

## DEL III: Teater & Matematik

ÅLDER: 13-15

---

### UPPGIFT 29: GEOMETRI GENOM EUKLIDES ELEMENTA

---

C.I.P. Citizens In Power



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union

## Lärarguide

**Titel:** Geometri genom Euklides Elementa

**Ålder:** 13-15 år

**Längd:** 2 timmar

**Matematikinnehåll:** Matematiska element, sats, rak linje, matematisk poäng

**Konstinnehåll:** Dramatik.

**Allmänna mål:** Matematiskt kommer eleverna att bekanta sig med geometriens fader Euklides och hans arbeten och därmed bekanta sig med några av de matematiska begreppen han hanterade. Vad gäller litteratur, kommer eleverna att möta några begrepp från den klassiska eran och där mestadels den historiska perioden som utgörs av de första skrifterna samt ett annat historiskt inslag som är Hypatia.

**Instruktioner:** Läraren är regissör. Eftersom begreppen "Matematiska element, teorem, rak linje" redan är kända, kan denna uppgift friska upp deras minne och förbättra kunskaperna. För att spela pjäsen bör klassen delas in i grupper om sex, eftersom det är rollerna i pjäsen. Tre har en huvudroll och tre bara en biroll, så detta är lämpligt även för blyga elever eller de som inte är så villiga att delta. Uppspelningen kan göras i form av en tävling mellan grupper och det vinnande laget kan få en belöning.

**Resurser:** Denna uppgift innehåller bilder och filmer, referenser och extra material som kan användas i klassrummet.

**Tips till läraren:** Det finns utrymme att anpassa utefter lektionslängd och elevernas ålder. I uppgifterna får du flera alternativ, till exempel att ge eleverna information om Euklides och hans 'element' i förväg eller be eleverna att hämta informationen själva. Det finns också ett annat alternativ till att be eleverna lära sig manuset utan att bara läsa snabbt i sina grupper och sedan presentera det. Det är också upp till läraren hur "tävlingen" och röstningen blir och om det kommer att bli någon belöning.

**Mål:** Studenter ska lära sig att:

- öppna upp sig och vara frimodiga genom att agera,
- förbättra sin memorering under repetitionen och
- lära sig grundläggande matematiska termer;



- beskriva historiska drag,
- komma ihåg grundläggande matematiska termer som teorem,
- bekanta sig med geometri,
- bekanta sig med terminologin för den raka linjen före och efter Euklides inflytande.

**Utvärdering:** Dessa kort som ibland kallas EXIT CARDS kan användas. Antingen i pappersform eller helt enkelt genom att publicera dem digitalt. Eleverna skriver sina svar på ett papper som de helst lämnar anonymt när de lämnar lektionen. Denna specifika formativa strategi kallas 3,2,1. För fler strategier kan du besöka:

<https://www.bhamcityschools.org/cms/lib/AL01001646/Centricity/Domain/131/70%20Formative%20Assessments.pdf>

Skriv 3 saker du gillar med denna uppgift:	1. 2. 3.
Skriv 2 saker du lärt dig	1. 2.
Skriv en sak som behöver bli bättre	1.

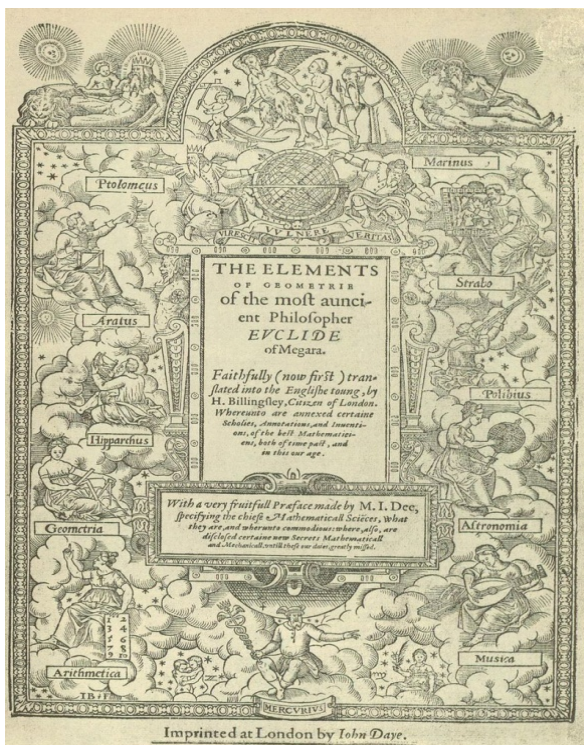
## Inledning

Matematik finns i flera konstformer, t.ex. litteratur, film och drama. I drama är dess närvaro anmärkningsvärd i dramatiska texter och dramatiserade dialoger. Lärande genom att agera har visat sig vara mycket effektivt, speciellt för unga elever med lägre uppmärksamhetsområde och inlärningssvårigheter. Det är också ett bra sätt att skapa en positiv inställning till matematik. När den används korrekt kan det förbättra elevernas uppmärksamhetsförmåga, utveckla grupplärande och öka deltagandet i hela klassen.

Oavsett om dessa dramatiska texter har gjorts speciellt för skoluppsättningar eller är klassiska teaterstycken, kan de vara gynnsamma för elever som ett alternativt och roligt sätt att lära sig. Nyligen har ett europeiskt projekt, MATHeatre som syftar till att uppmuntra eleverna att stimulera sin fantasi och uttrycka matematiska idéer med hjälp av dramatiska färdigheter, funnit att det finns flera fördelar med att dramatisera i ett matematiskt sammanhang. Det visade sig att genom en teateraktivitet med ett matematiskt innehåll kan eleverna inte bara bekanta sig och i slutändan lära sig matematiska begrepp. Det finns även andra fördelar med denna strategi som att förbättra deras självkänsla, lära sig att samarbeta, träna tal och förbättra uppmärksamhet, koncentration och att lyssna på varandra. Mer specifikt kan en dramatisk handling användas för att upptäcka ett nytt koncept eller återupptäcka ett nytt koncept. Här kommer det att användas efter att ha studerat konceptet efter teorin och övningarna.

## Litterärt anslag

Sedan antiken har stora matematiker använt offentligt tal för att kommunicera sina kunskaper till allmänheten. En av dem, Euklides från Alexandria, en grekisk matematiker (300 f.Kr.), anses vara grundare eller far till geometri. Hans 'Elementa' är ett av de mest inflytelserika verken i matematikens historia och fungerar som den huvudsakliga läroboken för matematikundervisning (särskilt geometri) från dess att den skrevs till slutet av 1800-talet eller början av 1900-talet. 'Elementa' är en matematisk avhandling som består av 13 böcker. Här härledde Euklides teorierna om det som nu kallas euklidisk geometri från en liten uppsättning grundregler.



**Bild 1:** Elementa, en serie med 13 böcker skriven av Euklides <sup>1</sup>



**Bild 2:** Staty av Euklides från 1800-talet av Joseph Durham på naturhistoriska universitetsmuséet i Oxford <sup>2</sup>

<sup>1</sup> (Hämtad från:

<https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A3%CF%84%CE%BF%CE%B9%CF%87%CE%B5%CE%AF%CE%B1>)

<sup>2</sup> (Hämtad från: <https://en.wikipedia.org/wiki/Euclid>)

Euklides Elementa är det överlägset mest berömda matematiska arbetet från den klassiska antiken och kallas även världens äldsta kontinuerligt använda lärobok i matematik. Lite är känt om författaren, utöver det faktum att han bodde i Alexandria omkring 300 f.Kr. Bokens huvudämnen är geometri, proportion och talteori. De flesta teorem som skrevs fram i Elementa upptäcktes inte av Euklides själv, utan var arbeten av tidigare grekiska matematiker som Pythagoras (och hans skola), Hippokrates från Kios, Aetius från Aten och Eudoxus från Knidos. Emellertid anses Euklides för det mesta ha ordnat dessa teorem på ett logiskt sätt, för att visa (visserligen inte alltid med den stringens som modern matematik kräver) att de nödvändigtvis följer av fem enkla axiomer. Euklides anses också ha tagit fram ett antal särskilt geniala bevis på tidigare upptäckta teorem: t.ex. sats 48 i bok 1. De geometriska konstruktionerna som används i Elementa är begränsade till de som kan uppnås med hjälp av en rak linjal och en passare. Empiriska bevis med hjälp av mätning är strängt förbjudna: det vill säga varje jämförelse av två storlekar är begränsad till att säga att storleken antingen är lika, eller att den ena är större än den andra.

Elementa består av tretton böcker:

**Bok 1** beskriver de grundläggande idéerna om plangeometri, inklusive de tre fallen där trianglar är kongruenta, olika teorem som involverar parallella linjer, teorem om summan av vinklarna i en triangel och Pythagoras teorem.

**Bok 2** sägs för det mesta handla om "geometrisk algebra", eftersom de flesta av teorem som finns i den har enkla algebraiska tolkningar.

**Bok 3** undersöker cirklar och deras egenskaper och innehåller teorier om tangenter och inskrivna vinklar.

**Bok 4** handlar om regelbundna polygoner inskrivna i och omskrivna runt cirklar.

**Bok 5** utvecklar teorin om proportioner.

**Bok 6** tillämpar teorin om proportioner på plangeometri och innehåller teorem om liknande figurer.

**Bok 7** behandlar elementär talteori: t.ex. primtal, minsta gemensamma nämnare etc.

**Bok 8** handlar om geometriska serier.

**Bok 9** innehåller olika tillämpningar av resultaten i de två föregående böckerna och innehåller teorem om oändligheten i primtal och summan av en geometrisk serie.

**Bok 10** försöker klassificera oförstörbara (dvs irrationella) storheter med den så kallade "utmattningsmetoden", en gammal föregångare till integration.

**Bok 11** behandlar de grundläggande idéerna om tredimensionell geometri.

**Bok 12** beräknar de relativa volymerna av koner, pyramider, cylindrar och sfärer med användning av utmattningsmetoden. Till sist,

**Bok 13** undersöker de fem så kallade platoniska kropparna.

Denna utgåva av Euklides Elementa innehåller den slutgiltiga grekiska texten - d.v.s., redigerad av J.L. Heiberg (1883–1885) - följd av en modern engelsk översättning samt ett grekisk-engelskt lexikon. Varken de falska böckerna 14 och 15 eller den omfattande vetenskap som har lagts till Elementa under århundradena ingår.

(Översättning hämtad från: <http://farside.ph.utexas.edu/Books/Euclid/Elements.pdf>).

7

## Ordlista

**Euklides:** Euklides är den svenska versionen av det grekiska namnet Εὐκλείδης, som betyder "känd, härlig"

**Elementa:** är en avhandling i matematik bestående av 13 böcker som tillskrivs den antika grekiska matematikern Euklides av Alexandria, Egypten c. 300 f.v.t. Det är en samling definitioner, antaganden, förslag (teorem och konstruktioner) och matematiska bevis för förslagen. Böckerna täcker euklidisk geometri i två och tre dimensioner, elementär talteori och oförstörbara linjer. Elementa är den äldsta storskaliga deduktiva behandlingen av matematik. Det har visat sig vara avgörande för utvecklingen av logik och modern vetenskap, och dess logiska stringens överträffades inte förrän på 1800-talet.

**Hypatia** (född ca 350–370; död 415 e.v.t.) var en hellenistisk, neoplatonistisk, filosof, astronom och matematiker, som bodde i Alexandria, Egypten, då en del av det östra romerska riket. Hon var en framstående tänkare vid den nyplatoniska skolan i Alexandria där hon undervisade i filosofi och astronomi. Hon är den första kvinnliga matematikern vars liv är någorlunda dokumenterat.

**Milan Kundera:** Född 1 april 1929. Han är en tjeckisk-född fransk författare som gick i exil i Frankrike 1975 och blev naturaliserad fransk medborgare 1981. Han "ser sig själv som en fransk författare och insisterar på att hans arbete bör studeras som fransk litteratur och klassificeras som sådana i bokaffärer "

 **Texten**

Översatt från grekiska av projektteamet. Författaren till pjäsen "Euklides barn" är Elias Konstantopoulos, fragmentet är en anpassning gjord av Elias Kerasides för en skolpjäs 2000-2001 hämtad från:

[http://www.hdml.gr/pdfs/conferences/222.pdf?fbclid=IwAR2Duj3A-JIESVpSAvmpDIM768JCTZMRTeDuB55r1\\_FVRqgVPsJ6ES3N3Y](http://www.hdml.gr/pdfs/conferences/222.pdf?fbclid=IwAR2Duj3A-JIESVpSAvmpDIM768JCTZMRTeDuB55r1_FVRqgVPsJ6ES3N3Y) .



Euklides:	Jag är Euklides. Jag föddes 330 f.Kr. och jag lever fortfarande. Jag har levt med min linjal och passare. Jag anser att med denna passare skall jag bara göra raka linjer medan vissa lärare använder den för att slå elever ... Men det har förändrats eftersom min bara gjorde cirklar, den användes inte för att mäta raka sträckor. Men strunt i det, det finns värre saker i världen.
Rösten:	Vi vill se ditt CV.
Euklides:	Varför? Ska ni anställa mig? Hur som helst. Jag föddes i Alexandria, jag studerade i Aten och sedan återvände jag till Alexandria, som chef på museet när Ptolemaios var kung. Där skrev jag Elementa.
Rösten:	Vilket Museum?
Euklides:	Universitetet i Alexandria. Tillsammans med biblioteket var det i många århundraden hela världens centrum.
Rösten:	Och vad är Elementa?
Euklides:	Elementen är mina barn. Jag blev välsignad av Gud och fick 13, alla har inte mitt blod. Vissa är adopterade, men för mig är alla älskade och naturligtvis underbara.
Rösten:	Så före dig fanns det ingen geometri? Varför skrev du inte geometrins historia?
Euklides:	Jag kunde inte. Men jag ska göra det snart.
Rösten:	Vad har du skrivit då?
Euklides:	Sammantaget är det 131 definitioner och 465 påståenden. Låt oss börja med min första bok.
Hypatia:	Jag inkluderar 23 definitioner, 5 antaganden och 5 vanliga uppfattningar och 48 förslag.
Euklides:	Ta det lite långsammare. Inte för mycket information på en gång, du skrämmer dem.
Rösten:	Hypatia? Varför kallar du den så? Vem var Hypatia?
Euklides:	Antikens första och enda kvinnliga matematiker. Detta är ett av mina riktiga barn, eftersom inte bara levde efter mig dessutom räddade

	hennes far, Theonas, min Elementa. Den version du har kommer från honom.
Hypatia:	Jag är förvirrad nu. Är jag ditt barn eller Theonas?
Euklides:	Du är mitt andliga barn
Rösten:	OK, sluta bråka. Vi går vidare. Definitioner, ok, vi kan föreställa oss vad de handlar om, men hur är det med antaganden?
Hypatia:	Ja, definitionerna handlar om geometriska former till exempel den räta linjen, triangelns hörn, triangeln i cirkeln.
Euklides:	Så berätta definitionen av den räta linjen.
Hypatia:	Den räta linjen är den som är rakt utsträckt mellan sina punkter.
Rösten:	Smart men verkar inte riktigt rätt.
Euklides:	Tja, om du inte gillar min definition kan du ge mig en egen?
Rösten:	Flygplanets omloppsbanan ...
En andra röst:	En ljusstråle...
En tredje röst:	Den snabbaste vägen....
En fjärde röst:	Tankar som svävar iväg...
Euklides:	Alla era tankar tyngs av allvar. Mina är fria. Som Varats olidliga lätthet
Rösten:	Jag förstår att du har läst Kundera, men berätta, vad är en rak linje?
Euklides:	"Breddlös längd" som " ligger längs med punkterna av sig själv"; och jag vet vad du ska fråga nu. Vad är en punkt? Du tror att dessa föreställningar inte kan definieras, men definitioner hjälper oss att förstå dem bättre.
Rösten:	Men hur kan vi skapa en linje med vissa dimensioner från en plats utan några dimensioner, hur kan någon från något "oändligt litet" komma till något "oändligt stort"?



Hypatia:	Punkten är inte det viktiga. Inte heller att linjen måste vara något materiellt. Linjen i geometri finns bara i våra sinnen, det vi ritar är enbart dess skugga.
Rösten:	Du övertygade oss nästan om definitionerna, men hur är det med antagandena?
Hypatia:	Antaganden är första idén om ett visst fenomen, i vårt fall geometri.

# Matematiken i pjäsen

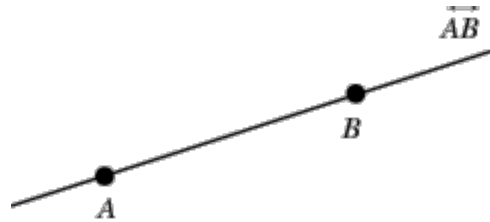
## Ordlista

**Geometri:** den del av matematiken som handlar om figurers storlek, form och relativa position, eller studien av linjer, vinklar, former och deras egenskaper.

**Linje:** En linje är en rak endimensionell figur utan tjocklek som sträcker ut sig oändligt i båda riktningarna. En linje kallas ibland en rak linje eller, lite äldre, en rät linje (Casey 1893), för att understryka att den inte har någon "vridning" någonstans längs sin längd. Även om linjer i själva verket är endimensionella objekt, kan de vara inbäddade i högre dimensionella utrymmen. Harary (1994) kallade en kant på en graf för en "linje."

**Postulat:** Ett uttalande, även känt som ett axiom, som anses vara sant utan bevis. Postulater är den grundläggande strukturen från vilken teorem härleds. Hela den euklidiska geometri är till exempel baserad på fem postulat kända som Euklides postulat.

**Teorem:** I matematik är ett teorem ett uttalande som har bevisats med hjälp av tidigare etablerade uttalanden, såsom andra teorem, och allmänt accepterade uttalanden, såsom axiomer.



En linje bestäms av två punkter och linjen som passerar genom punkterna  $A$  och  $B$

betecknas  $\overleftrightarrow{AB}$ . På liknande sätt kan längden på linjesegmentet som avslutas vid dessa punkter anges  $\overline{AB}$ . En linje kan också betecknas med en liten bokstav (Jurgensen et al. 1963, p. 22).

Euklides definierade en linje som en "breddlös längd" och en rak linje som en linje som "ligger längs med punkterna av sig själv" (Kline 1956, Dunham 1990).

Tänk på linjerna i ett tvådimensionellt plan. Två linjer som ligger i samma plan som inte korsar varandra sägs vara parallella linjer. Två linjer som ligger i olika plan som inte korsar varandra sägs vara snedställda linjer.



## UPPGIFT

- Dela in er i grupper om sex för att spela upp stycket antingen genom att ha läsa manus ord eller genom att memorera texten. Det finns 3 huvudpersoner och 3 biroller.
- Musik: Det är alltid trevligt.
- Rekvisita: Ni kan använda några matematikredskap från klassrummet, till exempel linjal eller passare för att vara mer kreativa och teatraliska
- Kläder: Det kan vara så enkelt som en skjorta som kan användas som en klänning som tas med hemifrån.

## LÄR DIG MER...

Om du vill lära dig mer om sådant som tagits upp i denna uppgift kan du gå in på följande länkar:

En studie om dramats roll i matematiklärande:

[https://www.researchgate.net/publication/274582627\\_A\\_Study\\_on\\_the\\_Role\\_of\\_Drama\\_in\\_Learning\\_Mathematics](https://www.researchgate.net/publication/274582627_A_Study_on_the_Role_of_Drama_in_Learning_Mathematics)

Projektet Learning mathematics through new communication factors [Lär matematik genom nya kommunikationssätt]:

<http://www.le-math.eu/assets/files/MATHeatre-Guidelines-V1-September2013.pdf>

Matematikordlista:

<https://www.storyofmathematics.com/glossary.html#G>

<http://www.hdml.gr/pdfs/conferences/222.pdf?fbclid=IwAR19Ravx1wXFJ2h8VnVva0ZSLgBH5OjNeZy7APRpttHKTW59TBr32Xhkjjo>

Artikel: Att använda drama för att lära elever matematiska koncept

<https://www.straitstimes.com/singapore/education/using-drama-to-teach-pupils-maths-concepts>

Matematikresurser:

<http://mathworld.wolfram.com/Line.html>

Euklides Geometris element i engelsk översättning, av Richard Fitzpatrick

<http://farside.ph.utexas.edu/Books/Euclid/Elements.pdf>