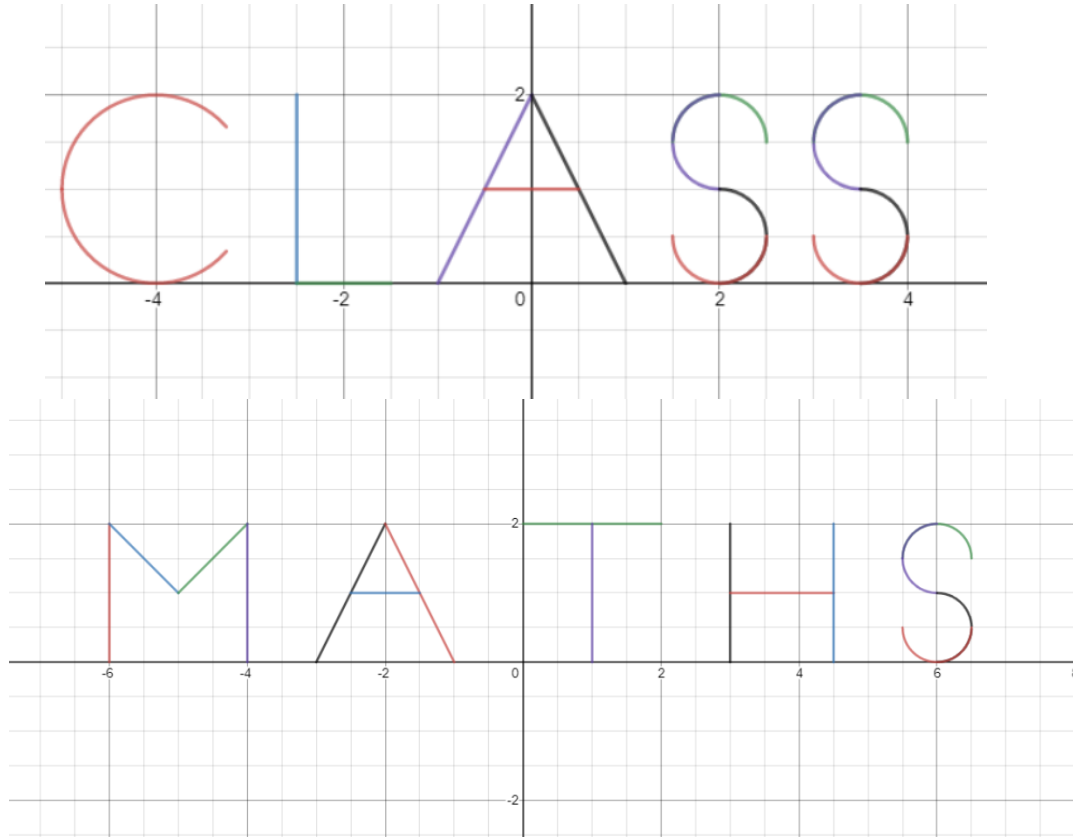
<p>1) $2 x - 1 \{0 < x < 2\}$</p>	<p>V</p>	
<p>1) $-4x + 2 \{0 < x < 0.5\}$ 2) $-2 x - 1 + 1 \{0.5 < x < 1.5\}$ 3) $4x - 6 \{1.5 < x < 2\}$</p>	<p>W</p>	
<p>1) $x - 1 + 1 \{0 < x < 2\}$ 2) $-x - 1 + 1 \{0 < x < 2\}$</p>	<p>X</p>	

<p>1) $x - 1 + 1 \{0 < x < 2\}$</p> <p>2) $x = 1 \{0 < y < 1\}$</p>		
<p>1) $y = 2 \{0 < x < 2\}$</p> <p>2) $x \{0 < x < 2\}$</p> <p>3) $y = 0 \{0 < x < 2\}$</p>		

UPPGIFTER

UPPGIFT 1

Använd ekvationerna för att bilda bokstäverna i alfabetet, och skapa orden "CLASS" och "MATHS".



UPPGIFT 2

Om det gick bra med fråga 1, använd din kreativitet och gör en egen bild eller skriv ditt eget namn.

Utforska matematik med Desmos webbapplikation

<https://www.desmos.com/>

Alfabetet skrivet med ekvationer i Desmos

<https://www.desmos.com/calculator/l8u2vigxyb>

Hur man gör grafer till funktioner om absolut värde

<https://www.khanacademy.org/math/algebra/absolute-value-equations-functions/graphs-of-absolute-value-functions/v/graphing-absolute-value-functions>

Derivata och integraler i konst

https://ethnomath.coe.hawaii.edu/pdf/university_derivatives_integrals.pdf

Introduktion till linjära funktioner

<https://courses.lumenlearning.com/boundless-algebra/chapter/introduction-to-linear-functions/>

Cirkelns geometri

<http://www.mathcentre.ac.uk/resources/uploaded/mc-ty-circles-2009-1.pdf>