DEL IV: Film & Matematik

ÅLDER: 16-18 år

UPPGIFT 40: PRIMTALSTEORI I FILMEN "THE MAN WHO KNEW INFINITY"

C.I.P. Citizens In Power

Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

Lärarguide

Titel: Primtalsteori i filmen 'The man who knew infinity'

Ålder: 16-18 år

Längd: 1.5 timme

Matematikinnehåll: Primtalsteori och partitioner

Konstinnehåll: Film

Mål: Matematiska elever ska bekanta sig med primtal och partitioner, använda de matematiska exemplen som ges, för att analysera uppgiften och lära sig (eller åtminstone bekanta sig med) formeln för partitioner. De kommer också att se några av stegen som matematisk forskning innebär. I inledningen kommer de att få chansen att se det stora antalet matematiska filmer som finns och bekanta sig med Ramanujan, hans arbete och hans biografi, genom bilder, videor och några textutdrag.

Instruktioner: De metoder som används här följer Blooms taxonomi, med början med kunskapen om Ramanujan som person; en påminnelse om vad primtal och partitioner är, till en mer omfattande nivå av att förklara dem. Då kommer eleverna att tillämpa sin formel genom uppgiften som ges för det slutliga målet att kunna använda sina kunskaper på partitioner.

Resurser: Youtube-videor som består av en sammanfattning av Srinivasa Ramanujans liv och utdrag från filmen " The man who knew infinity". Det finns några bilder; Ramanujans biografi och exempel på partitioner; själva uppgiften, Ramanujans uppgift och en youtube-video som förklarar den.

Tips till läraren: Denna uppgift börjar med att ge lite information via Youtube-videor, bilder och matematikerns biografi, innan det kopplas samman med filmen och delar från den. Det kommer att vara viktigt att väcka elevers intresse genom att betona svårigheterna som Ramanujan hade in i sin tid och sitt verkliga liv (som fattigdom och hinder på grund av hans indiska ursprung).

Mål: Eleverna ska:

- veta vem denna stora matematiker var;
- experimentera med sin egen partitionsformel

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Utvärdering:

Skriv 3 saker du gillar med denna uppgift:	1. 2. 3.
Skriv 2 saker du lärt dig	1. 2.
Skriv en sak som behöver bli bättre	1.

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Inledning

Enligt Polster (2012) finns det mer än 700 matematikfilmer, även om vissa är mer relaterade till matematik än andra. De kan ses om ett roligt inslag i undervisningen och kan användas till kurser i ett försök att göra matematiklärandet mer intressant. Till denna uppgift har filmen 'The man who wrote infinity', som baseras på boken med samma namn av Robert Kanigel, valts av flera skäl.

För det första är det en film som relaterar mycket till matematik och berättelsen om en stor indisk matematiker från 1900-talet, kallad Srinivasa Ramanujan. Filmen visar inte bara matematik som konst utan också som en kreativ upptäcktsprocess, olika matematiska begrepp och till största delen, primtal och partitioner.

Filmen fångar vad det innebär att utföra matematisk forskning. Huvudpersonen börjar av nyfikenhet och försöker fånga de slående och graciösa kopplingarna mellan abstrakta begrepp. Dessa utforskningar innebär naturligtvis experiment, men förlitar sig mest på idéer och symboler istället för fysiska saker. Som vi kan se både i boken och filmen finns det många misstag och återvändsgränder. Därför behövs man vara uthållig. Det är därför som karaktären börjar sin formella utbildning vid det engelska universitetet, han måste kunna formulera bevis - fullständiga, verifierbara, logiska motiveringar – för sina påståenden. Att konstruera beviset kan vara svårt och tar ofta mycket längre tid än den första upptäckten.

Det som poängteras genom filmen, och liknar verklig matematisk forskning, är att man måste undvika att frestas att gå från upptäckt till upptäckt, från en koppling till en annan, innan du ger bevis för att stödja de som redan hittats. Universitetsutbildningen i matematik syftar till att tillföra detta. I Indien saknade Ramanujan en sådan utbildning. På Cambridge var han tvungen att komma ikapp och fylla dessa luckor.

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Biografi

Bild 1: Ramanujans originalanteckningar [1]

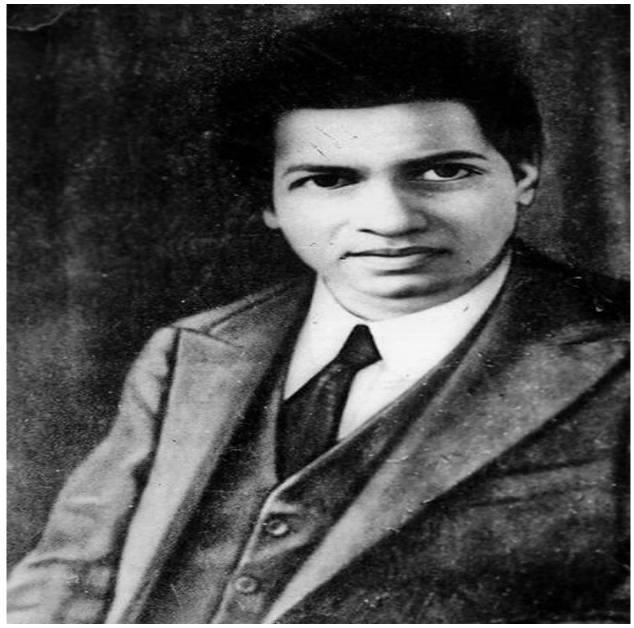
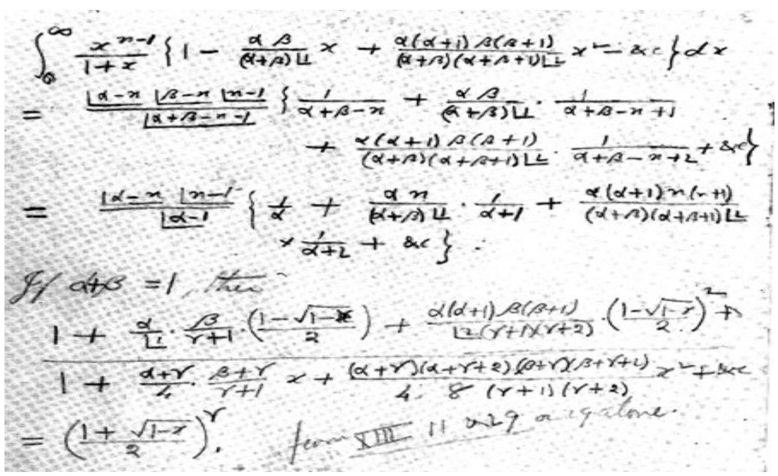


Bild 2: Ramanujan [2]



[1] Hämtad från: https://www.google.com/search?q=notebooks+of+ramanujan+pdf&client=firefox-b-d&source=lnms&tbm=isch&sa=X&ved=0ahUKEwiZn5uFtd7iAhWNyKQKHVdoD10Q_AUIECgB&biw=1138&bih=527#imgdii=CdWlT6ACYDdArM:&imgrc=dNSzdmvpv-YSrM:

[2] Hämtad från: https://www.google.com/search?client=firefox-b-d&biw=1138&bih=527&tbm=isch&sa=1&ei=awr-XNjHFcGMa72wosgC&q=ramanujan&oq=raman&gs_l=img.1.0.0i67l2j0j0i67j0l2j0i67j0l2j0i67.168570.169133..172117...0.0..0.189.834.0j5......0....1..gws-wiz-img.......35i39.CT6QYjVtbPE#imgrc=9Rr_y3zQwk-1TM:

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Bild 3: Ramanujans originalanteckningar [3]

Srinivasa Ramanujan (22 December 1887 – 26 April 1920) var en indisk matematiker som föddes i Indien när det var brittiskt. Även om han nästan inte hade någon formell utbildning i ren matematik, gjorde han betydande bidrag till matematisk analys, sifferteori, oändliga serier och fraktioner, inklusive lösningar på matematiska problem som då ansågs vara olösliga. Ramanujan utvecklade initialt sin egen matematiska forskning isolerat. Han sökte matematiker som bättre kunde förstå hans arbete, 1913 inledde han på distans ett samarbete med den engelska matematikern G. H. Hardy vid University of Cambridge, England. Genom sina anteckningar hade Ramanujan producerat banbrytande nya teorem, inklusive några som Hardy sade hade "slagit [honom och hans kollegor] fullständigt", dessutom återupptäckte han nyligen beprövade men mycket avancerade resultat.

Under sitt korta liv sammanställde Ramanujan självständigt nästan 3 900 resultat. Många var helt nya; hans ursprungliga och mycket okonventionella resultat, som Ramanujans primtal, Ramanujans theta-funktion, partitionsformler och falska theta-funktioner, har öppnat hela nya arbetsområden och inspirerat en enorm mängd ytterligare forskning. Nästan alla hans påståenden har nu visat sig vara korrekta. Ramanujan Journal, en peer-granskad vetenskaplig tidskrift, bildades för att publicera arbeten inom alla områden i matematik som påverkades av Ramanujan, och hans anteckningsböcker - som innehåller sammanfattningar av hans publicerade och opublicerade resultat - har analyserats och studerats i decennier sedan hans död som en källa till nya matematiska idéer.

År 1919 tvingade ohälsa, som nu tros ha varit amebebis i levern, Ramanujan att återvända till Indien, där han dog 1920, 32 år gammal.

[3] Hämtad från: https://www.google.com/search?client=firefox-b-d&biw=1138&bih=527&tbm=isch&sa=1&ei=ABP-XKLMCszLwQL6-ZToCw&q=ramanujan%27s+notebooks&oq=ramanujan%27s+notebooks&gs_l=img.3.0.0j0i5i30j0i8i30j0i24l2.39595.44881..50313...0.0..0.154.2622.0j21......0....1..gws-wiz-img.......35i39j0i67j0i30.GMm5Q9Wly7M#imgrc=omvjbPsONG-PZM

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Handling I filmen "The man who knew infinity"

Srinivasa Ramanujan är i början av 1900-talet under press och en fattig medborgare i Madras i Indien som arbetar med okvalificerade jobb. Hans arbetsgivare lägger dock märke till hans exceptionella färdigheter i matematik och börjar ge honom grundläggande uppgifter i redovisning. När företaget inser att hans matematiska kunskaper är betydligt mer än vad som behövs för de enkla redovisningsuppgifterna uppmuntrar de honom att göra sina egna texter om matematik tillgängliga för allmänheten och att kontakta matematikprofessorer vid universitet utanför Indien. Ett av dessa brev skickas till G.H. Hardy, en berömd matematiker vid University of Cambridge, som är särskilt intresserade av Ramanujan.

Ramanujan gifter sig, fortsätter arbeta och publicerar sina första texter. Hardy bjuder nästan omedelbart in honom till Cambridge för att bedöma hans möjligheter att studera teoretisk matematik. Ramanujan lockas av över möjligheten och bestämmer sig för att ta Hardys erbjudande, även om detta betyder att flyttar iväg från sin fru under en lång period. Han tar avsked av henne och lovar att skriva brev till henne.

När han kommer till Cambridge möter Ramanujan olika former av rasism och upplever förändringen i livet svårare än väntat. Även om Hardy är mycket imponerad av Ramanujans förmågor är han orolig för hans brist på erfarenhet av bevisföring, men han lyckas ändå till slut få Ramanujan publicerad i en stor tidskrift. Under tiden upptäcker Ramanujan att han lider av tuberkulos och hans regelbundna brev till sin fru förblir obesvarade trots att många månader går. Hardy är inte medveten om de personliga svårigheter Ramanujan står inför. Ramanujans hälsa förvärras när han fortsätter att gräva sig djupare och djupare i matematikforskningen under handledning av Hardy och andra kollegor på Cambridge.

Hans fru upptäcker så småningom att Ramanujans mor har gömt hans brev och inte skickat hennes till honom. Hardy försöker få Ramanujans matematiska begåvning att

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

accepteras helt av universitetet genom att föreslå Ramanujan ett som stipendiat till Trinity College. Till en början misslyckas Hardy på grund av universitetspolitiska anledningar och den rasism som fanns. Senare, efter stöd av viktiga medlemmar i kollegiet, nominerar Hardy ännu en gång Ramanujan för ett stipendium; och han accepteras äntligen som stipendiat i Royal Society och senare på Trinity College. I slutändan återförenas Ramanujan med sin familj i Indien. Hans avtagande hälsa, som mest berodde på dåligt boende och hårt vinterväder i England, leder dock till hans för tidiga död strax efter att han erkänts som internationellt meriterad matematiker.

Utdrag från filmen

Officiell trailer:

https://www.youtube.com/watch?time_continue=146&v=oXGm9Vlfx4w

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Matematiken i filmen ‘The man who knew Infinity’

Ramanujans formel

En enkel formel har hittats för att beräkna hur många sätt ett tal kan skapas genom att lägga till andra siffror och därmed lösa ett problem som fängslade den Srinivasa Ramanujan.

Detta har sedermera lett till en större förståelse av en kryptisk fras som Ramanujan använde för att beskriva sekvenser av så kallade partitionsnummer.

En partition av ett tal är alla kombinationer av heltal som bildar detta tal. Till exempel 4 = 3 + 1 = 2 + 2 = 2 + 1 + 1 = 1 + 1 + 1 + 1, så partitionsnumret på 4 är 5. Det låter enkelt, men partitionsnumret 10 är 42, medan 100 har mer än 190 miljoner partitioner. Så en formel för att beräkna antal partitioner behövdes.

Tidigare försök har bara gett ungefärliga förhållanden eller förlitat sig på ”galna oändliga summor”, säger Ken Ono vid Emory University i Atlanta, Georgia.

Mönster i partitioner

Ramanujans ungefärliga formel, utvecklad 1918, hjälpte honom att upptäcka att tal som slutar på 4 eller 9 har ett partitionstal delbart med 5, och han fann liknande regler för partitionstal delbara med 7 och 11.

Utan att ge bevis för det skrev han att dessa tal hade ”enkla egenskaper” som inga andra hade. Senare hittades liknande regler för uppdelningen av andra partitionstal så ingen visste om Ramanujans ord hade en djupare betydelse.

Nu har Ono och hans kollegor utvecklat en formel som delar upp partitionstal för valfritt heltal. De kan också ha upptäckt vad Ramanujan menade.

De hittade "fraktala" förhållanden i sekvenser av partitionstal av heltal som genererades med en formel som innehåller ett primtal. Till exempel i en sekvens som

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

genereras från 13 är alla partitionsnummer delbara med 13, men zooma in och du hittar en undersekvens av siffror som är delbara med 13^2, en ytterligare sekvens delbar med 13^3 och så vidare.

Från Jacob Aron, hämtad från: https://www.newscientist.com/article/dn20039-deep-meaning-in-ramanujans-simple-pattern/

Video som visar formeln:

https://www.youtube.com/watch?v=nxdGOLp56nc

Ordlista

Partitioner: I talteori och kombinatorik är en partition av ett positivt heltal n, även kallad en heltalspartition, ett sätt att skriva n som en summa av positiva heltal. Två summor som skiljer sig endast i termernas ordningsföljd betraktas som samma partition. (Om ordningen är viktig blir summan en sammansättning.) En term i en partition kallas också en del. Antalet partitioner av n ges av partitionsfunktionen p (n). Notationen $\lambda \vdash n$ betyder att λ är en partition av n. Partitioner kan visualiseras grafiskt med Young-diagram eller Ferrers-diagram. De förekommer i ett antal grenar av matematik och fysik, inklusive studier av symmetriska polynomier och av den symmetriska gruppen och i grupprepresentationsteori i allmänhet.

Primtal: Ett primtal är ett heltal större än 1 som endast är delbart med 1 och sig självt. De första primtalen är 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 och 29. Tal som har fler än två faktorer kallas sammansatta tal. Talet 1 är varken primtal eller sammansatt.

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Exempel

De sju partitionerna för 5 är:

- 5
- 4 + 1
- 3 + 2
- 3 + 1 + 1
- 2 + 2 + 1
- 2 + 1 + 1 + 1
- 1 + 1 + 1 + 1 + 1

I vissa källor behandlas partitioner som sekvensen av summor, snarare än som ett uttryck med plustecken. Till exempel kan partitionen 2 + 2 + 1 istället skrivas som tupeln (2, 2, 1) eller i ännu mer kompakt form (22, 1) där superskriptet anger antalet repetitioner för en term.

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

UPPGIFT

Partitionsfunktionen p (n) representerar antalet möjliga partitioner för ett positivt heltal. Till exempel p (4) = 5, eftersom heltalet 4 har de fem partitionerna:

- 1+1+1+1;
- 1+1+2;
- 1+3;
- 2+2;
- och 4

Med tanke på detta, beräkna summan av p(4) + p(6) + p(8)

Video som förklarar Ramanujans formel:

https://www.youtube.com/watch?v=nxdGOLp56nc

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

LÄR DIG MER…

Om du vill vet mer om det som behandlas i denna uppgift kan du gå igenom följande länkar:

Bok om matematik i filmer:

Polster, B., & Ross, M. (2012). *Math goes to the movies*. Baltimore: Johns Hopkins University Press. Tillgänglig: http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&AuthType=ip,sso&db=nlebk&AN=597694&site=eds-live&custid=s1098328

Ramanujans Biografi:

https://en.wikipedia.org/wiki/Srinivasa_Ramanujan

Vad är ett primtal:

https://whatis.techtarget.com/definition/prime-number

Vad är partitioner:

https://en.wikipedia.org/wiki/Partition_(number_theory)

Ramanujans formel:

https://www.newscientist.com/article/dn20039-deep-meaning-in-ramanujans-simple-pattern/

The Man Who Knew Infinity: inspiration, övertygelse och matematikens konst 24 maj, 2016:

https://theconversation.com/the-man-who-knew-infinity-inspiration-rigour-and-the-art-of-mathematics-59520

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.