

DEL III: Teater & Matematik

ÅLDER: 13 – 15

(Source: @Skitterphoto from Pexels.com)

Multicolored Abacus

UPPGIFT 28: GRUNDLÄGGANDE ARITMETIK I “DRAGDJUR” (MANNEN SOM RÄKNANDE, KAPITEL III)

SPEL – Sociedade Promotora de
Estabelecimentos de Ensino



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

Lärarguide

Titel: Grundläggande aritmetik i "Dragdjur" (Mannen som räknade, Kapitel III)

Ålder: 13 – 15 år

Längd: 2 timmar

Matematikinnehåll: Decimal, bråk, ordning, procent, förhållande och andelar

Konstinnehåll: Aritmetik

Allmänna mål: Att använda deduktion när man löser matematiska problem och utveckla förtroendet för att använda matematik för att analysera och lösa problem i skolan och det verkliga livet.

Instruktioner: Låt eleverna när de dramatiserar gå i närheten av whiteboardtavlan så att de kan skriva ner divisionerna eller rita kameler för att eleverna ska få en bättre förståelse för de uträkningar som görs

Resurser: Penna, whiteboard

Tips till läraren: Innan dramatiseringen, repetera och bestäm var varje karaktär skall stå.

Mål:

I slutet av lektionen ska eleven kunna:

- lägga till, subtrahera, multiplicera och dela bråktal;
- konvertera bråk till decimaler och decimaler till bråk;
- multiplicera och dela decimaler med multiplar om 10;
- ändra en bråkdel till en procentandel;
- hitta en procentandel av ett nummer;
- öka/minska ett tal med en procentandel;
- användningsförhållande och uppdelning i proportioner;
- förstå ordningen på aritmetiska operationer; och
- använda grundläggande kalkylatorfunktioner.

Utvärdering:

Skriv 3 saker du gillar med denna resurs:	1. 2. 3.
Skriv 2 saker du lärt dig	1. 2.
Skriv en sak som behöver bli bättre	1.

Inledning

De första uppgifterna om användningen av aritmetik hittades i historiska monument i Babylon och antika Egypten från omkring 2500 år f.Kr. Det var emellertid senare i Grekland, runt 600-talet f.Kr., som forntida matematiker, särskilt pytagoreerna, drev aritmetik framåt genom att försöka matcha alla regelbundenheter i världen till tal. Runt 1600-talet skapade astronomi och mekanik nya utmaningar när det gäller beräkning, vilket vidareutvecklade aritmetiken.

Det övergripande målet med aritmetik är att utveckla färdigheten att kunna göra grundläggande huvudräkning, utan att behöva lita på papper, penna, kalkylatorer eller någon annan hjälp. Faktum är att människor möter dagligen situationer där de måste lita på aritmetik utan att ens lägga märke till det, vare sig det är att betala för kaffe och beräkna om förändringen är korrekt, eller till kontrollera hur lång tid som är kvar till lektionen börjar...

Grundläggande aritmetik i "Dragdjur"

När du går i skolan kommer du att stöta på uppgifter som innehåller matematik med siffror. Det som dessa uppgifter alla har gemensamt är att de löses med operationerna för addition, subtraktion, division och multiplikation.

I boken "Mannen som räknade", av Malba Tahan, pseudonym för den brasilianska författaren Júlio César de Mello e Souza, återskapas en serie matematiska problem och gåtor med aritmetik.

Boken, som är skriven i stil med Tusen och en natt, berättar historien om Hanak, en man som reser från Samarra till Bagdad. På vägen träffar han Beremizer Samir, en man med anmärkningsvärda matematiska färdigheter, som bjuds med på resan. Hanak är säker på att en man med sådana matematiska förmågor kommer att hitta ett bra jobb i Bagdad.

I kapitel III, Dragdjur, bevittnar han i ett av sina mest berömda problem en hetsig tvist mellan tre bröder som har svårt att dela 35 kameler som är kvar från deras far. De tre brödernas far har lämnat dem 35 kameler med instruktionen att $\frac{1}{2}$ (17,5 av kamelerna ska gå till den äldsta brodern, $\frac{1}{3}$ (11,6) till mellanbrodern och $\frac{1}{9}$ (3,8) till den yngsta.

Beremizer erbjuder sin hjälp att lösa problemet genom att lägga till Hanaks kamel till räkningen. Först vägrar Hanak eftersom deras resa till Bagdad utan kamel nästan är omöjlig. Men han ger upp och släpper så småningom kamelen. De tre bröderna är mycket nöjda med denna lösning, eftersom en annan kamel läggs till.

Nu, med 36 kameler, kan Beremizer rättvis dela upp kamelerna enligt instruktionerna från fadern. Eftersom, $\frac{1}{2}$ of 36 är 18 och det är antalet kameler som den äldsta brodern får; $\frac{1}{3}$ av 36 är 12, motsvarande kamelerna som medelbrodern har rätt till och slutligen, $\frac{1}{9}$ av 36 är 4, antalet kameler som den yngsta brodern ärver

.Men, $18+12+4 = 34$, vilket betyder att två kameler blir kvar. Bröderna var ganska nöjda med lösningen på problemet som Beremiz fann, och de accepterar hans förslag om att ge tillbaka 1 kamel till sin vän Hanak och behålla den andra för sig själva.

Ordlista

Aritmetik - Talvetenskap och en gren av matematik som involverar alla operationer med reella tal.

Bagdad: Forntida centrum för den islamiska världen och Iraks nuvarande huvudstad.

Samarra: Stad i Irak, belägen på den västra sidan av floden Tigris, i provinsen Saladino, 125 km norr om Bagdad.

Tusen och en natt – Syftar på en samling folksagor från Mellanöstern och södra Asien sammanställd på arabiska under den islamiska guldåldern (800-talet till 1300-talet).

Matematiken bakom "Dragdjur"

Genom att använda sin kunskap om aritmetik, såsom bråk, decimaltal, förhållanden och proportioner, procentsatser och prioriteringsregler, kan Beremizer lösa många dilemman som uppstår under hela resan.


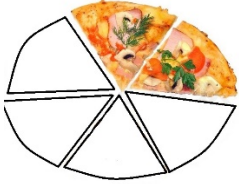

Nedan kommer en introduktion av ovan nämnda begrepp att behandlas.

1. Bråk

Ett bråk är **del** av en **helhet**, i vilket **delen** kallas **täljare**, och siffran eller talet som är **helheten** kallas **nämnare**, och står under. De visas såhär:

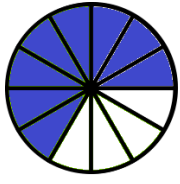
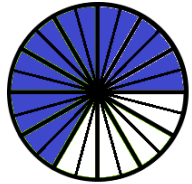
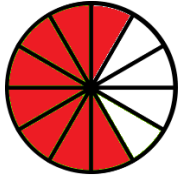
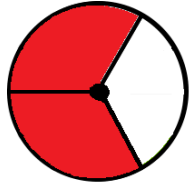
Täljare

Nämnare

Om du delar en pizza i 6 lika stora bitar kommer det att finnas 6 bitar av hela pissan.	$\frac{6}{6}$	
Du känner dig hungrig, så du tar två bitar. Du kommer att ha tagit två bitar av 6.	$\frac{2}{6}$	
Eftersom du tog två bitar kommer det att finnas 4 bitar kvar av de 6 som fanns från början.	$\frac{4}{6}$	

En egenskap som bråkdelen har är att de kan förlängas (multipliceras) eller förkortas (delas) samtidigt som de fortfarande har samma värde. Dessa kallas **lika bråk**.

Se följande bråk: $\frac{8}{12}$

<p>Förlängning: multiplicera både täljare och nämnare med samma tal;</p>	$\frac{8}{12} = \frac{24}{32}$		<p>=</p>	
<p>Förenkling: dividera både täljare och nämnare med samma tal;</p>	$\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$		<p>=</p>	

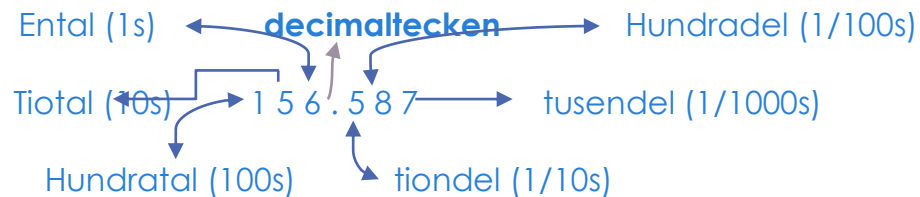
Bråk kan också delas och multipliceras, samt adderas eller subtraheras:

<p>Multiplikation:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Multiplicera täljarna; 2) Multiplicera nämnarna ; 3) Förenkla (om det går). 	$\frac{8}{12} \times \frac{2}{3} = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$
<p>Division:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Ta fram det omvända bråket genom att invertera; 2) Följ multiplikationen steg 1 till 3; 	$\frac{8}{12} : \frac{5}{3} = \frac{8}{12} \times \frac{3}{5} = \frac{24}{60} = \frac{2}{5}$
<p>Addition och subtraktion:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Ta fram en gemensam nämnare; 2) Förläng bråken; 3) Addera eller subtrahera täljarna; 4) Förenkla (om det går). 	$\frac{8}{12} + \frac{2}{5} = \frac{8 \times 5}{12 \times 5} + \frac{2 \times 12}{5 \times 12}$ $\frac{40}{60} + \frac{24}{60} = \frac{64}{60} = \frac{16}{15}$

2. Decimaler

Ordet "decimal" kommer av det grekiska ordet "decima", vilket betyder "tiondel". När vi skriver decimaltal är positionen för varje nummer mycket viktig.

Vi tittar på följande decimaltal:



Decimaltecknet I ett tal är dess viktigaste del. När vi flyttar till höger om decimaltecknet minskar varje plats 10 gånger; när vi flyttar till vänster ökar varje plats 10 gånger.

Göra decimaltal till bråk		Göra bråk till decimaltal	
$0,4 = \frac{4}{10}$	$0,56 = \frac{56}{100}$	$\frac{2}{7} = 2 : 7 = 0,28$	$\frac{12}{6} = 12 : 6 = 2,0$
$8,75 = 8\frac{75}{100}$	$2,758 = 2\frac{758}{1000}$	$\frac{52}{100} = 52 : 100 = 0,52$	$\frac{156}{1000} = 156 : 1000 = 0,156$
Multiplicera ett decimaltal med 10		Dividera ett decimaltal med 10	
$15,7 \times 10 = 157$	$32,458 \times 100 = 3245,8$	$15,7 : 10 = 1,57$	$32,458 : 100 = 0,32458$

10

3. Förhållanden och proportioner

När någon pratar om hastigheten på en bil används ofta uttrycket "kilometer i timmen". Detta uttryck är en typ av förhållande, som i grund och botten jämför kilometer med timmar. Till exempel, om en kamel springer 30 kilometer per timme,

betyder det att om kamelen håller samma hastighet, kommer kamelen att springa 30 kilometer för varje timme.

Förhållanden läses som "förhållandet mellan x och y" och skrivs vanligtvis på följande sätt:

$$160:1$$

Proportioner är ekvationer som anger en balans mellan två förhållanden. De kan också visas hur förhållandena är (med hjälp av ett kolon mellan de två siffrorna) eller som bråk. Följande proportion läses som "tio tjugofemtedelar är som två femtedelar":

$$\frac{10}{25} = \frac{2}{5}$$

För att ta reda på om två förhållanden är lika, det vill säga om det är balanserat multiplicerar vi de yttre termerna (kallade ytterligheter) och de mellersta termerna (kallas medel) och kontrollerar om produkten är densamma. I det visade exemplet är extremerna 10 och 5 och medlen 25 och 2. Så $10 \times 5 = 50$ som $25 \times 2 = 50$, bevisar att det är en balanserad proportion.

11

4. Procent

Procentsatser visas vanligtvis med procenttecknet "%" och används för att uttrycka en proportionell del av en helhet. Med andra ord är ett procenttal ett tal som representerar en bråk av 100, dvs ett nummer med 100 som nämnare. Därför kan det skrivas som en bråk, ett förhållande eller en decimal.

Exempelvis kan 32% (läses som trettio två procent), vilket betyder 32 per 100, också skrivas och har samma värde som 0,32 eller $\frac{32}{100}$ eller 32:100.

Den enklaste metoden för att erhålla en procentandel av en bråk är helt enkelt att dela täljaren med nämnaren och sedan multiplicera resultatet med 100.

5. Prioriteringsregler

För länge sedan beslutade matematiker vilken som skulle vara rätt ordning för att lösa en operation. Detta beslut som antogs av många underlättade kommunikationen mellan matematiker. Så småningom blev det en allmän regel att följa.

$\frac{50}{100} = 0,5; 0,5 \times 100 = 50\%$	$\frac{5}{9} = 5; 5 \times 100 = 55\%$
$\frac{85}{231} = 0,36; 0,36 \times 100 = 36\%$	$\frac{59}{79} = 0,74; 0,74 \times 100 = 74\%$

När du gör en beräkning måste du alltid starta från **vänster till höger**, och alltid prioritera följande:

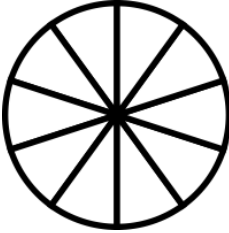
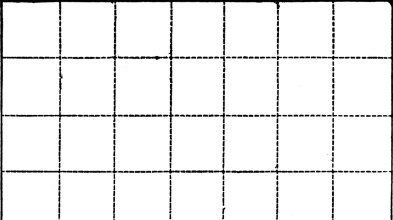
1) Parenteser	$18 \times (5 + 3) = 18 \times 7 = 126$	Rätt
	$18 \times 5 + 3 = 90 + 3 = 93$	Fel
2) Exponenter (potenser, rötter)	$3 \times 10^2 = 3 \times 100 = 300$	Rätt
	$3 \times 10^2 = 30^2 = 900$	Fel
3) Multiplikation och Division	$3 + 6 \times 2 = 3 + 12 = 15$	Rätt
	$3 + 6 \times 2 = 8 \times 2 = 16$	Fel
	$40 - 10 : 5 = 40 - 2 = 38$	Rätt
	$40 - 10 : 5 = 30 : 5 = 6$	Fel
4) Vänster till höger	$10 : 5 \times 3 + 2 = 2 \times 3 + 2 = 6 + 2 = 8$	Rätt
	$10 : 5 \times 3 + 2 = 10 : 15 + 2 = 0,66 + 2 = 2,66$	Fel

Detta innebär att om du inte gör det i rätt ordning får du fel resultat.

UPPGIFTER

UPPGIFT 1

Utan att använda några hjälpmedel, välj rätt alternativ:

	a	b	c
1) John köpte ett paket med 8 ägg. Han kokade tre av dem. Vilket bråk motsvarar antalet ägg som är kvar?	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{8}{3}$
2) Mary spelar kort med en kortlek som har 40 kort. Hon delar korten lika mellan sig och sina sju vänner. Vilken bråkdel motsvarar antalet kort som varje vän har?	$\frac{5}{40}$	$\frac{6}{40}$	$\frac{10}{40}$
3) Tobias bakade en tårta till sin födelsedag. Han bjöd in 5 av sina vänner för att fira med honom. Efter att han blast ut ljusen skar han tårtan i lika stora bitar. Alla åt två bitar innan tårtan var slut. Vilket bråk motsvarar den del av hela tårtan som varje person åt?	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{10}{12}$
4) Färglägg figurena enligt varje bråk:			
4.1) $\frac{1}{5}$			
4.2) $\frac{1}{7}$			

5) Omvandla bråken till decimaler och tvärt om:			
5.1) $\frac{50}{100}$	a. 5	b. 0,5	c. 0,05
5.2) $\frac{3}{1000}$	a. 0,3	b. 0,03	c. 0,003
5.3) $\frac{60}{90}$	a. 0,33	b. 0,66	c. 1,00
5.4) 0,45	$\frac{45}{100}$	b. $\frac{45}{100}$	c. $\frac{45}{1000}$
5.5) 0,78	$\frac{78}{100}$	b. $\frac{78}{10}$	$\frac{780}{1000}$
5.6) 0,055	$\frac{55}{1000}$	b. $\frac{55}{100}$	$\frac{55}{1000}$
6) Ta reda på rätt förhållanden och proportioner:			
6.1) En brunn ger 5 liter vatten per timme.	a. 2:10	b. 10:2	c. 5:2
6.2) En man springer 6 km/h.	a. 1:6	b. 6:6	c. 30:5
6.3) Tjugoåtta förhåller sig till femtio som:	$\frac{2,8}{5}$	b. $\frac{28}{25}$	$\frac{280}{100}$
6.4) Tvåhundra förhåller sig till ettusen som:	$\frac{50}{250}$	b. $\frac{40}{100}$	$\frac{2000}{5000}$
7) En hink rymmer 16 äpplen. Johns hink innehåller 6 äpplen. Vilken procentandel motsvarar det utrymme som finns kvar i hinken?	a. 62,5%	b. 40%	c. 50%



8) Mary behöver dricka 10 klinkar för att dricka allt vatten i sin flaska. Hon har tagit 2 klunkar redan. Vilken procentandel vatten har hon druckit?	a. 10%	b. 20%	c. 80%
9) $10 \times (3 + 5) =$	a. 35	b. 80	c. 18
10) $30 + 8 (2 \times 2) =$	a. 76	b. 152	c. 62
11) $(16+3) - 5^2 + (2 \times 2) =$	a. 33	b. -2	c. 18



UPPGIFT 2

Spela upp scenen från boken "Mannen som räknade", kapitel III, "Dragdjur", med hjälp av det bifogade manuset.

LÄR DIG MER...

Aritmetikens historia

https://en.wikipedia.org/wiki/History_of_arithmetic

Vad är aritmetik?

<https://www.cut-the-knot.org/WhatIs/WhatIsArithmetic.shtml>

Online aritmetik på Khan Academy

<https://www.khanacademy.org/math/arithmetic>

Grundläggande aritmetik

<https://www.youtube.com/watch?v=TMubSggUOVE>

Mannen som räknade – en samling matematiska äventyr

<https://sparthasarathy.com/ebooks/themanwhocounted.pdf>

Matematik som teaterhistoria: Malba Tahans – Mannen som räknade

<https://www.youtube.com/watch?v=36hVbkQU3Sw>

“DRAGDJUR” PJÄS

(Från boken “Mannen som räknade”)

Roller:

Hanak (elev 1) – en ensam person, resenär och klok man;

Beremizer Samir (elev 2) – Huvudpersonen; Hanaks följeslagare, en ung man med fantastiska matematiska färdigheter;

Yngsta brodern (elev 3);

Mellanbrodern (elev 4);

Äldsta brodern (elev 5).

[Eleverna i klassrummet (förutom elev 1 och 2) samlas runt de tre bröderna som har en hetsig tvist. Hanak och Beremizer är på motsatt sida av rummet och går långsamt mot folkmassan]

YNGSTA BRODERN: Det kan inte vara sant! Detta är helt orättvist

MELLANBRODERN: Vad menar du?! Det här är rån!

ÄLDSTA BRODERN: Detta är mest rättvist! Strunta i det om ni inte vill!

YNGSTA BRODERN: Rånar du mig för att jag är yngst? Jag är yngst men jag är verkligen inte dummast! Jag vill ha en rättvis del! Jag håller inte med!

MELLANBRODERN [Ser på den äldsta brodern medan han pekar på den yngsta brodern]: Han har rätt! Detta är en skandal!

[Medan vissa elever försöker lugna ner situationen genom att be bröderna att lugna sig, försöker andra, utan framgång, att lösa problemet. Alla pratar och skriker

samtidigt och knappt något av det som sägs kan förstås. Mitt i kaos, rop och förolämpningar anländer Hanak och Beremizer till scenen]

BEREMIZER SAMIR: Vad är orsaken till allt skrik?

ÄLDSTA BRODERN: Vi är tre bröder som har ärvt 35 kameler från vår älskade far som har gått bort.

YNGSTA BRODERN: [Ser upp medan han höjer båda händerna]: Frid vare med honom!

MELLANBRODERN: [Ser upp medan han höjer båda händerna]: Frid vare med honom!

ÄLDSTA BRODERN: [Ser upp medan han höjer båda händerna]: Frid vare med honom!

ÄLDSTA BRODERN: Eftersom jag är äldst av oss tre är det min fars önskan att jag ska ärva hälften av kamelerna.

18

MELLANBRODERN: Som mellanbror är det min fars önskan att jag ska ärva en tredjedel av kamelerna.

YNGSTA BRODERN: Som den yngsta är det min fars önskan att jag ska ärva en niondel av kamelerna.

ÄLDSTA BRODERN: [Desperat och hopplöst]: Men vi vet inte hur vi ska dela rättvist och de andra två är oeniga! Vi har testat många lösningar, men hittills har ingen accepterats av alla tre! Hälften av 35 är 17,5, det går ju inte!

MELLANBRODERN: [Desperat och hopplöst]: En tredjedel av 35 är 11,6, det går ju inte!

YNGSTA BRODERN: [Desperat och hopplöst]: En niondel av 35 av 3,8, det går ju inte heller!

ÄLDSTA BRODERN: [Desperat och hopplöst]: Hur ska vi dela lika?

BEREMIZER SAMIR: Muntra upp er! Det finns ett enkelt sätt att dela rättvist division som jag tror kommer att göra er nöjda!

YNGSTA BRODERN, MELLANBRODERN och ÄLDSTA BRODERN [på samma gång]: Va?? Enkelt??

ÄLDSTA BRODERN: Jag märker att du inte förstår. Och för att vara ärlig är jag inte på humör att förklara det igen.

BEREMIZER SAMIR: Du behöver inte säga det igen! Jag har förstått! Om du låter mig lägga till min väns kamel, kommer jag att göra en rättvis uppdelning!

19

[De tre bröderna samlas och hoppar av glädje; Hanak vänder sig till Beremizer]

HANAK [arg]: Vad? Är du galen? Ska du ge min kamel till dessa utlänningar bara för att göra dem nöjda?

BEREMIZER SAMIR [Försöker lugna Hanak genom att lägga en hand på hans axel]: Oroa dig inte, jag har en lösning.

HANAK [våldigt förvirrad]: Det här är den enda kamel vi har! Hur ska vi fortsätta vår resa utan den? Till fots? Vi kommer aldrig att klara det!

BEREMIZER SAMIR: Lita på mig!

HANAK [förvirrad]: Okej, du vinner. Ta den! Jag hoppas att du vet vad du gör!

[Beremizer vänder sig till de tre bröderna]

BEREMIZER SAMIR: Så, mina herrar, accepterar ni mitt förslag?

YNGSTA, MELLAN OCH ÄLDSTA BRODERN [Samtidigt]: Naturligtvis!

BEREMIZER SAMIR: Så, nu finns det totalt 36 kameler.

[Äldste brodern går fram till Beremizer]

BEREMIZER SAMIR: Som din far önskade, som den äldsta av de tre, skulle du ärva hälften av de 35 kamelerna, som var 17,5. Med totalt 36 kameler kommer du nu att ärva 18 kameler istället!!

[Äldsta brodern går tillbaka, hoppar av glädje, och mellanbrodern kommer fram till Beremizer]

20

BEREMIZER SAMIR: Som din far önskade, som mellanbroder, skulle du ärva en tredjedel av de 35 kamelerna, som var 11,6! Med totalt 36 kameler kommer du nu att ärva 12 kameler istället!

[Mellanbrodern går tillbaka, hoppar av glädje, och yngsta brodern kommer närmare Beremizer]

BEREMIZER SAMIR: Som din far önskade, som den yngsta av de tre, skulle du ärva en niondel av de 35 kamelerna, vilket var 3,8! Med totalt 36 kameler kommer du nu att ärva fyra kameler istället!

[Den yngsta brodern går tillbaka och går med de två andra bröderna; Beremizer vänder sig till de tre bröderna]

BEREMIZER SAMIR: Grattis, ni har alla tjänat på den här uppdelningen!

[Hanak vänder sig till Beremizer]

HANAK: Det har de verkligen. Men när det gäller oss är vi nu till fots!

[Beremizer vänder sig till de tre bröderna]

BEREMIZER SAMIR: Så låt oss sammanfatta. Den äldsta brodern har fått 18 kameler, den mellanbrodern 12 och den yngsta 4 ...

[De tre bröderna kramar varandra och avbryter Beremizer medan de ler från öra till öra och hoppar av glädje]

21

YNGSTA, MELLAN OCH ÄLDSTA BRODERN [Samtidigt]: Ja, precis!

BEREMIZER SAMIR: ... vilket blir 34 kameler.

YNGSTA, MELLAN OCH ÄLDSTA BRODERN [Samtidigt]: Va??

BEREMIZER SAMIR: Ja, $18 + 12 + 4 = 34$

[De tre bröderna ser förvirrade ut och kliar sig i huvudet och rynkar på pannan]

BEREMIZER SAMIR: Av de 34 kamelerna är 2 kvar. Som ni vet tillhörde en av dem min kära vän Hanak. När det gäller den andra, tror jag att jag har rätt till den för att ha löst ditt problem

OLDEST BROTHER: OK! Du är väldigt intelligent, främling! Du har verkligen löst vårt problem så du kan behålla den!

[De tre bröderna vänder sig mot Beremizer och Hanak, tackar, säger farväl och lämnar scenen.]

HANAK: Vem kunde tro det

BEREMIZER SAMIR: Min vän, du kan bekvämt rida på din kamel för nu har jag en egen att åka på!

HANAK: Vi fortsätter vår resa!