DEL IV: Film & Matematik

ÅLDER: 16-18

UPPGIFT 35: BAYES SATS I "TILLBAKA TILL FRAMTIDEN" AV ROBERT ZEMECKIS

LogoPsyCom

TheArtOfMaths

Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

Lärarguide

Titel: Bayes sats i "Tillbaka till framtiden" av Robert Zemeckis

Ålder: 16-18 år

Längd: 2 timmar

Matematikinnehåll: Sannolikhet, Bayes sats

Konstinnehåll: Filmgenrer, science fiction, futurism, relativitetsteori

Allmänna mål: Att upptäcka de matematiska begreppen i Bayes sats genom att tillämpa dem på filmens innehåll och få en mer praktisk bild av matematik.

Instruktioner: Ge eleverna möjlighet att utforska matematik genom att spela upp en scen och titta på de föreslagna klippen. De kommer att upptäcka de olika matematikbegreppen som behövs för att lära sig sannolikhet.

Resurser: Den här uppgiften innehåller videor och länkar. Ämnen som behandlas här kommer att vara en inspiration för dig att hitta annat material för att variera och anpassa lektioner.

Tips till läraren: Att lära sig genom att göra är mycket effektivt, särskilt för unga elever med inlärningssvårigheter. Förklara alltid vad varje matematikdel ska användas till.

Mål: Efter att ha gjort denna uppgift ska eleven kunna:

- Förstå och använda sannolikhetslära;
- Förstå vad villkorad sannolikhet är;
- Använda Bayes sats.

Utvärdering:

Skriv 3 saker du gillar med denna uppgift:	1. 2. 3.
Skriv 2 saker du lärt dig	1. 2.
Skriv en sak som behöver bli bättre	1.

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Inledning

Att titta på film kan antingen vara en aktiv eller en passiv aktivitet. Filmer kan vara värdefulla resurser för elever. En del filmer har matematik i handlingen som elever ofta inte riktigt fokuserar på, även om de sannolikt kommer att förstå det, eftersom de hörde om det på TV.

Att se karaktärer reflektera över matematiska problem och begrepp gör att tittaren vill förstå dessa begrepp och lösa problemen med dem på samma sätt som de ofta försöker gissa slutet på en film. Här kommer de att lära sig nya saker bara genom att följa karaktärer genom berättelsen.

Därför kan matematik som gömmer sig i filmer vara en bonus eftersom matematik, som ofta blir abstrakt, kan visa sig användbart i verkligheten.

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

“Tillbaka till framtiden” av Robert Zemeckis

Sammanfattning

Bild 1: Filmtitel

Tillbaka till framtiden är en trilogi som börjar med berättelsen om en tonåring, Marty, som av misstag reser i tid och hamnar år 1955. Han träffar sina föräldrar när de var små och hans mor blir förälskad i honom. Han måste då se till att hans föräldrar blir kär i varandra och så småningom får honom. Han får hjälp av en forskare som heter Dr Emmett Lathrope..

Filmtrailer: https://www.youtube.com/watch?v=qvsgGtivCgs

Visste du att några av de tekniska uppfinningarna och funktionerna i vårt nuvarande samhälle som fanns i den andra filmen är ganska nära de som finns nu?

Se följande film av China Uncensored för att se vad de hade rätt med!
https://www.youtube.com/watch?v=mV_Z3Zx0xIs

Du kan också se vad som blev fel i följande video:
https://www.youtube.com/watch?v=xvWEIxdTB6Y

Tillbaka till framtiden är en science fiction-trilogi där vi kan se hur skaparna föreställde sig vår moderna värld när filmen gjordes 1985. Science fiction är en genre som har haft en stor inverkan på samhället eftersom den främjar vetenskaplig och teknisk innovation och nytänkande. Det är besläktat med andra genrer som skräck och fantasy. Tillbaka till framtiden inspirerade en animerad science fiction av Justin Roiland och Dan Harmon för Cartoon Network som du kanske har hört talas om: Rick och Morty. Om du studerar karaktärerna kan du enkelt se likheterna:

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Bild 2: Marty och Dr. Emmett Lathrope i “Tillbaka till framtiden”[1]

Bild 3: Rick och Morty i den tecknade serien “Rick och Morty”[2]

Se den här videon för att lära dig mer om hur science fiction hjälper oss att spå framtiden: https://www.youtube.com/watch?v=paXKoZ1pr5w

Vi vet att tidsresor ofta används i science fiction men hur är det i verkligheten? Skulle det vara möjligt att resa i tid?

Vissa forskare har utarbetat några teorier om detta. Vill du lära dig mer om dem?

Se denna TED-Ed video:

https://www.youtube.com/watch?v=7H3ksmxwpWc

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Ordlista

Futurist: någon som försöker förutspå framtiden.

Kvantmekanik: beskriver världen i den minsta möjliga skalan genom energinivåerna i atomer och subatomära partiklar.

Relativitetsteorin: Albert Einsteins teori var ett genombrott inom områdena fysik och astronomi under 1900-talet och presenterade bland annat tid och rum som en enhet som kallas rymdtid.

Science Fiction: en genre (i konst, litteratur, film osv.) som främjar vetenskaplig och teknologisk utveckling.

Tankesmedja: en organisation som bedriver forskning om vissa frågor som rör politik, samhälle, ekonomi etc.

Tidsdilatation: kommer från relativitetsteorin och är en skillnad i den tid som uppmäts av två observatörer, antingen på grund av en hastighetsskillnad mellan dem, eller på grund av att de är placerade annorlunda i relation till ett gravitationsfält.

[1] https://www.therakyatpost.com/2015/10/21/its-october-21-2015-the-day-marty-mcfly-came-back-to-the-future/
[2] http://popvinylworld.com/new-gamestop-exclusive-rick-and-morty-blips-chips-mystery-box-now-available-for-pre-order/

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Matematiken bakom Tillbaka till framtiden

Sannolikhet

Som du kanske vet kan sannolikhet beräknas med olika formler. Här kommer en snabb påminnelse!

Detta är definitionerna och formlerna man ska komma ihåg::

Sannolikhet används för att få en mer exakt bild av chansen att något ska hända slumpmässigt.

Det är skrivet P (A) och är alltid att mellan 0 och 1.

Kom ihåg: **$0 \leq P(A) \leq 1$**

Två sammanfallande händelser utgör samtliga möjliga utfall: **$P(A_C) + P(A) = 1$**

För att beräkna sannolikheten för två händelser som inträffar samtidigt multiplicerar du deras sannolikheter.

$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

För att beräkna sannolikheten för att en av två händelser händer, summera deras sannolikheter och ta sedan har du sannolikheten för att en av de båda sker.

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Villkorad sannolikhet

Det finns två typer av händelser: oberoende händelser och beroende händelser.

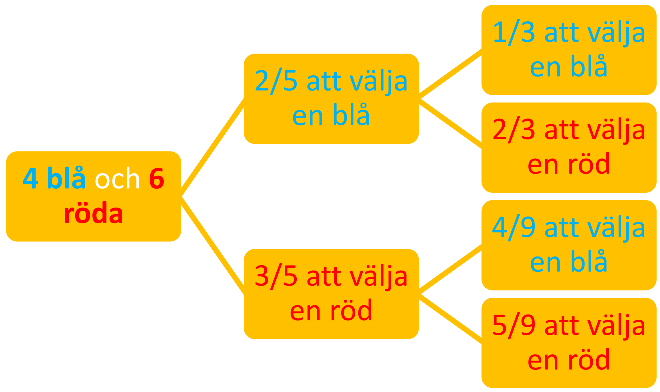
Oberoende händelser är de som inte påverkas av någon annan händelse, såsom att slå en tärning.

Beroende händelser är de som påverkas av någon annan händelse, till exempel när du har en påse godis och tar en röd godis först. Sannolikheten för att plocka en röd godis igen kommer att vara annorlunda andra gången.

Detta kallas **villkorad sannolikhet** och kan visas med ett träddiagram.

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Exempel: om vi har tio godisar och det finns **fyra blå** och **sex röda**:



Så här skrivs detta matematiskt:

- Händelsen A är att vi väljer den **blå** godisen
- Händelsen B är att vi väljer den **röda** godisen

P (A | B) betyder sannolikheten för att A händer med tanke på att B har hänt.

Vi plockade en **röd** godis första gången. Vad är sannolikheten för att få en **blå** godis andra gången?

P(B | A) = $\mathbf{\frac{4}{9}}$

Men hur beräknar vi det utan att använda träddiagrammet?

Med Bayes sats

Bayes sats används för att hitta en villkorad sannolikhet när du redan känner till andra sannolikheter.

Formeln är som följer:

P(A | B) = $\mathbf{\frac{P(A)\,P(B|A)}{P(B)}}$

Där:

P(A | B) är sannolikheten för att A händer med tanke på att B har hänt.

Vi använder filmen för ett annat exempel. Tänk dig att du åkt i tidsmaskinen i DeLoreanen. Det är lika sannolikt att den har skickat dig till 1861, 1955, 1985 eller 2019.

P(1871)=$\mathbf{\frac{1}{4} = 0,25}$

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

P(1955)= $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}} = \mathbf{0,25}$

P(1985)= $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}} = \mathbf{0,25}$

P(2019)= $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}} = \mathbf{0,25}$

Du ser dig omkring och ser ett ånglok! Detta kan bara betyda en sak: du är antagligen inte i 2019!

Vi antar att det bara finns två typer av tåg: **ångdrivna** and **elektriska**.

Vi vet att 1871 var **alla** tåg ångdrivna, vilket betyder att:

P(Ångdrivna | 1871) = 1

1955 fanns det färre ångdrivna tåg.

Med tiden fortsatte de bli färre tills de flesta tåg blev elektriska:

P(Ångdrivna | 1955) = 0,5

P(Ångdrivna | 1985) = 0,05

P(Ångdrivna | 2019) = 0,01

Sannolikheterna har förändrats nu när vi har dessa siffror!

Låt oss beräkna sannolikheten för att vara år 2019 om vi ser ett ångdrivet tåg:

P(2019 | Ångdrivna) = $\frac{\mathbf{P(2019)\ P(Ångdrivna|2019)}}{\mathbf{P(Ångdrivna)}}$

Vi måste fortfarande ta reda på sannolikheten för Ångdrivna för all år!

Vi vet:

- P(2019) = 25% (0.25)
- P(Ångdrivna | 2019) = 1% (0.01)

Vilket betyder att:

- Det är 25% chans att vara 2019, i så fall är det 1% chans att se ett ångdrivet tåg.
- Vi kan också dra slutsatsen att det är 75% chans att vara något annat år.
- Sannolikheten för att se ett ångdrivet tåg under något annat år är:

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

$$\frac{0{,}5+0{,}05+1}{3} = \mathbf{0{,}516}$$, or 51,6%.

P(Ångdrivna) = (0,25 * 0,01) + (0,75 * 0,516) = 0,39

Således,

P(2019 | Ångdrivna) = $\frac{P(2019)\ P(\text{Ångdrivna}|2019)}{P(\text{Ångdrivna})} = \frac{0{,}25 * 0{,}01}{0{,}39} = \frac{0{,}0025}{0{,}39} = \mathbf{0{,}0064}$

P(1985 | Ångdrivna) = $\frac{P(1985)\ P(\text{Ångdrivna}|1985)}{P(\text{Ångdrivna})} = \frac{0{,}25 * 0{,}05}{0{,}39} = \frac{0{,}0125}{0{,}39} = \mathbf{0{,}032}$

P(1955 | Ångdrivna) = $\frac{P(1955)\ P(\text{Ångdrivna}|1955)}{P(\text{Ångdrivna})} = \frac{0{,}25 * 0{,}5}{0{,}39} = \frac{0{,}125}{0{,}39} = \mathbf{0{,}32}$

P(1871 | Ångdrivna) = $\frac{P(1871)\ P(\text{Ångdrivna}|1871)}{P(\text{Ångdrivna})} = \frac{0{,}25 * 1}{0{,}39} = \frac{0{,}25}{0{,}39} = \mathbf{0{,}64}$

Du skulle kunna tro att du har kommit till 1871, eller hur?

Men du ser en förbipasserande dricka en flaska Coca-Cola, som funnits sedan 1886.

Du vet nu att det inte är 1871 men du måste samla in mer information!

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

UPPGIFT

Den här uppgiften hjälper dig att använda filmen för att utveckla dina matematiska färdigheter genom att leka med sannolikheter.

Låt oss fortsätta den föregående övningen för att ta reda på vilket år vi har mer exakt!

När du kommer ut från din DeLorean kör en bil nästan över dig.

Bild 4: Ferrari 328

Så här ser det ut och du vet att:

- Det är en Ferrari 328
- Produktionen startade **1985** och **12%** av befolkningen ägde en.
- **3%** av bilsamlarna kör dem fortfarande 2019

Beräkna P (1985 | Ferrari328) och P (2019 | Ferrari328) baserat på de nya uppgifterna.

Kom ihåg: P (1985) är inte längre 0,25 men 0,032 och P (2019) har blivit 0,0064!

Använd svaren på föregående del av övningen i dina beräkningar.

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

LÄR DIG MER…

TED-Ed-video om hur science-fiction kan förutsäga framtiden:

https://www.youtube.com/watch?v=paXKoZ1pr5w

TED-Ed video om möjligheterna för tidsresor:

https://www.youtube.com/watch?v=7H3ksmxwpWc

Vad som stämde i filmen:

https://www.youtube.com/watch?v=mV_Z3Zx0xls

Vad som blev fel:

https://www.youtube.com/watch?v=xvWEIxdTB6Y

TED-Ed video om sannolikhet:

https://www.youtube.com/watch?v=IAiNqQi30-Y&t=159s

Andra exempel på resonemang som bygger på Bayes sats:

https://fs.blog/2018/09/bayes-theorem/

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.