DEL I: Bildkonst & Matematik

ÅLDER: 13-15

UPPGIFT 6: M.C. ESCHERS MATEMATISKA KONST

C.I.P. Citizens In Power

The Art Of Maths

Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

Lärarguide

Titel: M.C. Eschers matematiska konst; en återblick på Eschers arbete ur en matematisk synvinkel

Ålder: 13-15

Längd: 3 timmar (Obs: Detta är en dubbellektion, så det räknas som en dubbeluppgift)

Mathematiskt innehåll: regelbunden uppdelning i en dimension; symmetri; överförning, spegling och rotation; Platoniska fasta former

Konstinnehåll: träsnitt; linocut; majolica-brickor; mosaiker; Morisk mosaik/ tessellationer; motiv; litografi

Allmänna mål:

Studenterna skall förstå hur den berömda konstnären M.C. Escher har tagit sig från matematiska teorier och begrepp för att kunna skildra - även konstnärligt - de geometriska illustrationer som har präglat hans arbete.

Studenterna skall kunna förstå övergången från plangeometri till stereometrik, och därmed ta itu med eventuella svårigheter som kan uppstå under processen att rita fasta former i flera dimensioner, såsom kub, parallelograml, prisma, de platoniska fasta formerna.

Instruktion och metod: Efter att ha läst om Eschers liv, huvudsakligen genom sina konstverk, kan detta verktyg förbättra förståelsen av dimension genom att göra av två föreslagna uppgifter.

Tips till läraren: Läraren kan gradvis börja introducera på de grundläggande matematiska koncepten medan Eschers konstverk presenteras. Därefter bör läraren förklara för eleverna de matematiska teorierna och begreppen som visas i avsnittet "Matematiken bakom".

Resurser: Den här uppgiften innehåller bilder och videor med Eschers konstverk. Det innehåller också exempel på terminologier, referenser och lite extra material.

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Mål och kunskaper:

(i) Studenter skall förstå hur Escher lånar från matematiken för att skapa sina konstnärliga verk och därmed undersöka gemensamma drag i konst och vetenskap

(ii) Studenterna skall förstå bättre hur tredimensionella fasta kroppar avbildas i en dimension och därmed få förmågan att tydligt uppfatta och representera begreppet tredimensionellt rymd.

Utvärdering:

Som en del av en formativ bedömning (= för att förbättra uppgiften till nästa gång med utgångspunkt i elevernas bakgrund, intresse, ålder, landets kultur, elevernas förkunskaper osv.) kan utbildaren använda så kallade EXIT PASS antingen med en kopia som har gjorts i förväg eller helt enkelt genom att visa dessa påståenden och låta eleverna skriva svar på ett papper som de lämnar anonymt när de går ut ur klassrummet. Den specifika formativa strategin kallas 3,2,1. För fler strategier kan du besöka:https://www.bhamcityschools.org/cms/lib/AL01001646/Centricity/Domain/131/70%20Formative%20Assessments.pdf

3-2-1	
Skriv 3 saker du tyckte om	1. 2. 3.
Skriv 2 saker du lä'rt dig	1. 2.
Skriv en sak som kan förbättras	1.

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Inledning

Även om den holländska konstnären M.C. Eschers matematiska perspektiv är allmänt känd, har bara en liten minoritet av dem som har beundrat uppskattat den matematiska sidan av hans skapelser. Escher hade tveklöst samarbetat med matematiker genom att först förstå och sedan låna matematiska termer, i syfte att integrera dem i sina konstverk. Han använde främst geometriska framställningar, som ingen annan konstnär gjorde efter renässansen, och närmar sig till och med abstrakta matematiska begrepp genom visuella metaforer. Escher insisterade på avbildning av oändlighet efter att ha genomfört sin egen matematiska forskning på teorier, och började därför samarbeta med allmänt erkända matematiker, såsom Pólya, Penrose och Coxeter. De har senare många gånger gjort ytterligare teoretiska upptäckter, inspirerade av Eschers alternativa sätt att närma sig matematiska objekt.

Eschers matematiska konstverk

Bild 1: [Skalle], 1919 eller 1920; från M.C. Eschers samlade träsnitt och trägravyrer, tidigt arbete, 1916-1921[Hämtad från: http://www.eschersite.com/EscherSite/Basalt_Rocks_Escher_31.html]

M.C. Escher föddes i Leeuwarden (1898) och växte upp i Arnhem, Holland. Han kom från en familj full av naturvetare; hans far var civilingenjör, och hans fyra syskon hade också naturvetarbakgrunder. Schattschneider beskriver i sitt forskningsarbete om Escher att "hematmosfären gett honom några vanliga vetenskapliga undersökningar, inklusive tålamod, metodik som skulle känneteckna hans senare arbete." De unga pojkarna [Escher och hans bröder] fick också regelbundna lektioner i träbearbetnings-tekniker som senare skulle bli mycket användbara för Escher när det gäller att göra träsnitt.

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Skolan lärde honom mindre än hemmet. Escher erkände en gång ”Jag var en extremt dålig elev i aritmetik och algebra, och jag har fortfarande stora svårigheter med abstraktioner av figurer och bokstäver. Jag var lite bättre på geometri eftersom det tilltalade min fantasi, men även i det ämnet utmärkte jag mig aldrig i skolan. "[...]" Han var dock bra på att rita och hans konstskolelärare i gymnasiet uppmuntrade honom att göra linocuts " (Schattschneider, 2010, s. 706).

Bild 2: Barnhuvud, Grön Lino Cut, 1916, 89 mm x 114mm

Bild 3: Skräpplockare, svart, lila och vinröd linoleum,1918,160mmx200mm

Bild 4: papegoja, linoleum, 1919, 166mm x 275mm

(**Biklder 2-4:** Hämtade från: https://www.mcescher.com/gallery/)

M.C. Escher började studera arkitektur vid Haarlem-skolan för arkitektur och dekorativ konst; det var dock hans lärare, Samuel Jessurun de Mesquita, som snabbt fick honom att byta till en kurs i grafisk design. Efter examen 1922 reste Escher i Italien och Spanien, där han fokuserade på att måla landskap, byggnader samt vissa delar av naturen. Under sin resa Alhambra (Granada, Spanien) inspirerades Escher av den geometriska estetiken som fanns i mosaik, särskilt på väggar i detta område, vilket ledde till utformningen av hans egna samlingar.

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

På 1920-talet började M.C. Escher, enligt Schattschneider, "producera ”mosaiker" med en enda form, några av dem handtryckta på siden. Till skillnad från den moriska mosaiken, som alltid hade geometriska former, skulle Eschers mosaik (som han kallade ”motiv”) vara avbildningar (i kontur) av varelser, även om de ibland var fantasier. Dessa tidiga försök visar att han förstod (intuitivt, åtminstone) hur han skulle använda sig av grundläggande förvandlingar - förflyttningar, halva varv (180 ° rotationer), reflektioner och glid-reflektioner - för att producera lutning ”(Schattschneider, 2010, s.707).

Bild 5: Moriska tessellationer från Alhambra inspirerade Escher's work med mosaic.

Efter att ha gift sig 1924 fortsatte han att resa i södra Italien med syftet att använda några designelement i sina utkast till litografier och träsnitt, medan han beslutade att flytta med sin familj till Schweiz på grund av den italiensk fascismen som började komma 1936. På en av familjens resor i Alhambra, ritade Escher av majolikan han såg i Alhambra.

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

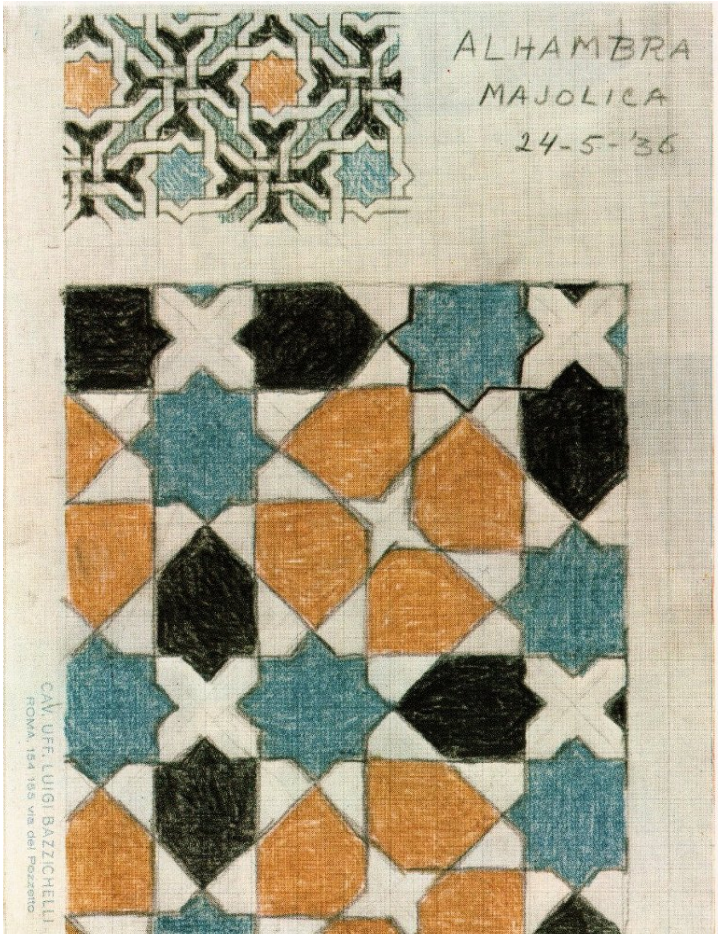


Bild 6: Bilder som Escher gjorde 1936, påverkad av majolika i Alhambra. Han använde blyertspenna och krita.

(Hämtad från: http://pi.math.cornell.edu/~mec/Winter2009/Mihai/section8.html)

Detta var andra gången Escher besökte Alhambra och detta tillfälle kan räknas som en vändpunkt för hans arbete, både vad gäller stil och tematiska områden som han inspirerades av. Detta ersatte de tidigare skissade 'landskap', som kom från inspiration av natur, djur och arkitektur, och därmed fokuserar han nu mer på det geometriska förhållandet mellan mosaikplattorna. På detta sätt skapas symmetriska avbildningar av sammanlänkade motiv.

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Bild 7-11: Akvareller av Escher som visar begreppet "symmetri" genom symmetriska avbildningar av sammanlänkade motiv (1938-1950)

(**Bild 7-11**: Hämtade från: https://www.mcescher.com/gallery/symmetry/)

Med andra ord började Escher få med sin egen fantasi, samtidigt som han förstod att han behövde lära sig mer om matematik, geologi och kristallografi. Det verkar som om de Mauretanska geometriska konstruktionerna, som av religiösa skäl hade en fullständig frånvaro av varje mänsklig form, lockade honom; teoretiskt kan sådana mönster fortsätta att vara "oändliga". Följaktligen innehåller Eschers målningar från denna period huvudsakligen en geometrisk design; han använde motsägelser, medan hans etsningar närmade sig temat ”oändlighet”.

Symmetri och fasta kroppar

Escher arbetade mest med symmetrier, cirklar och sfärer, reflekterade bilder, inversioner, rotationer, relativiteter samt med kollisionen mellan dimension och volym.

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Han arbetade ofta med tredimensionella föremål, så kallade platoniska fasta kroppar, såsom sfärer, kuber och månghörningar i sina konstverk. Han använde också cylindrar och många gånger kombinationer av tvådimensionella former med tredimensionella former, med fokus på begreppet dimensionalitet. Följaktligen väckte hans arbete intresse hos välrenommerade matematiker, till exempel Doris Schattschneider och Roger Penrose, som båda fokuserade på geometriska förvandlingar.

I hans "Vattenfall" (1961) kan vi till exempel se två sammansatta former, nämligen en sammansättning av tre kuber och en stavlad rombisk dodekedron, båda på toppen av en omöjlig byggnad (Bild 6). Den senare (rombisk dodekedron) är allmänt känd som ”Eschers form”. Den hade använts i hans verk "Stjärnor" (1948) där alla fem platoniska fasta kroppar blandas, i kombination med andra stjärnformade fasta former som representerar stjärnor (Bild 6).

Bild 12: Vattenfall, 1961 Litografi

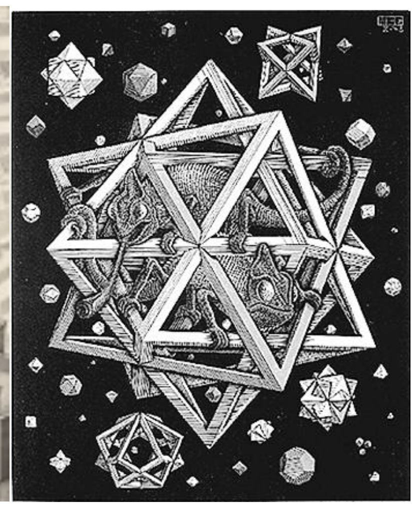


Bild 13: Stjärnor, 1948, Träsnitt

(**Bild 12-13**: Hämtade från: https://www.mcescher.com/gallery/impossible-constructions/)

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Nedan ser du konstverk från Eschers matematiska samling, där han använde stereometriska figurer, som ringar och sfärer, för att illustrera en kollision mellan dimension och rymd.

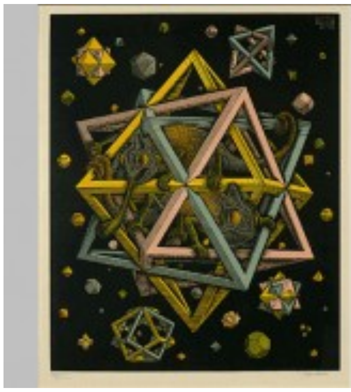


Bild 14: 'Stjärnor, 1948, Färgat träsnitt

Bild 15: 'Koncentriska bindningar, 1953, träsnitt

Bild 16: Sfäriska spiraler, 1958, Grått, svart, gult och rosa träsnitt, i 4 block

Bild 17: Sfärisk yta med fisk, 1958, grått, guld och rödbrunt träsnitt i 3 block

Bild 18: Möbiusband II, 1963, rött träsnitt

Bild 19: Knutar, 1965, rött, grönt och brunt träsnitt i 3 block

(**Bild 14-19**: Hämtade från: https://www.mcescher.com/gallery/mathematical/)

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Symmetrisk delning av yta

Escher har emellertid blivit känd för den regelbundna uppdelningen av yta med sina så kallade tessellationer. En tessellation av en yta är att avbilda ett plan med en eller flera geometriska former, så kallade plattor, utan överlappningar eller luckor. Det verkar som att Escher var starkt påverkad av definitionen av matematikern Haags "regelbunden uppdelning av ett plan" som säger att:

> ”Regelbundna uppdelningar av ytan består av likadana konvexa månghörningar sammanfogade; arrangemanget där månghörningarna gränsar till varandra är samma i hela planet”

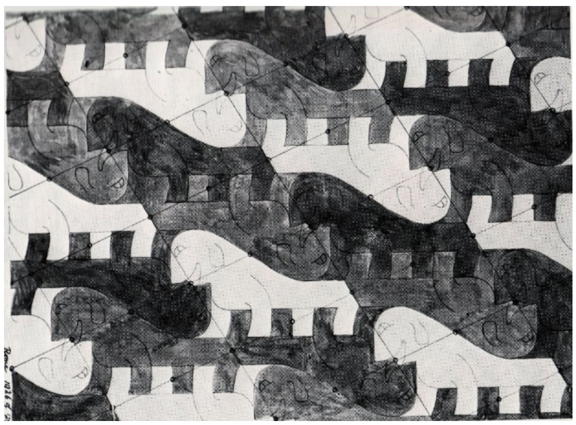


Bild 20: Eschers första försök(1926 or 1927) att få till en regelbunden uppdelning av ett plan med hjälp av imaginära djur (Hämtad från: http://pi.math.cornell.edu/~mec/Winter2009/Mihai/section8.html)

Skapandet av "Metamorfos" med tessellationer

I det här avsnittet kommer vi att diskutera processen med "Metamorfos", en del av Eschers konstverk, och hur han använde de så kallade "tessellationerna" för att upprätthålla en "förvandling". Escher använde ”tessellationer” som ett verktyg och inte som ett huvudtema i sina konstverk. Förvandlingar uppnåddes genom den gradvisa övergången från abstrakta figurer och former till strikt avgränsade konkreta former, som senare förvandlades till något annat. Några exempel på mellanfasen, nämligen ”tessellationsfasen” tillsammans med den slutliga produkten kan man se här:

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

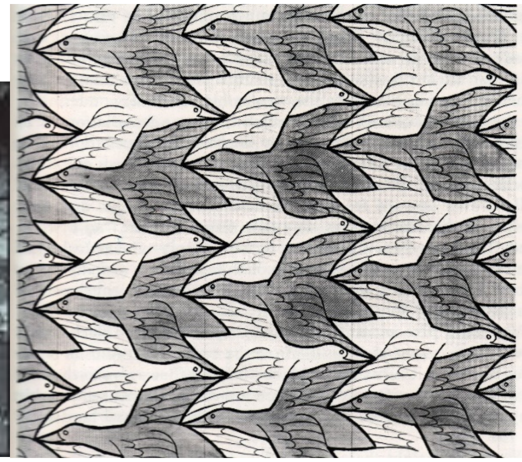
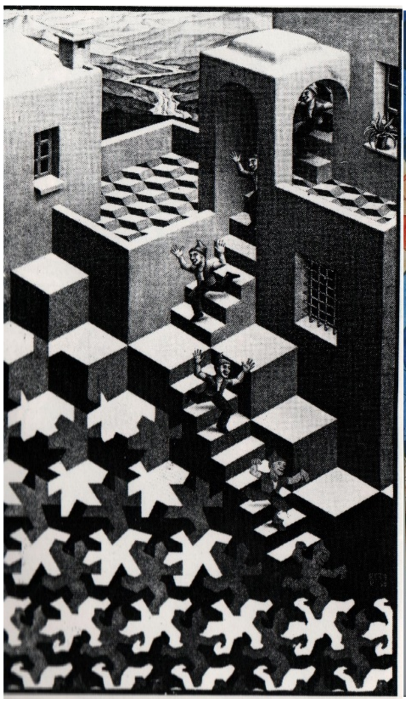


Bild 21: Till vänster, det berömda träsnittet "Dag och natt" (1938),

Bild 22: Tesselationen som Escher använde för att skapa denna.



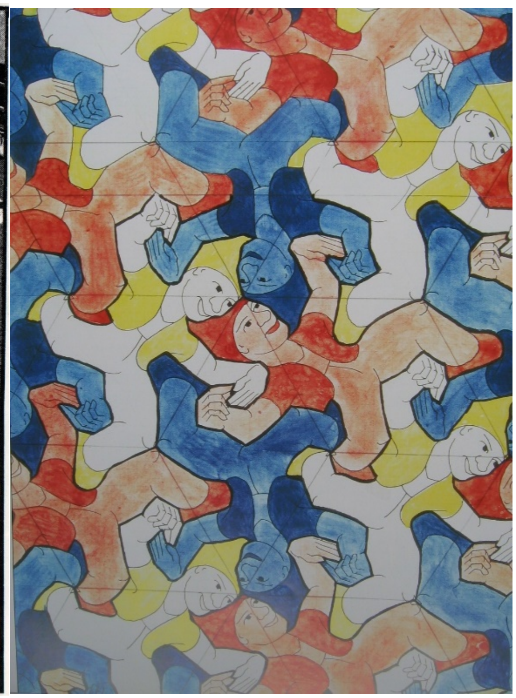


Bild 23 till vänster, Escher's litografi 'Cykel från 1938,

Bild 24: Den periodiska utfyllnaden (tessellationen) som är början på slutprodukten "Cykel"

Till exempel representerar hans verk 'Metamorfos I' (1937) tre byggnader i kuststaden Atrani omvandlade till kuber som så småningom utvecklas till de kinesiska pojkarna.

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

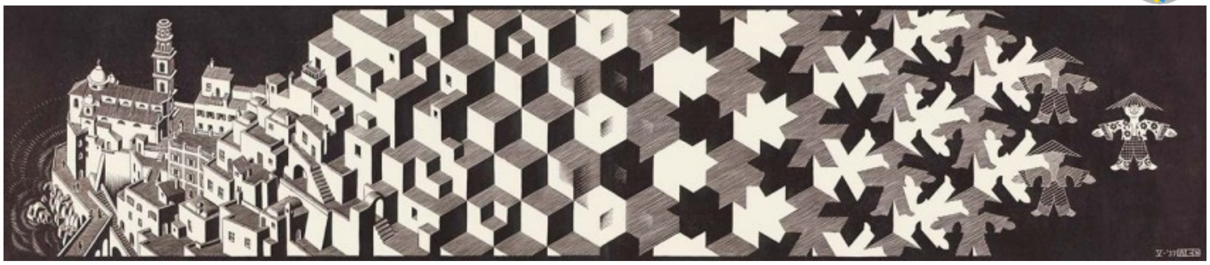


Bild 25: Metamorfos I, 1937, träsnitt tryckt i två blad (Hämtad från: https://www.mcescher.com/gallery/switzerland-belgium/metamorphosis-i/)

I sin bok "Plane Tessellations" (1958) ger Escher ytterligare förklaringar om stadierna som han går igenom för att skapa en "metamorfos".

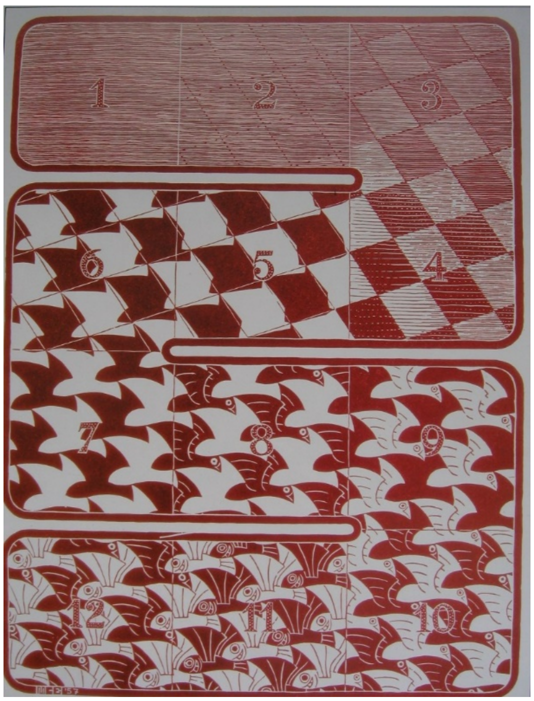


Bild 26: Stegen I en metamorfos (Hämtad från: http://pi.math.cornell.edu/~mec/Winter2009/Mihai/section8.html)

Som man kan se på bilden ovan delas planet från fas 1 till fas 4 i svartvita parallellogram. I nästa fas (5) ändras formen på parallellogrammen gradvis, så att en utåtriktad utbuktning på en av sidorna resulterar i en lika inåtböjning på motsatt sida. Parallellogrammen fortsätter att förändras, främst när det gäller storlek, medan mycket mer detaljer gradvis läggs till och därmed når fas 8, där alla svarta former börjar se ut som fåglar. Därefter (fas 9-10) händer samma sak med de vita formerna,

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

som också förvandlas till fåglar. Även om fåglarna i faser 11-12, genom tillägg av några fler detaljer, omvandlas till fiskar (Online: http://pi.math.cornell.edu/~mec/Winter2009/Mihai/section8.html).

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Ordlista

Linocut: Linocut är en tryckteknik, en variant av träsnitt, där ett linoleumark (ibland monterat på en träblock) används. En design skärs in i linoleumytan med en vass kniv, V-formad mejsel eller hylsa, där de upphöjda (oskurna) områdena bildar en spegelbild av de delar som trycks. Linoleumarket är färgat med en rulle (kallas en brayer) och trycks sedan på papper eller tyg. Själva trycket kan göras för hand eller med en tryckpress.

Morisk Arkitektur Morisk arkitektur är den ledade islamiska arkitekturen i Nordafrika och delar av Spanien och Portugal (Al Andalus), där Andalusierna (morerna) dominerade mellan 711 och 1492. De bästa bevarade exemplen finns i La Mezquitain Córdoba och Alhambra-palatset i Granada (1338–1390) samt Giralda i Sevilla (1184). Andra viktiga exempel i Iberien är den förstörda palatsstaden Medina Azahara (936–1010), kyrkan (före detta moskén) San Cristo de la Luz i Toledo, Aljafería i Saragossa och bad i exempelvis Ronda och Alhama de Granada.

Tessellationer: En tesselation av en plan yta är mosaik med en eller flera geometriska former utan överlappningar eller luckor. I matematiken kan tesselationer föras över till fler dimensioner och andra former.

Träsnitt: ett tryck som är skuret i ett träblock, användes tidigare i bokillustrationer.

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

(I) Platoniska kroppar

På bild 27 kan du se en kub, som är en av de fem platoniska kropparna, med kant, sida och hörn där:

- **Sida** är en enkel plan yta
- **Kant** är skiljelinjen mellan två ytor
- **Hörn** är där kanter möts

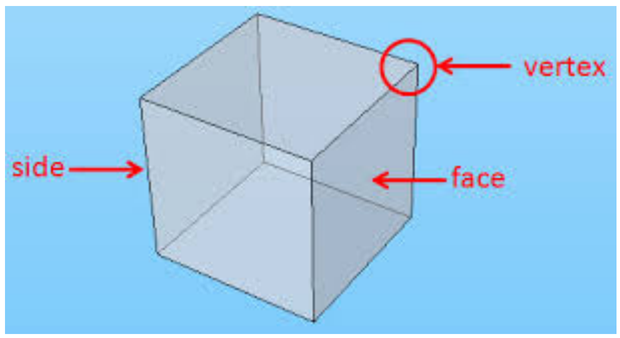


Bild 27: Kub, en av fem platonska kroppar

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Följande tabell visar de fem platoniska fasta kropparna, nämligen tetrahedron, oktaedron, icosahedron, kub, dodecahedron. I den första kolumnen kan du se en bild av var och en av de fasta kropparna. i den andra kolumnen anges antalet ytor på varje kropp; i den tredje och fjärde kolumnen antalet kanter respektive hörn för varje fast kropp; i den femte kolumnen ges formeln för att beräkna ytarea såväl som Volym för varje fast substans, med tanke på att a är längden på sidan.

the five Platonic solids

Name	Faces	Edges	Vertices	A = Surface Area V = Volume a = length of side
 tetrahedron	4 equilateral triangles	6	4 3 faces meeting	$A = \sqrt{3}\,a^2$ $V = \frac{\sqrt{2}}{12}\,a^3$
 octahedron	8 equilateral triangles	12	6 4 faces meeting	$A = 2\sqrt{3}\,a^2$ $V = \frac{\sqrt{2}}{3}\,a^3$
 icosahedron	20 equilateral triangles	30	12 5 faces meeting	$A = 5\sqrt{3}\,a^2$ $V = \frac{5(3+\sqrt{5})}{12}\,a^3$
 cube	6 squares	12	8 3 faces meeting	$A = 6a^2$ $V = a^3$
 dodecahedron	12 regular pentagons	30	20 3 faces meeting	$A = 3\sqrt{25 + 10\sqrt{5}}\,a^2$ $V = \frac{15 + 7\sqrt{5}}{4}\,a^3$

Bild 28: Platoniska kroppar (Hämtad från: http://www.amathsdictionaryforkids.com/qr/p/PlatonicSolids.html)

(II) TRANSFORMATIONSTEORI

- **Förflyttning** är allmänt känt som "glidning". Man låter alla punkter på en form flytta sig samma avstånd genom att följa samma riktning. Förflyttning påverkar inte figurers form. Till exempel i triangeln QRP har varje punkt flyttats 3 enheter

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

nedåt (y-axeln) och samtidigt 4 enheter till höger. Den nya triangeln som uppstår är Q'R'P.

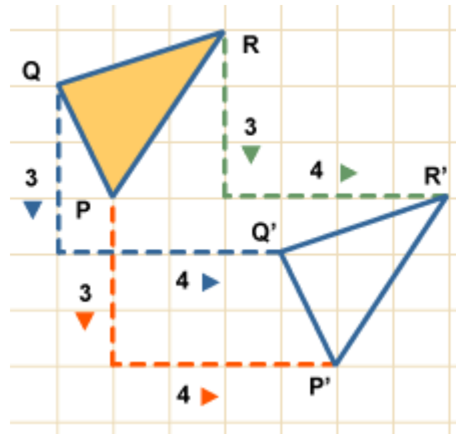


Bild 29: Förflyttning

- **Rotation** är allmänt känd som en "vändning". Den roterade formen kan röra sig uppåt, nedåt, höger, vänster i planet. Men den bör alltid vändas runt en viss punkt som kallas rotationscentrum. Rotation påverkar inte formens storlek.

  Till exempel gör triangeln ABC en rotation på 270 grader runt punkten D (0,0) som är rotationscentrum.

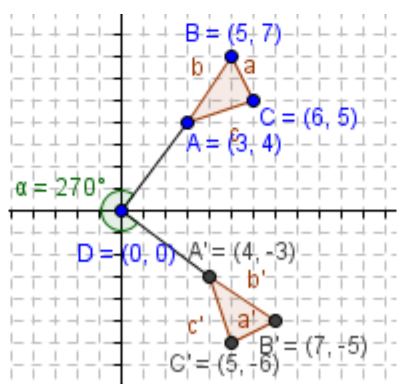


Bild 30: Rotation

- **Spegling** är allmänt känd som en "Flip". Det kan beskrivas som en spegelbild av formen och därför ändras alla punkter över en linje. Det speglar figuren över en linje, kallad "reflektionslinje".

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

På följande bild kan till exempel yy-axeln betraktas som reflektionslinjen för triangeln ABC, medan triangeln EDF utgör den reflekterade bilden (spegelbild) av ABC.

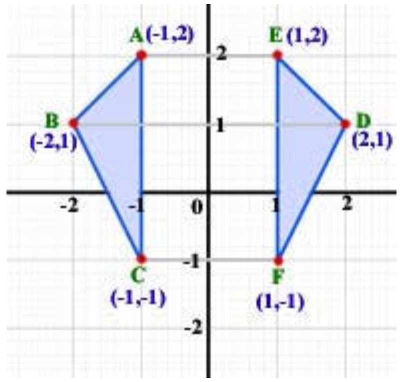


Bild 31: Reflektion

Principer för dimensionstesselation

I det här avsnittet kommer vi att försöka förklara de matematiska begreppen översättning, rotation och reflektion genom Eschers "konstnärliga ögon". Låt oss säga att vi har en yta, helt täckt med liksidiga trianglar, enligt Eschers regelbundna uppdelning av ett plan. Som det står i http://pi.math.cornell.edu/~mec/Winter2009/Mihai/section8.html "om vi flyttar hela ytan över distansen AB kommer det att täcka det underliggande mönstret. Detta är en förflyttning av ytan. Vi kan också vrida kopian 60 grader kring punkten C, och vi märker att det åter täcker det ursprungliga mönstret exakt. Detta är en rotation. Även om vi reflekterar över linjen PQ förblir mönstret detsamma. Ett mönster kan skapas för att visa sig självt genom översättning, rotation, reflektion och glidreflektion. Det finns 17 olika sorters mönster. Varje grupp medger bara några slags förskjutningar där de visar sig själva (vissa medger bara översättning, andra översättning och reflektion etc.). Escher upptäckte alla dessa möjligheter utan tidigare matematisk kunskap. En speciell egenskap hos Eschers tessellationer är att han väljer motiv som representerar konkreta föremål eller varelser" (Online: http://pi.math.cornell.edu/~mec/Winter2009/Mihai/section8.html)

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

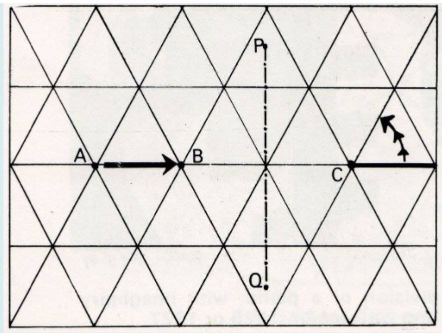


Bild 33: (Hämtad från: http://pi.math.cornell.edu/~mec/Winter2009/Mihai/section8.html)

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

UPPGIFTER

UPPGIFT 1

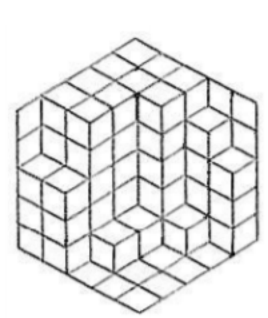
Transformation av en yta till en platonisk kropp

Som vi har sett fokuserar Escher på transformation av polygoner genom att följa reglerna i ”Regelbunden uppdelning av en yta”. Han försöker ge en känsla av tredimensionella konstruktioner i planet genom att mestadels arbeta med kontraster, som svart-vit, dag-natt. Han använder olika gråtoner för att uppnå övergången från det ena till det andra.

Escher kallade sitt arbete 'Vattenfall': Om vi tittar på de olika delarna av denna konstruktion en efter en, kan vi inte hitta några fel i den. Och ändå är den omöjlig eftersom förändringar plötsligt inträffar i avståndet mellan ögat och objektet.

Denna dubbla tolkning av "vad som verkligen finns" och "vad vi ser" är inte bara en "lek" som kan upptäckas i konst. Det utgör ofta grunden av ett matematiskt bevis.

Ett typiskt exempel på vad som antyds här är problemet med calissons (franskt godis med rombform), som först formulerades av Hallenbeck, Deturck och Solow, 1989.



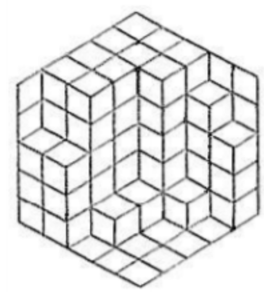
Enligt detta placerar vi slumpmässigt kuber i en sexkantig låda, så att det inte finns några luckor i den (se bild). Vi kommer snart att märka att godisarna skulle kunna kategoriseras - i enlighet med deras orientering - i tre grupper (belägna norr till söder, nordväst till sydost, nordost till sydväst).

Bild 34: Calissonproblemet:
Att fylla ett sexkantigt plan med Calissoner (godis)

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Fråga 1: Vad märker du angående antalet godisar i var och en av de tre kategorierna?

Fråga 2: Använd tre olika gråtoner (till exempel: svart, grå och vit), och färglägg godisarna I respektive kategori



Fråga 3: Efter att ha slutfört den tidigare uppgiften i fråga 2, vad märker du när det gäller det sexkantiga planet? Till vilken platoniskt kropp förvandlas det, och vilken roll har calissonerna?

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

UPPGIFT 2

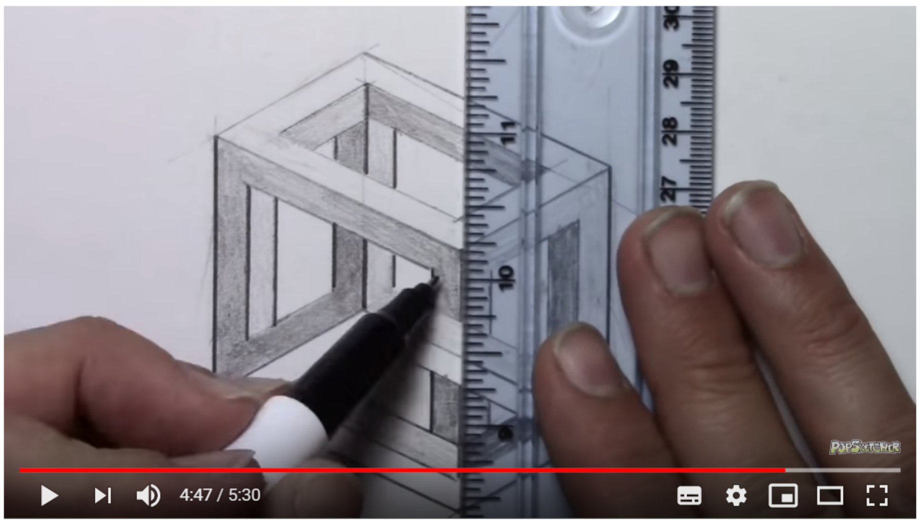
Eschers omöjliga kub

Se dessa filmer:

https://www.youtube.com/watch?v=CZAQ_b2rzAA

https://www.youtube.com/watch?v=OM9oYcdIJaM

Försök följa instruktionerna och rita **Eschers omöjliga kub.**



How-to-draw an Optical Illusion - Escher Cube

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

LÄR DIG MER…

Om du vill lära dig mer det som behandlas i denna text kan du se på följande länkar:

M.C. Escher; Officiell Websida:

https://www.mcescher.com/

The Mathematical Side of M.C. Escher av Doris Schattschneider:

https://www.ams.org/notices/201006/rtx100600706p.pdf

M.C. Escher's: More Mathematics Than Meets the Eye:

http://www.msri.org/people/members/sara/articles/siamescher.pdf

The Art of the Impossible: MC Escher and Me- Secret Knowledge:

https://www.youtube.com/watch?v=f7kW8xd8p4s

The Mathematical Art of M.C. Escher:

http://platonicrealms.com/minitexts/Mathematical-Art-Of-M-C-Escher/

Escher's tesselationer i ett plan:

http://pi.math.cornell.edu/~mec/Winter2009/Mihai/section8.html

Att rita en optisk illusion – Eschers kub:

https://www.youtube.com/watch?v=CZAQ_b2rzAA

https://www.youtube.com/watch?v=OM9oYcdlJaM

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.