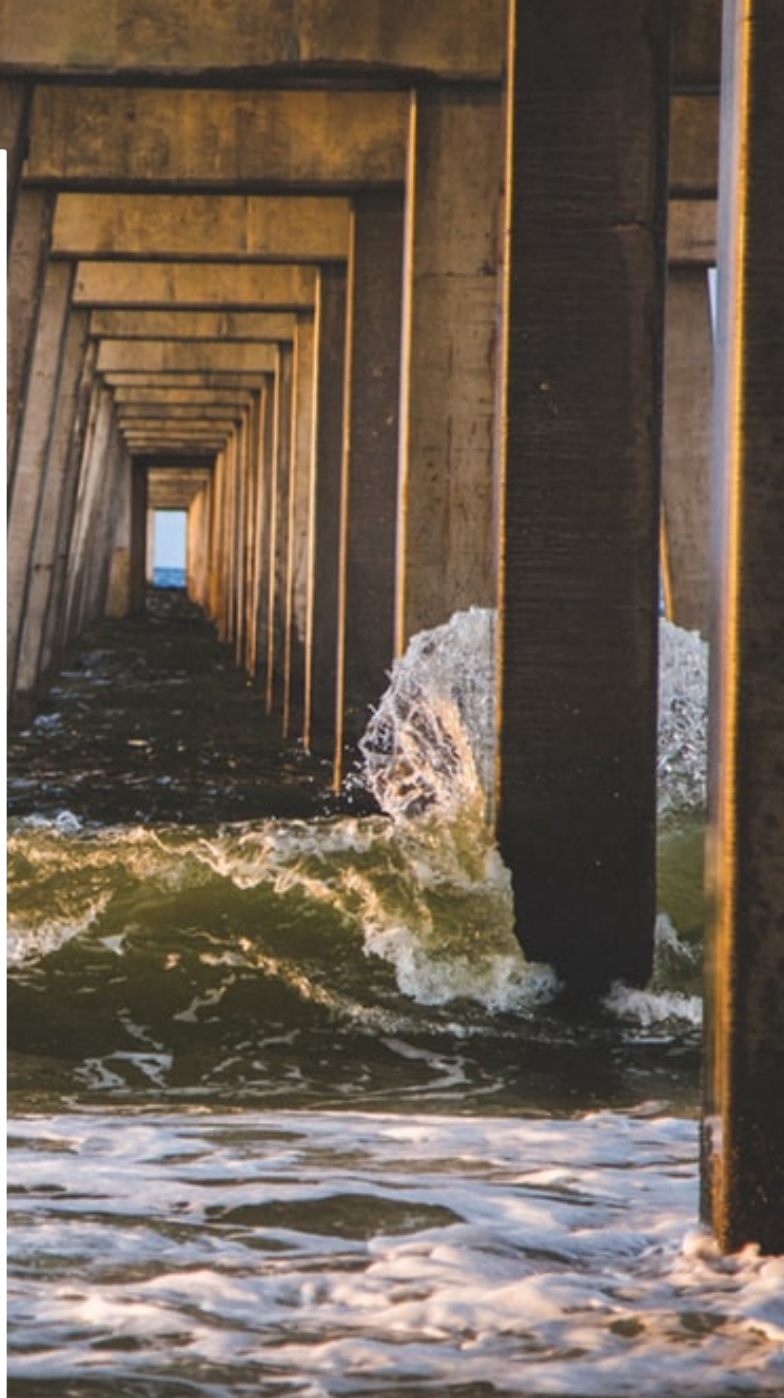


**DEL I: Bildkonst &
matematik**

ÅLDER: 13 – 15

**UPPGIFT 4: POLYHEDRA
OCH PERSPEKTIV**

**SPEL – Sociedade Promotora de
Estabelecimentos de Ensino**



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

Lärarguide

Titel: Polyhedra och perspektiv

Ålder: 13-15

Längd: 90 minuter

Matematiska områden: Polyhedra, Konvex polyhedron, Platoniska kroppar, Hexahedron, Tetrahedron, Octahedron, Icosahedron, Dodecahedron

Konstområden: Linjärt perspektiv, färgperspektiv, gränspunkt

Generella områden: Identifiera och känna igen platoniska fasta former; Analysera olika tekniker för hur konstnärer utvecklade sina färdigheter genom tiden, nämligen genom användning av perspektiv.

Instruktioner och metoder: Låt eleverna se målningarna i stor skala för att få en tydligare uppfattning om perspektiv, antingen genom att projicera målningarna eller genom att få tillgång till internet.

Material: Penna och linjal.

Tips till läraren: Förbered planeringar av de platoniska fasta formerna och dela ut dem till eleverna om de kämpar för att komma över övningar 4 och 5. Genom att kunna ta i en form kommer de att bättre förstå dem.

Mål med lektionen: I slutet av detta verktyg kan eleven:

- Förstå den logiska processen bakom de olika sätten för hur konstnärer utvecklade målningar genom användning av linjära och fågelperspektiv
- veta skillnaden mellan linjärt och fågelperspektiv
- Förstå konceptet bakom en platonisk form och vad som kräver att en polyhedron ska betraktas som en, samt namnge dem.

Utvärdering:

Skriv tre saker som du tycker om med denna uppgift	1. 2. 3.
Skriv två saker som du lärt dig	1. 2.
Skriv en sak som kan förbättras	1.

Inledning

Polyhedra har haft en relation med konst i tusentals år.

Hundratals artefakter som liknar en polyhedra, från den neolitiska perioden (omkring 5000 C.C), hittades i Skottland. Några av dem visas nu i Ashmolean Museum i Oxford.



Fig. 1 – Stenkulesnidade stenar från den neolitiska perioden
(Källa: <https://www.georgehart.com/virtual-polyhedra/neolithic.html>)

Men i antika Grekland var Polyhedra en symbol för djupa filosofiska och religiösa sanningar. Matematikern och filosofen Platon (428 - 347 f.Kr.), gick i sin skriftliga dialog Timaeus (c.360 f.Kr.), så långt som att associera de fem regelbundna, konvexa polyhedrona, till de fyra grundelementen som tros vara grunden för världen - luft, vatten, jord och eld (och universum).

3

Även om Platons teori kan ha verkat mytisk påverkade den många andra filosofer under de följande århundradena, så mycket att dessa fasta ämnen blev kända som platoniska fasta ämnen. Till exempel representerade Johannes Kepler (1571-1630), inspirerad av denna teori, elementen som visas i fig. 2 när han sökte efter en matematisk ordning i världen.



Fig. 2 – Platons association av de platoniska fasta formerna till elementen av Johannes Kepler.
(Källa: <http://thewondersofmathandart.blogspot.com/2012/11/patterns-in-void-platonic-solids-in.html>)

Polyhedra och perspektiv

Linjärt perspektiv

Förhållandet mellan polyhedra och konst nådde sin topp under renässansen (1300-1600), efter att skulptören och arkitekten Filippo Brunelleschi (1377-1446) upptäckte principerna för linjärt perspektiv. Det bestod i en teknik som framgångsrikt skapade en illusion av djup på en plan yta.

Efter att ha publicerat sin metod spreds den över hela Italien och Europa, och andra konstnärer använde den och spetsade till den ännu mer.

Ett bra exempel på en sådan implementering i målningar är Leonardo da Vincis mästerverk "Sista måltiden" (1495-1498) som man kan se på Fig. 3

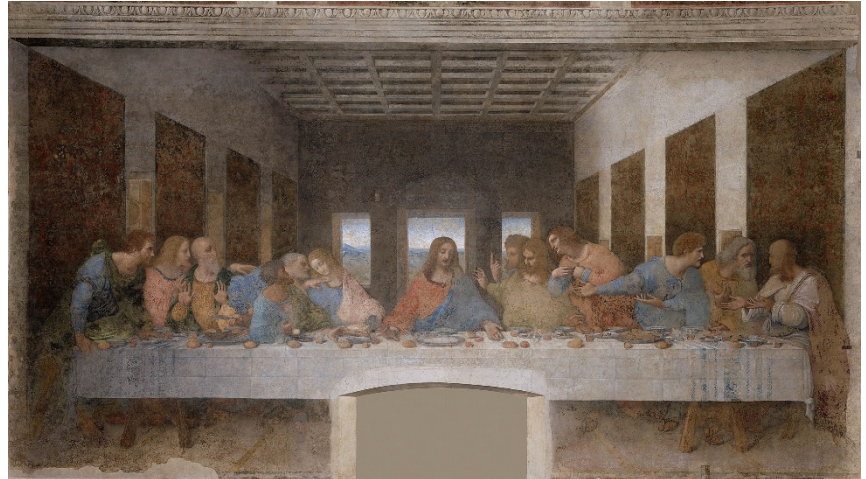


Fig. 3 – Sista måltiden(1495-98), av Leonardo da Vinci
(Källa: https://en.wikipedia.org/wiki/Last_Supper)

Idén med polyhedra och platoniska kroppar blev ännu mer spridd när konstnärer började använda det i sina kompositioner.

Dessa illustrationsformer, med hjälp av principer för linjärt perspektiv, gjorde det enklare att skilja mellan framsidan och baksidan av polyhedrans polygoner, till skillnad från tidigare ritningar där de främre och bakre polygonerna inte kunde urskiljas och/eller blev förvirrande.

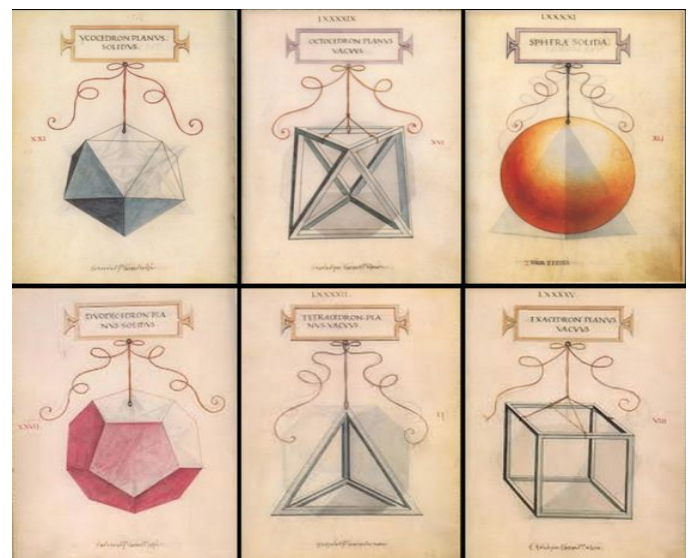


Fig. 4 – Polyhedriska illustration till Luca Paciolis bok "Den gudomliga proportionen" (1509), av Leonardo da Vinci. (Källa: <https://lifethroughamathematicianseyes.wordpress.com/2018/01/24/leonardo-da-vincis-geometric-sketches/>)

I modern tid kan användningen av polyhedra hittas i andra former av konst, såsom design och arkitektur. Se Fig. 5, 6, 7 och 8.

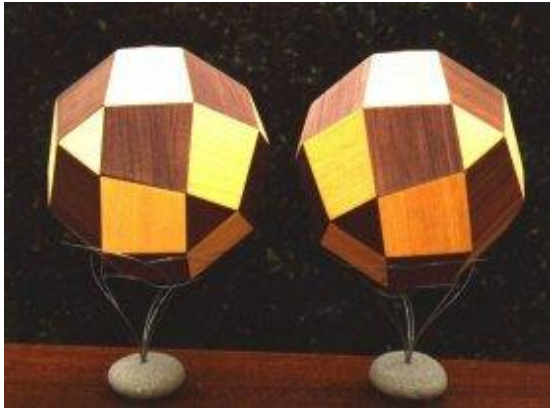


Fig. 5 - "Yin och Yang", av George W. Hart (Källa: <https://www.georgehart.com/sculpture/yin-yang.html>)



Fig. 6 – Dome Auditorium till La Seine Musicale, i Paris (Källa: GraphyArchy [CC BY-SA 4.0 (https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0)])



Fig. 7 – Beboelig Polyhedron, av Manuel Villa (<https://newatlas.com/habitable-polyhedron-pod/22858/#gallery>)



Fig. 7 – Konserthuset i Porto, Portugal (Källa: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Casa-da-musica\(exterior\).1000.jpg#filelinks](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Casa-da-musica(exterior).1000.jpg#filelinks))

Areaperspektiv (färgperspektiv)

Efter det att linjära perspektiv omfamnades och behärskades blev det aktuellt med andra sätt att skapa en illusion av djup. Ett av dem är känt som färgperspektiv, som bygger på regeln att använda mörkare färger och nyanser i förgrunden av en illustration, och ljusare färger i bakgrunden för att på så sätt skapa djup.

Ett bra exempel på användning av färgperspektiv i målningar är de som den romantiska målaren Caspar David Friedrich (1774-1840) gjorde:



Fig. 9 – "Vandrare ovan hav av dimma" (1818), av Caspar David Friedrich (Källa: <https://www.wga.hu/frames-e.html?/html/f/friedric/2/209fried.html>)



Fig. 10 – "Bergigt landskap I sandstensbergen vid Elbe" (1822-23), av Caspar David Friedrich (Källa: <https://digital.belvedere.at/objects/8389/felsenlandschaft-imelbsandsteingebirge>)

Som man kan se används ljusa färger och oskarpa konturer i en avlägsen horisont/bakgrund, medan de mörkare färgerna i förgrunden verkar vara närmare betraktaren. Denna användning av färger på ett så naturligt sätt påverkar betraktarens ögon så att det skapar en illusion av djup.

Ordlista

Areaperspektiv (färgsperspektiv): En teknik som används i visuell konst genom manipulation av färgnyanser för att få en känsla av djup i en tvådimensionell plan yta.

Gränspunkt: En enda punkt i en horisonts sammansättning som används i ett linjärt perspektiv, där alla parallella linjer (ortogonaler) går mot en enda punkt. Vanligtvis finns huvudpersonen i en bild vid den punkten.

Linjärt perspektiv: En teknik som används för att göra en ungefärlig bild av en tredimensionell bild, sett av ögat, på en tvådimensionell yta, genom att använda parallella linjer (ortogonaler) som korsar varandra till en enda punkt i en horisonts sammansättning. Med andra ord, ett försök att skapa en illusion av djup på en plan yta

Renässans: Härstammar från det italienska ordet "Rinascimento". Renässansen representerar en kulturell återfödelse, som markerade en övergång från medeltiden till modernitet. Den började i Florens, Italien och spreds över hela Europa.

Matematiken bakom perspektiven

Filippo Brunelleschi insåg att om det fanns parallella linjer som konvergerar till en enda punkt i en duk, skulle det skapa en illusion av djup. Detta faktum ledde honom till att upptäcka en metod där han inom en målning skulle kunna matematiskt bestämma de rätta proportionerna av ett objekt i skala med verkligheten.

I ett av sitt mest berömda experiment, skissade Filippo Brunelleschi Florens baptistkloster på en duk och gjorde ett enda litet hål i den. Sedan lät han en man hålla den mot det verkliga klostret, med en spegel däremellan. Han frågade sedan mannen vad han såg. Mannen svarade "åh, det är klostret, Signor Filippo!". Brunelleschi hade precis avbildat byggnaden i ett perfekt perspektiv

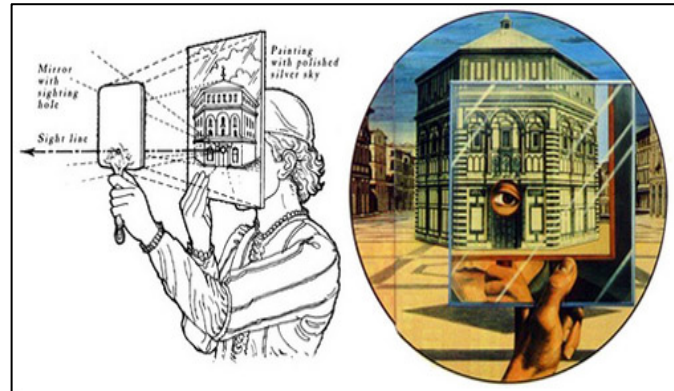


Fig. 11 – Experiment av Filippo Brunelleschi (Källa: <https://lifethroughamathematicianseyes.wordpress.com/2018/01/24/leonardo-da-vincis-geometric-sketches/>)

8

För att få en bättre förståelse, titta på den ursprungliga målningen av "sista måltiden" som visats tidigare i texten och hur den kan delas upp i ett linjärt perspektiv i ett framgångsrikt försök att skapa en illusion av djup: (Fig. 12)

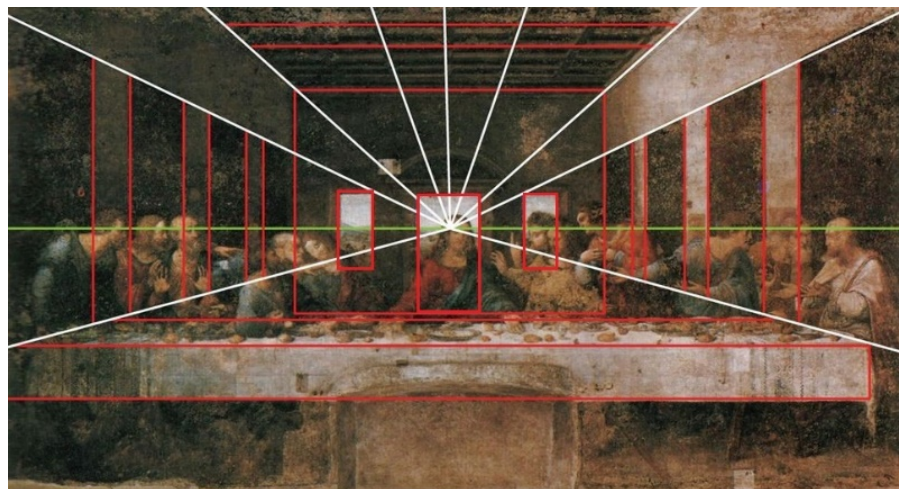


Fig. 12 – Linjärt perspektiv i sista måltiden (1495-98) (Källa: https://en.wikipedia.org/wiki/Last_Supper)

När det gäller färgperspektivet får man helt enkelt dela in duken i "lager" och måla dem ett efter ett.

En perfekt illustration av denna regel kan ses i figur 13. De mörkaste tonerna i målningen är i förgrunden. Men när slätterna går mot horisonten blir färgerna blekare och skapar därmed djup.



Fig.13 – Bild av färgperspektiv

(Källa: [Untitled], <http://spartanartb.blogspot.com/2014/07/8th-grade-color-value-landscapes.html>)

Samtidigt, tillbaka till polyhedra, hade Leonhard Euler (1707-1783) fastställt formeln $V - E + F = 2$, allmänt känd som Eulers formel. Denna formel säger att antalet hörn (V) minus antal kanter (E), plus antalet sidor (F), alltid är lika med två i en konvex polyhedron.

Till exempel har en hexahedron 8 vertikaler, 12 kanter och 6 ansikten. På detta sätt är $V - E + F = 2$ lika med $8 - 12 + 6 = 2$.

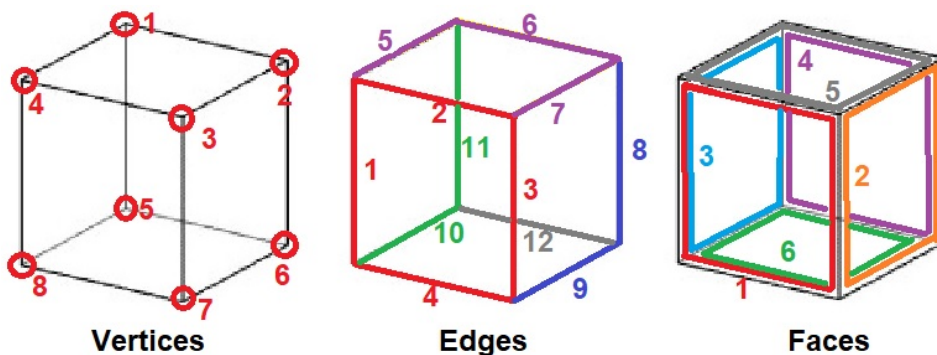


Fig. 14 – Hörn, kanter och sidor i en Hexahedron (Källa: författaren)

UPPGIFTER

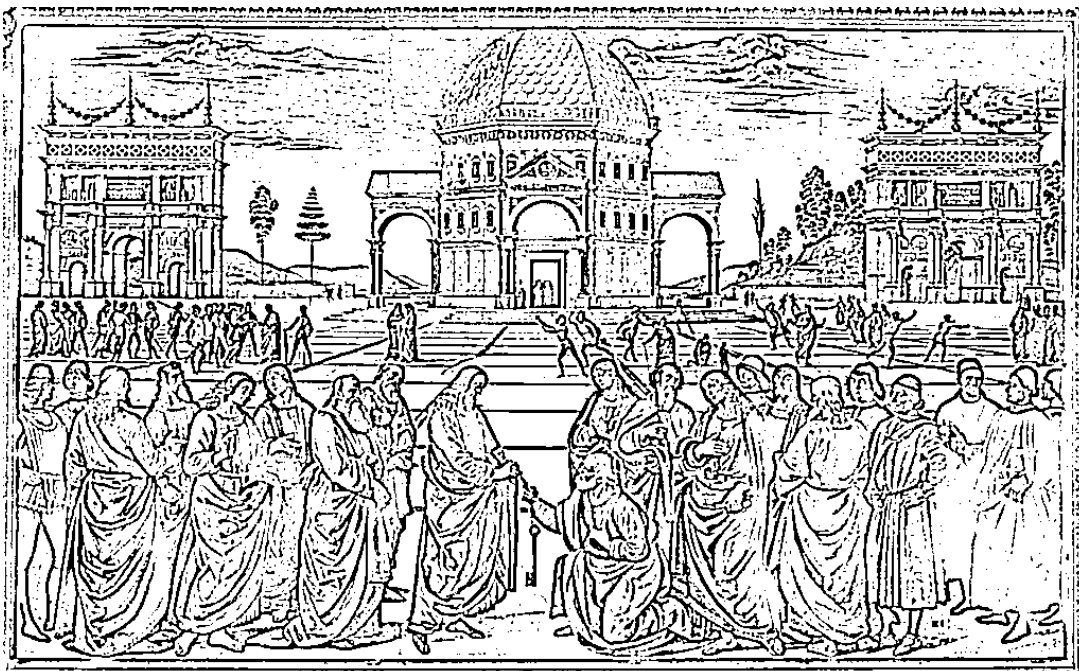
UPPGIFT 1

1. Enligt principen för linjärt perspektiv:

1.1. Kan du upptäcka gränspunkten? Dra ut den I den svartvita versionen.



Fig. 15 – Kristus lämnar nycklarna till Petrus (1481-82), av Pietro Perugino
(Källa: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:PeruginoKeys.jpg>)



1.2. Kan du se det linjära perspektivet i fotot? Markera det i det svartvita fotot.

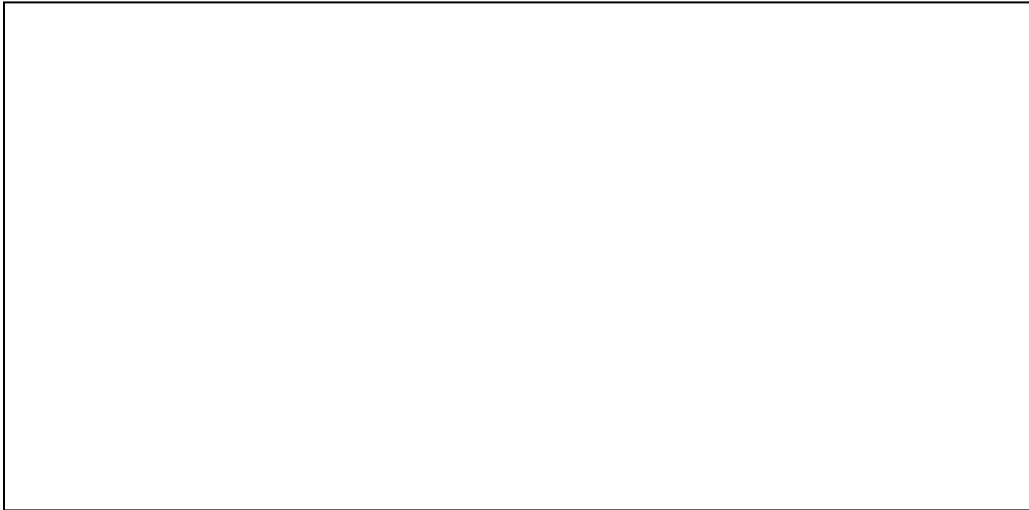


Fig. 17 – Rua 4, Espinho (2019) (Källa: författaren)



Fig. 18 – Rua 4, Espinho (2019) (Källa författaren; redigerad av författaren 2019)

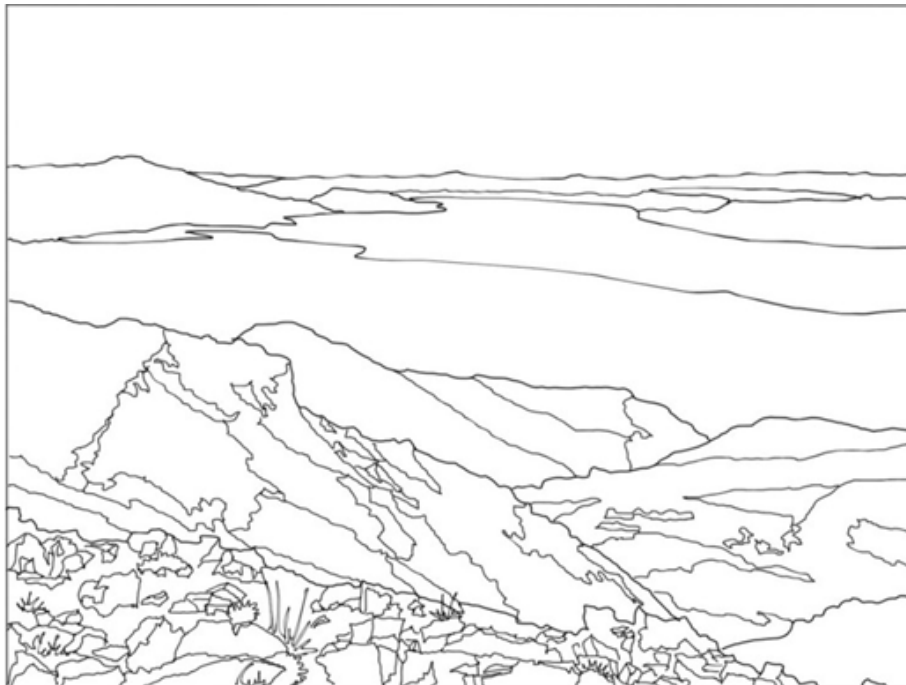
1.3. Rita en horisontlinje och markera din gränspunkt. Efter det, rita tre kuber, var och en sett från ett annat perspektiv. (Tips: objekt som dras över horisonten ses som om du tittar under dem, objekt som dras under horisonten ses som om du tittar över dem)



UPPGIFT 2

Färglägg landskapet i färgperspektiv. (tips: använd mörkare färger i förgrunden, mellantoner i mitten och bakgrunden blekt blå).

12



UPPGIFT 3

Perspektiv i bilder kan skapas med linjärt eller färgperspektiv.

Ange i följande målningar, vilka som använder färgperspektiv, linjärt perspektiv, båda eller inget alls.



Fig. 20 – "Tillkallandet av apostlarna Petrus och Andreas" (1370), av Staatliche Museen (Source: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:15_Lorenzo_Veneziano,_Calling_of_the_Apostles_Peter_and_Andrew,_1370_Staatliche_Museen,_Berlin..jpg)



Fig. 21 – "Mona Lisa" (1503), av Leonardo da Vinci (Source: https://pt.wikipedia.org/wiki/Mona_Lisa)



Fig. 22 – "Den lame botas och Tabitha reses upp" (1424), av [Masolino da Panicale](#) (Source: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Cappella_brancacci,_Guarigione_dello_storpio_e_resurrezione_di_Tabitha_\(restaurato\),_Masolino.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Cappella_brancacci,_Guarigione_dello_storpio_e_resurrezione_di_Tabitha_(restaurato),_Masolino.jpg))



UPPGIFT 4

Givet **Eulers formel** $V - E + F = 2$ (där V = hörn, E = kanter and F = sidor), fyll i följande tabell:

Platonisk kropp	Antal sidor (F)	Antal hörn (V)	Antal kanter (E)	E + 2	F + V
Hexahedron	6	8	12	14	14
Tetrahedron					
Octahedron					
Dodecahedron					
Icosahedron					



UPPGIFT 5

Studera dessa utbredningar:

5.1 Vilken hexahedron motsvarar vilken utbredning?

14

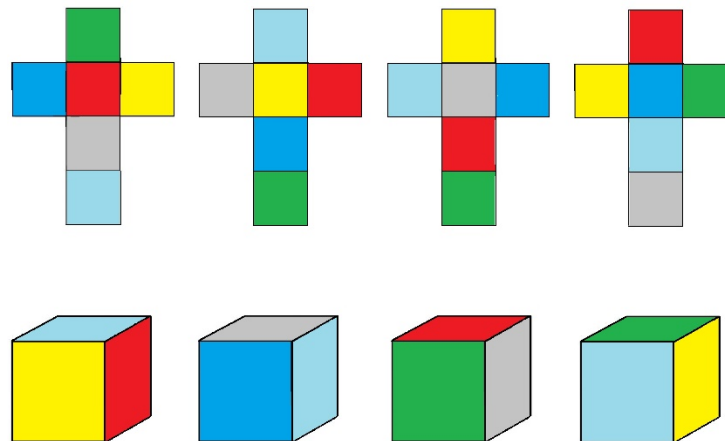


Fig. 23 – Utbredning av kub (Källa: författaren)

5.2 Ringa in utbredningen som motsvarar en platonisk Polyhedron::

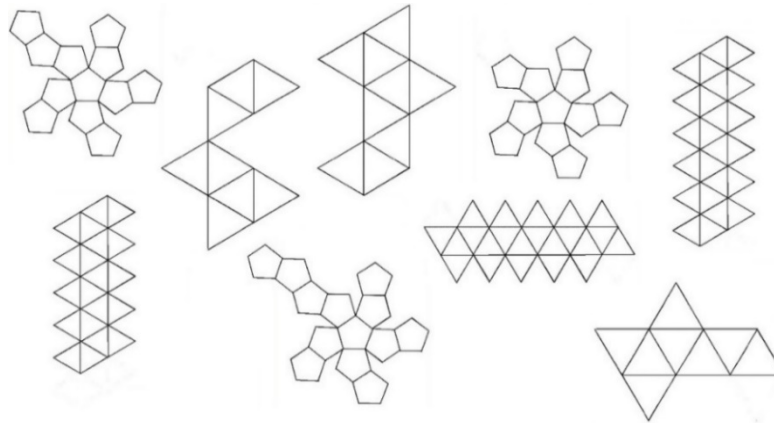


Fig. 24 – Utbredning av polyhedra (Källa: författaren)

LÄR DIG MER...

Historien om polyhedra i Grekland:

<http://web.iyte.edu.tr/~gokhankiper/Polyhedra/Greeks.htm>

Virtuella polyhedra, av George W. Hart:

<http://www.georgehart.com/virtual-polyhedra/vp.html>

Interaktiv video om linjärt perspektiv:

<https://www.khanacademy.org/humanities/renaissance-reformation/early-renaissance1/beginners-renaissance-florence/a/linear-perspective-interactive>

Linjärt perspektiv I målningar genom tiderna

<http://headforart.com/2016/07/01/linear-perspective/>

Att rita polyhedral ur ett perspektiv:

<https://www.studentartguide.com/wp-content/uploads/2015/02/perspective-drawing.pdf>

Leonardo da Vincis Polyhedra

<https://www.georgehart.com/virtual-polyhedra/leonardo.html>

Färgperspektiv

<https://www.exploring-landscape-painting.com/colour-perspective.html>

Eulers polyhedraformel, av Abigail Kirk:

<https://plus.maths.org/content/eulers-polyhedron-formula>