

DEL I: Bildkonst & Matematik

ÅLDER: 13-15

low-angle photography of renaissance ceiling art
by Jay Lee on Unsplash



UPPGIFT 3: RENÄSSANSKONST OCH GEOMETRI

LogoPsyCom



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

Lärarguide

Titel: Geometri i renässansmålningar och arkitektur

Ålder: 13-15 år

Längd: 2 timmar

Matematikinhåll: Perspektiv, gyllene snittet, gyllene rektangeln, månghörningar

Konstinnehåll: Renässanskonst, linjärt perspektiv, flyktpunkt, förkortning, flygperspektiv, kontaktpunkt, klassiskt och forntida inflytande, pediment

Allmänna mål: Att upptäcka de matematiska begreppen som är dolda i renässanskonsten med hjälp av perspektivtekniker och gyllene snittet.

Instruktioner: Eleverna kommer att utforska både bildkonst och arkitektur, genom att skapa konst eller titta på de föreslagna videor som analyserar kända renässansmålningar. De kommer att lära sig grunden för de nämnda matematikbegreppen.

Resurser: Denna uppgift innehåller bilder och videor. Uppgiftens ämnen kommer att hjälpa dig att hitta annat material för att anpassa och variera dina lektioner.

Tips till läraren: Att lära sig genom att göra är mycket effektivt, särskilt för elever med inlärningsstörningar. Uppmuntra dem att rita/måla med hjälp av de tekniker som lärs ut.

Mål: I slutet av denna uppgift ska eleven:

- Förstå den logiska processen bakom konstnärernas användning av linjära och fågelperspektiv;
- Förstå hur gyllene snittet används i renässanskonst;
- Känna igen ett platonisk kropp och veta vad som utgör en månghörning.

Sammanfattning och utvärdering:

Skriv 3 saker du tyckte om:	1. 2. 3.
Skriv 2 saker du lärt dig:	1. 2.
Skriv en sak som kan bli bättre:	1.

Inledning

Matematik och konst kan verka tillhöra två mycket olika tankesätt, logik respektive kreativitet. Eftersom konst är tänkt att uttrycka känslor och matematik används för att uttrycka fakta och reflektion, skulle man kunna tro att de absolut inte har någon koppling.

Många konstnärer beslutade emellertid att studera matematik i sitt arbete. Den förbättring som geometrisk kunskap kunde ge till konstverk gjorde det till ett ovärderligt teoretiskt instrument i visuell konst. Många konstnärer från renässansen studerade perspektiv, polyhedra och andra matematiska begrepp för att nå en mer livsliknande representation av världen.

Många forskare som studerar konsthistorien har noterat att de två största perioderna i konsthistorien, nämligen renässansen och modern konst, gjordes av konstnärer som konceptualiserade nya geometrier; perspektivgeometri för renässans och flerdimensionell geometri för modern konst.

I den här uppgiften kommer vi att fokusera på renässanskonst, dess påverkan och tillämpningen av matematik i målningar och arkitektur. Vi kommer att diskutera verk av några kända konstnärer och arkitekter som ändrade perspektiv och tankesätt under renässansen.

Renässanskonst

Renässansen är perioden mellan medeltiden och upplysningen. Det går från 1300- till 1600-talet, en tid då konstnärer skulle återvända till antikens klassiska verk för att hitta inspiration. Många kända konstnärer och arkitekter vekade under renässansen. Eftersom de inspirerades av antiken, den historiska perioden från 800-talet f.Kr. till 600-talet e.Kr., tenderar en del av renässansarbeten att förväxlas med antik konst från Grekland och Romarriket.

Perspektivens början

Före 1300-talet skulle konstnärer måla viktiga människor störst och mest betonade. Men denna metod illustrerade inte hur det mänskliga ögat ser saker. Det är därför konstnärer började experimentera med perspektiv, som består av olika linjer och punkter som kan representera det vi ser i 3D på ett tvådimensionellt stöd.

Så här ser det mänskliga ögat saker i perspektiv:

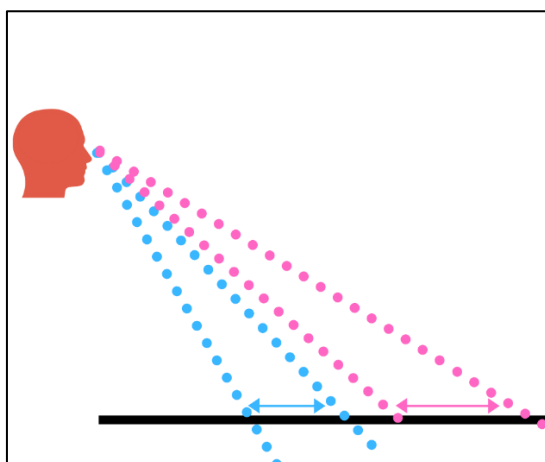


Bild 1: Sidovy av perspektiv

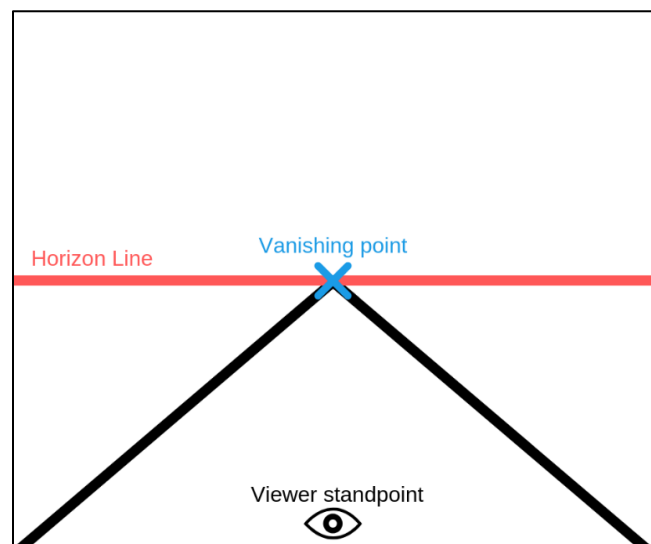


Bild 2: Frontvy av perspektiv

Efter studier av perspektiv började konstnärer använda olika metoder. Tre huvudtyper av perspektiv användes ofta i konstverk: linjärt perspektiv, förkortning och flygperspektiv.

Det **linjära perspektivet** bygger på sammanstrålningen av flera linjer på bilden. Punkten där de möts kallas **flyktpunkt**, som verkar vara det längsta objektet på bilden. Titta på raderna på den andra bilden, de är en bra imitation av de perspektivlinjer som skapas av det mänskliga ögat.



Bild 3: Carlo Crivelli, The Annunciation with Saint Emidius, 1486

Förkortning är förkortning av det första planet för att ge ett intryck av linjärt perspektiv. Här kan du se att benen är mycket korta och överkroppen mycket stor. Detta är för att ge betraktaren ett intryck av perspektiv, som om vi stod vid mannens fötter.



Bild 4: Mantegna Andrea, Dead Christ, 1470-71

Fågel- eller atmosfärperspektiv fokuserar målningens färger. När vi ser något på avstånd verkar det ofta mycket suddigt, färgerna är inte särskilt tydliga. Vissa målare skapade perspektiv genom att göra bakgrunden i målningarna suddigare och mindre kontrasterade än förgrunden. Detta ger oss intrycket av att vi ser de första planen mycket tydligt och att resten är för långt borta för att kunna ses.



Bild 5: Leonardo da Vinci, Virgin of the rocks, 1503 – 1506

Några exempel på perspektiv

Mona Lisa, en av Leonardo da Vincis mest berömda målningar, är också ett exempel på perspektivarbete. Du kan se att färgerna och formerna är suddigare och mer blandade i bakgrunden, medan förgrunden är fylld med detaljer. Detta gör att Mona Lisa sticker ut och ser ännu mer spännande ut för betraktaren. Som ni kommer att se senare innehåller denna målning också den viktiga matematiska figuren i **gyllene rektangeln**.



Bild 6: Leonardo da Vinci, Mona Lisa, 1503-1506

Du känner förmodligen igen namnet Leonardo da Vinci, som redan har nämnts två gånger som ett exempel. Han var en av de mest kända renässansmålarna.

Nästa målning är också hans, men visar hur han studerade perspektiv mycket noggrant innan han började måla.

I "Perspectival study of The Adoration of the magi" kan vi se det arbete han gjorde i perspektiv i målningens bakgrund. I det här fallet ritade han alla linjer som leder till flyktpunkten i bakgrunden.



Bild 7: Perspectival study of The Adoration of the Magi, Leonardo da Vinci, ca.1481

Som ni kan se fokuserade perspektivet bakgrunden i den här målningen, som innehåller många detaljer och därmed använder linjära perspektiv för att visa bakgrundslandskapet, som verkar ligga mycket längre bort i den färdiga målningen.



Bild 8: The Adoration of the Magi, Leonardo da Vinci, ca.1480

Dimensioner och proportioner i renässanskonst

Under renässansen hjälpte studien av några gamla texter konstnärer och arkitekter att utveckla nya tekniker för att bygga upp sina verk med proportion och dimension. Perspektiv var en av dessa tekniker men det fanns många fler.

Michelangelos staty David var ursprungligen tänkt att vara i taket i Florenskatedralen och därmed sedd underifrån, och därför är huvudet och händerna så stora. Detta är också ett exempel på hur renässanskonstnärer lekte med dimensioner och proportioner för att skapa perspektiv och anpassa sig till betraktarens ståndpunkt.



Du kan lära dig mer här:

https://www.youtube.com/watch?v=o9Kum_JjJdk ,



Bild 9: Michelangelo, Davidstaty, 1501

Leonardo da Vinci studerade ständigt naturvetenskap och matematik i sina verk. Proportionerna hos de två männen i da Vinci's Vitruvius är baserade på **gyllene snittet**. Vitruvius-mannen har sagts "kombinera matematik, religion, filosofi, arkitektur och konstnärliga färdigheter för sin tid". Dess proportioner antogs vara de perfekta proportionerna för människokroppen. Mona Lisa (se bild ovan) innehåller också några gyllene rektanglar.



Se följande video för att se hur det gyllene snittet används i denna målning:

<https://www.youtube.com/watch?v=gQ5a-RcLBuk>.

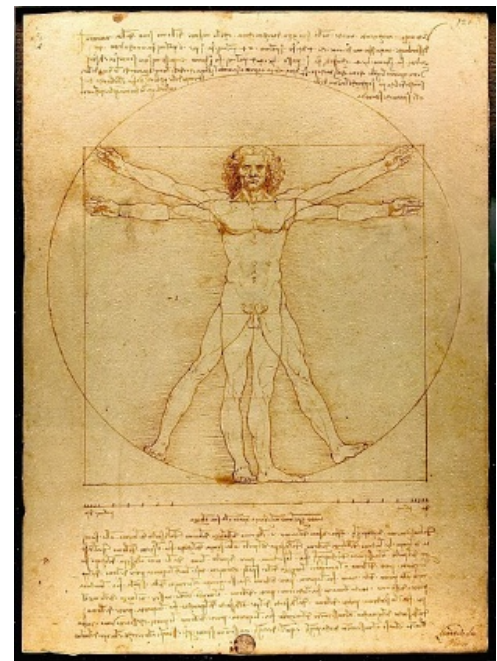


Bild 10: Leonardo da Vinci, The Vitruvian man, 1490

Leon Battista Alberti designade delar av fasaden på Santa Maria Novella, i Florens. Han påverkades av klassicismen och ville följa mönstren och de perfekta dimensionerna från antiken. Kyrkan han var tvungen att arbeta på var gotisk, vilket gjorde hans arbete ännu svårare. Resultatet var en blandad fasad som visade spår av både gotisk och klassisk påverkan. Den visar samma geometriska mönster och strategier som beskrivs ovan för att göra dess struktur mer ordnad, med kolumner för att definiera byggnadens kanter och fick inspiration från grekiska tempel med **pedimentet** på toppen av fasaden.



Bild 11: Leon Battista Alberti, Santa Maria Novella, 1470

Polyhedra i renässanskonst

Polyhedra är geometriska former som vi kan hitta i renässanskonst. Några av dem är välkända och kallas "platoniska kroppar" eftersom konstnärer från renässansen hittade inspiration i Platons texter. Platon tilldelade en polyhedron till vart och ett av elementen. Tetrahedronen till elden, Icosahedron till vatten, Octahedronen till luften, kuben till jorden och Dodekahedronen "Quinta Essentia" (universumet). Du lär dig mer i den matematiska delen av uppgiften, men du kan redan märka att dessa fasta kroppar är gjorda av en kombination av olika former som trianglar och kvadrater.



Bild 12: Plato's Association of the Platonic Solids to the elements, by Johannes Kepler



Bild 13: Uccello's Untitled mosaic, 1425

Paolo Uccellos Untitled-mosaik i Markusbasilikan, i Venedig (1425 - 1430), är ett exempel på renässansanvändningen av polyhedra i konstverk. Du kan se att han ritade olika fasta kroppar i denna mosaik, en av dem visar en mycket komplex polyeder som kan sönderdelas i flera delar. Användningen av polyeder i detta fall låter konstnären ge oss en illusion av djup och tredje dimension.

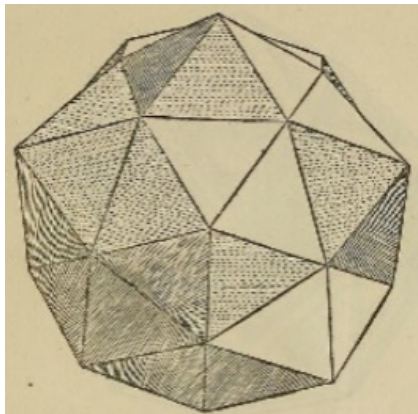


Bild 14: Leonardo da Vinci's illustration in "De Divina Proportione", 1509

Leonardo da Vinci studerade också polyhedra och ritade illustrationen av en bok som heter "De Divina Proportione" (Om gudomliga proportioner). Du kan se exemplet till vänster som ett av de fall han studerade. Han använde perspektiv för att rita de olika formerna och kombinerade dem för att göra en kropp. Återigen skapar denna teknik en illusion av djup. Vi får intrycket av att om vi kunde röra formen, skulle vi kunna vända den och se alla sidor i tre dimensioner.

I forntida arkitektur är de tydligaste exemplen på polyhedra de egyptiska pyramiderna.



Bild 15: Pyramids of Giza, Egypt

Under renässansen användes dock polyhedra mestadels inom konst och det är inte förrän i modern tid som arkitekter verkligen började utforska de möjligheter dessa erbjuder i sina byggnader.

Ordlista

Flyktpunkt: i en målning är flyktpunkten sammanstrålingen av perspektivlinjerna, vilket skapar en illusion av en tredimensionell målning.

Fokuspunkt: det föremål som betonas för att uppmärksamma betraktarna.

Förkortning: tekniken som förkortar ett föremål i förgrunden för att skapa en illusion av perspektiv.

Gotisk: en typ av arkitektur som var mycket vanlig i Europa från 1100- till 1500-talet. Ett känt exempel är Notre Dame-katedralen i Paris. Du kan lära dig mer om det i uppgiften om gotisk konst.

Linjärt perspektiv: tekniken som använder linjer och en flyktpunkt för att skapa perspektiv.

Luftperspektiv: tekniken som gör bakgrundsföremålen oskarpa för att skapa en illusion av avstånd och betona förgrundsföremålen.

Pediment: är det triangulära element som ofta finns på tempel i forntida arkitektur.

Matematiken bakom renässanskonst

Gyllene talet:

Det gyllene talet är ett unikt tal i matematik. Det är ungefär 1,618 och används ofta inom konst och arkitektur. Vi använder den grekiska bokstaven ϕ (phi) för att beteckna det.

Det gyllene snittet är användningen av detta nummer inom olika discipliner. Föreställ dig att vi skär en linje i två olika delar: **a** och **b**. När vi använder det gyllene snittet är förhållandet mellan hela längden dividerad med den långa delen lika med den långa delen dividerad med den korta.

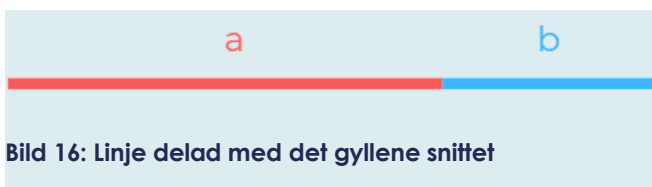


Bild 16: Linje delad med det gyllene snittet

Kom ihåg denna formel:

$$\phi = \frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = 1,618$$

Det gyllene snittet kan sedan appliceras på en rektangel, kallat **den gyllene rektangeln**. Eftersom detta sågs som den mest perfekta formen, använde många renässanskonstnärer och arkitekter den i sitt arbete.

Som vi har gjort med linjen ab , delar vi upp en **rektangel AB** i två olika delar: en **kvadrat A** och en **rektangel B** där:

- alla sidor på kvadrat A har en längd på **a**;
- långsidan av rektangeln B har en längd på **a**;
- kortsidorna på rektangeln B en längd på **b**.

Studera denna bild:

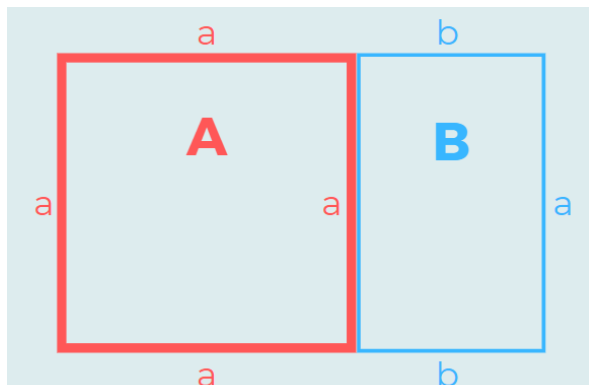


Bild 17: Rektangel delad med gyllene snittet

För att skapa den perfekta rektangeln kommer vi att använda samma formel. Föreställ dig till exempel att fyrkanten **A** är 2 cm x 2 cm. Om vi vill hitta sidan **b**:

- Vi vet att $\frac{a}{b} = 1,618$
- Och att $a = 2$
- Vi kan säga att $\frac{2}{b} = 1,618$
- Och att $2 = b * 1,618$

➤ Om vi löser ut b, får vi: $b = \frac{2}{1,618}$

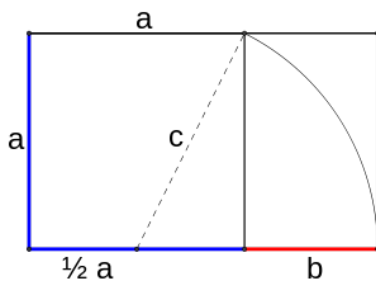
➤ Så, $b = 1,236$

Vi kollar med bägge formlerna:

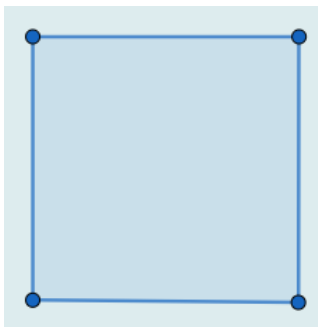
➤ $\frac{2 + 1,236}{2} = 1,618$

➤ $\frac{2}{1,236} = 1,618$

Man kan också använda en passare och linjal för att rita den gyllene rektangeln:



1. Sätt din passarspets i mitten av undersidan: $\frac{1}{2} a$
2. Öppna din passare så att den når motsatt hörn
3. Rita en kurva från förlängningen av undersidan till dess motsatta hörn
4. Rita rektangeln B från början av kurvan till förlängningen av topp- och undersidan av kvadrat A



Polyhedra

En polyhedron är en fast kropp gjord av plana ytor som kallas polygoner. Dessa ytor kan inte vara rundade eller böjda.

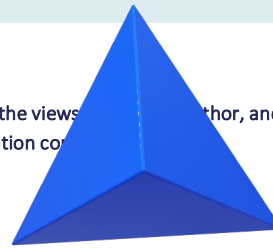
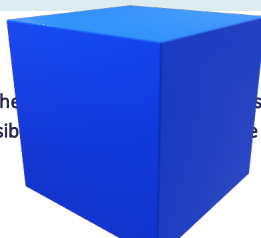
För att kontrollera om en fast kropp är en konvex polyhedron kan du använda **Eulers polyhedraformel**:

$$F + V - E = 2$$

där **F** är antalet **sidor**, **V** antalet **hörn** och **E** är antalet **kanter**.

Några exempel:

	Kub	Tetrahedron
F	6	4
V	8	4
E	12	6
F + V - E = 2	$6 + 8 - 12 = 2$	$4 + 4 - 6 = 2$



UPPGIFTER

Dessa uppgifter gör det möjligt för dig att förstå hur perspektiv, gyllene snittet och polyhedra användes i renässanskonst.

17

A) Perspektivlinjer

- Rita perspektivlinjerna i den andra bilden nedan
- Rita flyktpunkten i sammanstrålningen av perspektivlinjerna.

Titta hur vi har gjort i Piero della Francesca's "The ideal city":



Bild 16: Piero della Francesca, The ideal city, 1470



Bild 17: Leonardo da Vinci, The last supper, 1495

B) Lös ett matematikproblem om arkitektur med gyllene snittet



Bild 18: Parthenon, Grekland, 500-talet FVT

Ser du detta tempel? Det kallas Parthenon, ett forntida grekiskt tempel med perfekta dimensioner från gyllene snittet. Det har varit inspiration för många arkitekter från renässansen.

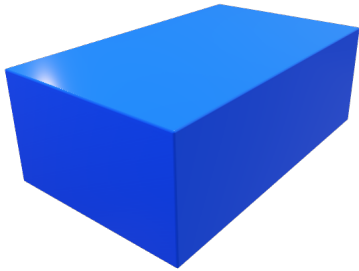
Vi ritat ett tempel med formeln.

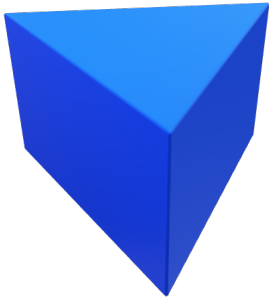
- **Kvadraten A har sidan 2,7 cm.**
- Beräkna **sidan b** i rektangeln.
- Använd **passarmetoden** du precis lärt dig.
- Dekorera din gyllene rektangel med renässansdetaljer (kolumner, ett pediment etc.).

Du kan också använda det grafiska verktyget **GeoGebra** online för att rita formerna mer exakt om du vill!

C) Är följande former konvexa polyedror?:







LÄR DIG MER...

Renässansens historia:

https://www.youtube.com/watch?v=Vufba_ZcoR0

Analys av Michelangelos Davidstaty:

https://www.youtube.com/watch?v=o9Kum_Jjkd

Leonardo da Vincis Vitruvius:

<https://www.youtube.com/watch?v=gQ5a-RcLBuk> (Leonardo da Vinci's Vitruvius)

Leonardo da Vincis Vitruvius:

<https://www.youtube.com/watch?v=aMsaFP3kggQ>

Animerade exempel på Polyhedror:

<https://www.mathsisfun.com/geometry/polyhedron-models.html?m=Tetrahedron>

En beskrivning av Albertis Santa Maria Novella:

<https://www.khanacademy.org/humanities/renaissance-reformation/early-renaissance1/sculpture-architecture-florence/v/alberti-santa-maria-novella>