

DEL I: Bildkonst & matematik

ÅLDER: 13-15

assorted-color star-themed decors by
Chinh Le Duc on Unsplash

**TOOL 5: ORIGAMI OCH
RUMSRELATIONER**

LogoPsyCom



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Lärarguide

Titel: Origami och rumsrelationer

åldersintervall: 13-15 år

Tidsåtgång: 2 timmar

Matematiskt innehåll: dimensioner i rymden, symmetri, geometriska relationer, Thales teorem, Pythagoras sats, Axiom

Konstnärliga begrepp: Zhezhi, Origami, pappersvikningstekniker, pop-up böcker

Allmänna mål: Att upptäcka hur origami kan illustrera matematiska begrepp och berömda teorem och få en mer praktisk syn på matematikens användning.

Instruktioner och metoder: Eleverna kommer att utforska både fält som helhet, by genom att använda origamiteknik. Detta är grunden för att upptäcka de nämnda begreppen.

Resurser: Den här resursen innehåller bilder och videos som du kan använda. Ämnena som behandlas kommer hjälpa dig hitta annat material som kommer nyansera och göra dina lektioner personligare.

Tips till läraren: Praktiskt arbete är väldigt effektivt speciellt när det handlar om yngre elever som ska lära sig något svårt. Förklara alltid matematiken bakom varje del. Uppgifterna kan göras i par, vilket är särskilt bra för elever med olika svårigheter.

Önskade resultat och kompetenser: När de gjort denna resurs kommer eleverna:

- Förstå Euklides axiom;
- Förstå och använda Thales' Teorem;
- Förstå och använda Pythagoras Teorem.

Sammanfattning och utvärdering

Skriv tre saker du gillade med denna uppgift	1. 2. 3.
Skriv två saker du lärt dig	1. 2.
Skriv 1 sak du tycker behöver bli bättre	1.

Introduktion

Origami är ett japanskt ord som hänvisar till vikning av papper. Denna teknik är tydligt kopplad till matematik eftersom den använder rumsliga relationer för att skapa former som kan förvandlas genom att vika och vika ut papperet på specifika sätt.

Geometrisk kunskap skulle kunna bestämmas som ett teoretiskt instrument i visuell konst. Vår varje manipulation i det tredimensionella rummet är en användning av matematik. Utan att ens tänka på det beräknar vi avstånd och identifierar speciella relationer.

Många forskare har betonat värdet av att använda origami i utbildning, särskilt för att undervisa i geometri. Pappersvikningsteknikerna kan hjälpa eleverna att förstå geometriska relationer och transformationer genom att uppleva och analysera de förändringar de observerar tack vare denna kreativa metod. Mervärdet är att de kan använda de lärda koncepten för att bygga nya konstnärliga kompositioner och få ett materiellt resultat till deras verksamhet.

Denna resurs kommer därför att fokusera på tillämpningen av matematik i origamis vikningstekniker och kommer att innehålla några fysiska manipulationer för elever att ha en praktisk kreativ upplevelse med matematik.



ORIGAMI

Innan det blev en del av japansk konst, dök pappersvikning upp i Kina och kallades Zhezhi. Det är inte förrän på 600-talet som buddhistiska munkar förde denna konst till Japan. På japanska kommer "origami" från "ori", vikning och "gami", papper. Det användes som en fritidsaktivitet för barn tills en geometrilärare, Akira Yoshizawa, som själv haft glädje av origami som barn, beslutade att använda den för att undervisa vinklar, linjer och former till sina elever. Han utvecklade sina nya tekniker och vad som brukade vara en hobby blev en konstform där många matematiklärare fann stort intresse.

Var kan vi se och använda origami?

Origami kan användas för många olika ändamål. Vissa matematiklärare använder den för att undervisa om geometri men du kan också använda origami någon annanstans! Du kan till och med observera det i naturen!

4



Visste du att vissa trädblad ibland utvecklas på ett mycket liknande sätt som en origamiteknik som kallas Miura-vikning? Det visar sig att forskare vid Center for Biomimetics, vid University of Reading, konstaterade att bladen i bokträdet och hornstråle utbreder sig mycket på samma sätt som origamitekniken.

Bild 1: Beech Tree's leaves unfolding

Bland de mänskliga användningarna av origami används Miura-vikning också med kartor. De är vikta på ett sätt som gör dem lätta att transportera och utvecklas.



Här är en GIF som visar hur det ser ut:

<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Miura-ori.gif>



Denna teknik är mycket användbar när du behöver transportera en stor pappers- eller plan yta. Det användes därför också vid utformningen av solpaneler så att de lättare skulle utvecklas när de placerades på deras slutdestination.



Här är en video av BYU (Brigham Young University) som förklarar hur origami används i designen av solpaneler:

<https://www.youtube.com/watch?v=3E12uju1vgQ>.

Pop-up Böcker

Du vet förmodligen vad popup-böcker är. De innehåller vikta figurer som öppnar sig och visar historien när du öppnar boken. Dessa böcker använder pappersvikning på ett mycket kreativt sätt.



Följande GIF visar dig vad en popup-bok är:

<https://en.wikipedia.org/wiki/File:PopupCinderella.gif>



Du kan titta på den här TED-Ed-videon för att förstå hur man skapar animationer med popup-böcker: https://www.youtube.com/watch?v=RZR_b753ZJ0

Ordlista

Miuravikning Användning av linjer, former, former och färger som skiljer sig från den exakta föreställningen av den verkliga världen inom visuell konst.

Origami: Konsten att vika papper i Japan.

Pop-up-böcker: är böcker där författarna använder vikta papper för att skapa 3D-illustrationer som utvecklas när läsaren öppnar boken.

Zhezhi: Konsten att vika papper i Kina.

Matematiken bakom origami

Axiomen:

Origami kan komplettera de geometriregler som vi redan känner till. Exempelvis kan axiomerna i Euklides "element" vara ett bra exempel för att skapa en annan uppsättning axiomer relaterade till pappersvkningskonsten.

Låt oss först se vad **Euklides axiomer** var:

- P.1. Det fordras att man kan dra en rät linje från en punkt till en annan.
- P 2. Varje begränsad rät linje kan förlängas obegränsat.
- P 3. Kring varje medelpunkt kan man rita en cirkel med given radie.
- P 4. Alla räta vinklar är lika.
- P 5. När en rät linje träffar två andra räta linjer, och de båda inre vinklarna på samma sida om den skärande räta linjen är mindre än två räta, så skall de båda räta linjerna, om de förlängs obegränsat, råkas på den sida om den skärande räta linjen som de båda vinklarna ligger som är mindre än två räta.

6

Även om dessa axiomer används för att demonstrera mer komplexa teorem, kan geometrin i origami också vara mycket värdefull.

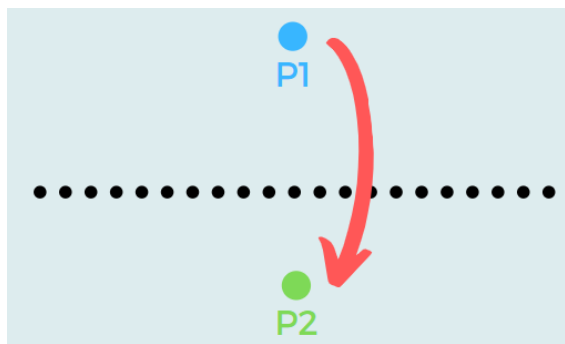
Här är **Huzita – Hatori axiomet**:

Du kan markera **vikningen** och rörelsen i två olika färger på bilderna.

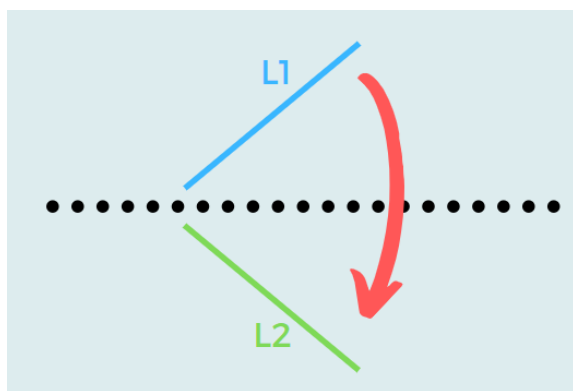
1. Vid två punkter P1 och P2 finns det en unik vikning som passerar genom båda.



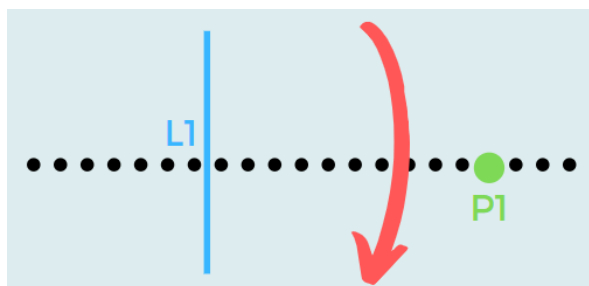
2. Vid två punkter **P1** och **P2** finns det en unik viking som placerar P1 på P2.



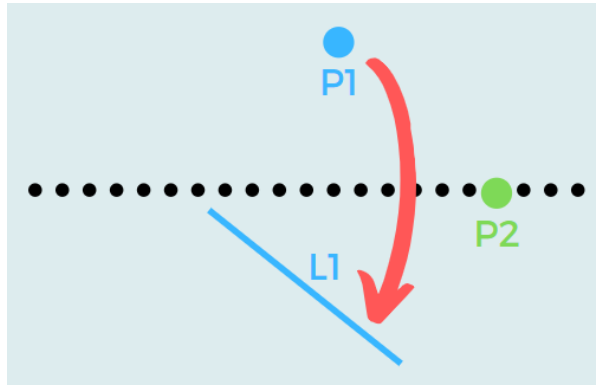
3. Vid två linjer **L1** och **L2** finns det en viking som placerar L1 på L2..



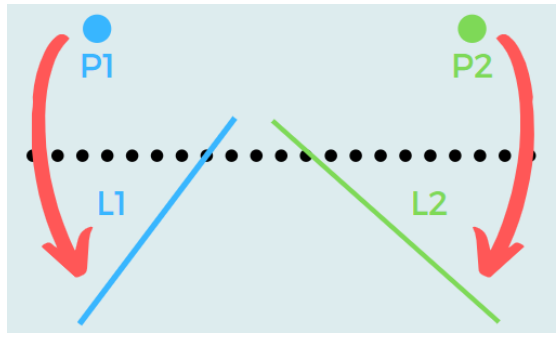
4. Vid en punkt **P1** och en linje **L1** finns det en unik viking vinkelrätt mot **L1** som passerar genom **P1**.



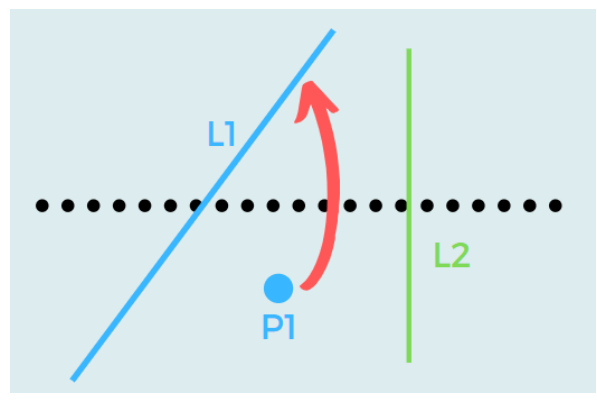
5. Vid två punkter P1 och P2 och en linje L1 finns det en viking som placerar P1 på L1 och passerar genom P2.



6. Vid två punkter P1 och P2 och två linjer L1 och L2 finns det en viking som placerar P1 på L1 och P2 på L2.



7. Vid en punkt P1 och två linjer L1 och L2 finns det en viking som placerar P1 på L1 och är vinkelrätt mot L2.





Thales Teorem

Thales var en grekisk matematiker från antiken. Hans teorem nämns i Euklides "Elementia".

Om A, B, och C är en bestämd punkter på en cirkel där linje AC är en diameter, då är vinkeln $\angle ABC$ en rät vinkel.

För att demonstrera det förklarade Thales det enligt följande:

- Eftersom $OA = OB = OC$ är trianglarna OBA och OBC likvärdiga trianglar,
- och genom likvärdigheten mellan basvinklarna i en likställt triangel, $\angle OBC = \angle OCB$ and $\angle OBA = \angle OAB$.

Sätt $\alpha = \angle BAO$ och $\beta = \angle OBC$.

- De tre inre vinklarna i ABC-triangeln är α , $(\alpha + \beta)$ och β .
- Eftersom summan av vinklarna i en triangel är lika med 180° har vi:

$$\alpha + (\alpha + \beta) + \beta = 180^\circ$$

$$2\alpha + 2\beta = 180^\circ$$

$$2(\alpha + \beta) = 180^\circ$$

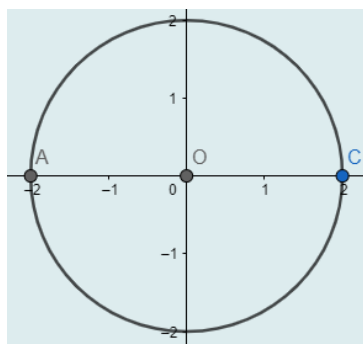
$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

V.S.B.

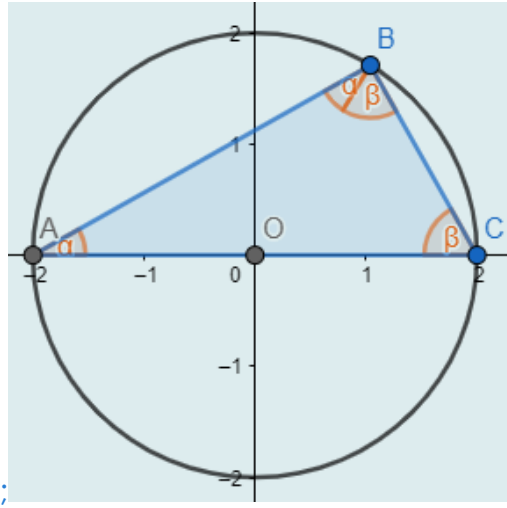


Låt oss rita det geometriska beviset på teorem:

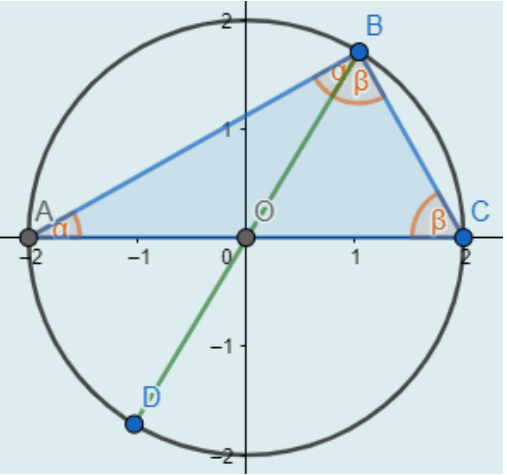
1. Rita en cirkel på ett pappersark med en linjal och en passare.



2. Rita en triangel ABC där området **AC** är cirkelns **diameter**;

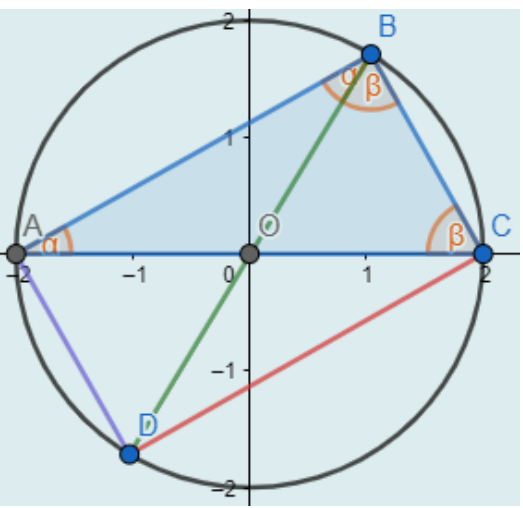


3. Från punkt B, rita ett område som går genom centrum O och slutar i punkt D i cirkeln;



10

4. Du kan nu rita ett parallelogram med alla punkterna (ABCD)





a) Är denna parallelogram en rektangel?

Ja

b) Är alla dess vinklar rätta vinklar?

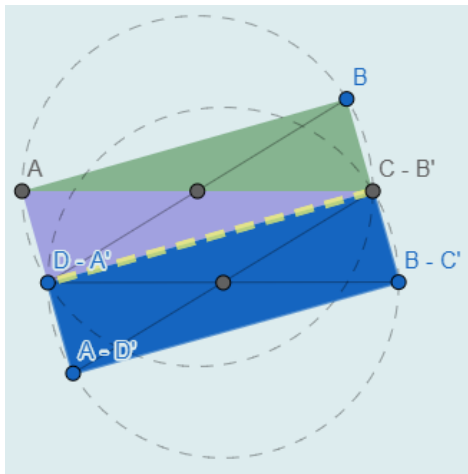
Ja

c) Vad betyder det?

Att vinklarna $\angle ABC$ och $\angle ADC$ är rätta vinklar!

d) Hur tror du att vi kan använda origami för att lösa det här problemet här?

Möjligt svar: Om vi viker papperet efter området DC:



Vi kan projicera samma rektangel nedan, som kommer att kallas $A'B'C'D$ i vilken:

- Segment AB kommer att fällas in på segment $D'C'$
- Segment DC blir segmentet $A'B'$

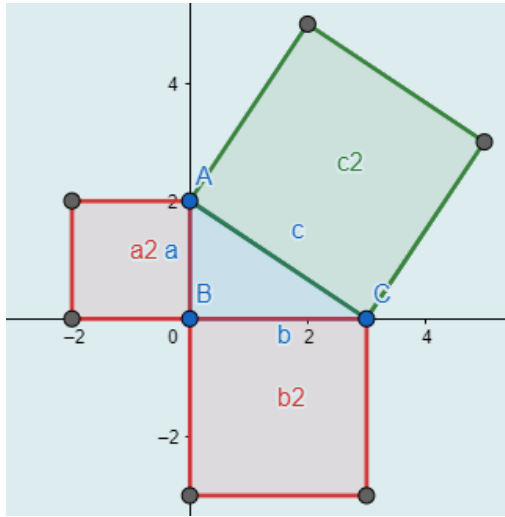


Pythagoras sats

Pythagoras var också en grekisk filosof och matematiker från antiken. Han är mest känd för sitt teorem som säger att:

roten av **hypotenusen** (sidan **motsatt** räta vinkeln) är lika med summan av kvadraten på de andra två sidorna.

Vi skriver det: $a^2 + b^2 = c^2$



I det här exemplet:

- a = område AB
- b = område BC
- c = område CA

→ De röda kvadraterna visar a^2 and b^2

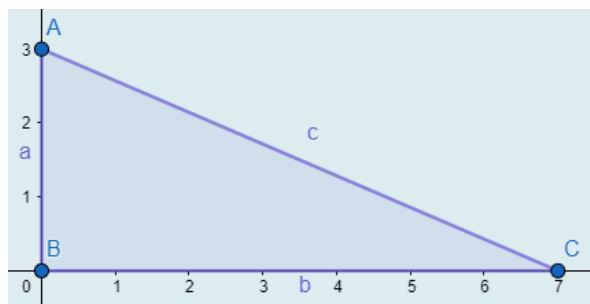
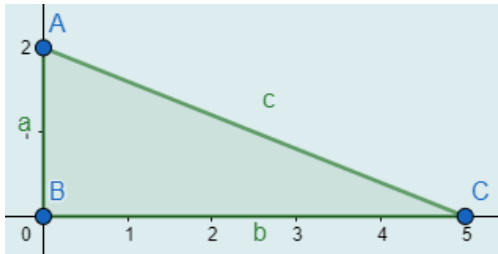
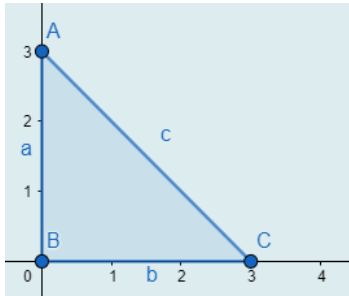
→ Den gröna kvadraten visar c^2

→ Linjen AC är **hypotenusan**

Låt oss göra några övningar med formeln:

För varje triangel::

1. Sätt ut a , b och c på bilden;
2. Använd Pythagoras sats;
3. Räkna ut hypotenusans längd.



Uppgift

Denna uppgift gör det möjligt för dig att förstå hur origami kan representera matematiska begrepp och tekniker.

Ritning av Pythagoras teorem med en origamiteknik: båten!



Se följande video för att lära dig hur du gör det:

<https://www.youtube.com/watch?v=Cjx3My0kDtY&feature=youtu.be>

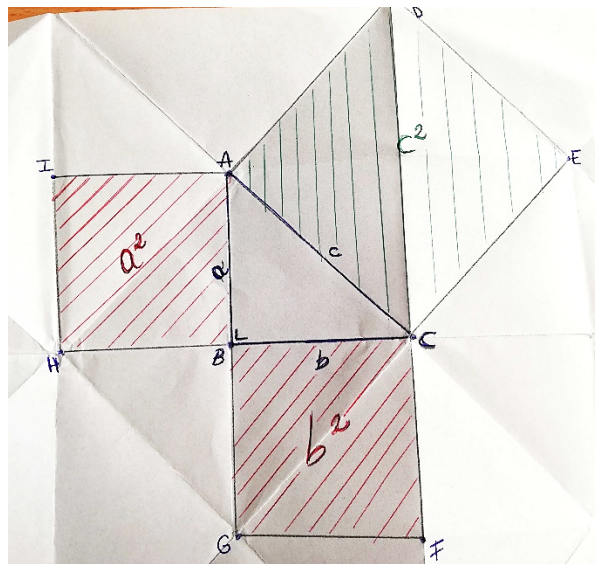
Nu när du har din båt, veck upp den genom att göra allt bakåt.

Du borde ha något liknande:



Du kan se att det finns trianglar och rutor på pappret

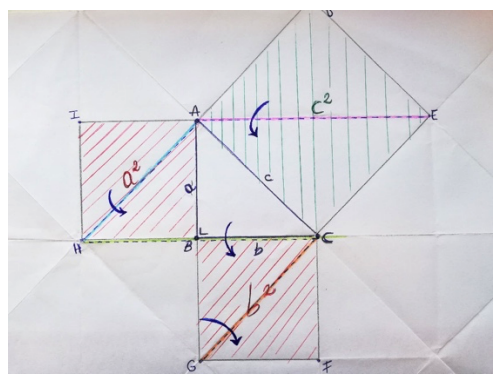
Vi ritar Pythagoras teorem på mönstret!



1. Svara på följande frågor för att se om vissa origami-regler följs:
 - a. Finns det en vikning som går genom punkterna A och E?
 - b. Finns det en vikning med vilken punkt jag kan sätta på punkt B?
 - c. Finns det en vikning som placerar segmentet GB på segmentet GF?

d. Finns det en vinkel vinkelrätt mot segment AG som passerar genom punkt C?

2. Markera dessa veck i en annan färg på din ritning.





LÄR DIG MER...

Artikel om att använda origami i skolan:

<http://www.fau.edu/education/centersandprograms/mathitudes/documents/20080901bMathitudesOct08revisionFinalVersionforpublicationOct242008.pdf>

TED-talk om matematikens bidrag till origamikonsten:

https://www.ted.com/talks/robert_lang_folds_way_new_origami#t-193336

TED-Ed-video om att gå vidare med Pythagoras sats:

<https://www.youtube.com/watch?v=YompsDIEdtc>

Artikel om matematik i origami:

<https://theconversation.com/origami-mathematics-in-creasing-33968>

Artikel om origamihistoria och axiomer:

<https://plus.maths.org/content/power-origami>

Artikel om matematik i origami:<https://www.tor.com/2017/06/29/the-magic-and-mathematics-of-paper-folding/>

TED-Ed video om pop-up böcker:

https://www.youtube.com/watch?v=RZR_b753ZJ0

Hur man viker en båt i origami (bilder + video):

<http://www.origami-instructions.com/origami-boat.html>