

Del II: Musik & Matematik
ÅLDERSINTERVALL:16-18



UPPGIFT 24: PYTAGORAS OCH
HANS MATEMATISKA MUSIK

Sandgärdskolan



Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union

Lärarhandbok

Titel: Pythagoras och hans matematisk musik

Ålder: 16-18 år

Tidsåtgång: 2 timmar

Matematiska begrepp: Ekvationer, algebra, irrationella tal

Konstnärliga begrepp: Antik grekisk musik, harmonier

Allmänna mål: Att upptäcka de matematiska begreppen som är dolda i musikaliska kompositioner och se att harmoni (eller vad vi anser vara harmoniskt i västra delen av världen) kan förklaras i matematiska termer.

Instruktioner och metoder: Denna resurs ger dig idéer för att göra enkel musik i klassen och få eleverna att se att olika toner vibrerar i olika längder.

Resurser: Bilder, ordlistor

Tips till läraren: Att lära sig genom att göra är mycket effektivt, särskilt för unga elever med inlärningsvårigheter. Ge en praktisk upplevelse för en trevligare upplevelse och uppmuntra kreativitet.

Mål: När vi gjort denna resurs kommer eleverna:

- Förstå heltal och bråk
- Känna till personen bakom Pythagoras teori

Sammanfattning och utvärdering:

Skriv 3 saker du gillar med denna resurs:	1. 2. 3.
Skriv 2 saker du lärt dig	1. 2.
Skriv en sak som behöver bli bättre	1.

Introduktion



Bild 1 1 Pythagoras: <https://en.wikipedia.org/wiki/Pythagoras>

Den grekiska filosofen och matematikern Pythagoras, som sägs ha levt omkring 500 f.v.t., är förmodligen mest känd för sitt teorem att kvadraten på hypotenusan (sidan mitt emot rätt vinkel) är lika med summan av kvadraterna för de andra två sidor i en rätvinklig triangel.



Bild 2 Stöd: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Blacksmith_anvil_hammer.svg

Pythagoras upptäckte dock också att musikaliska noter kan beskrivas i termer av ekvationer. Enligt legenden gick han in i en smedja där han hörde ljudet av hammaren som träffade stödet. Han tyckte att tonerna var harmoniska och vackra till en början, men efter ett tag insåg han att en av tonerna inte var det. Det lät falskt.

Pythagoras rusade in i butiken och började testa de olika hammarna för att se vad som orsakade de tydliga och dissonanta tonerna. Han räknade ut att det enda som tycktes orsaka en annan ton var storleken på hammaren (och inte slagets kraft mot städet eller smedens styrka eller storlek). Han tog detta som bevis för en teori som konstaterade att musik kunde förklaras i termer av matematiska ekvationer. Det visade sig senare att han hade fel när det gäller hammare och städ och hammares vikt, men att teorin var korrekt för stränglängden i ensträngade instrument (<https://en.wikipedia.org/wiki/Pythagoras>)

Harmoni

Pythagoras hade en uppfattning att varje matematiskt begrepp kunde förklaras i termer av en ekvation. En av hans lärjungar, Hippasos, försökte hitta det som skulle bestämma kvadratroten av 2, men kunde inte och ansåg detta vara ett bevis på att detta var ett irrationellt nummer. Pythagoras blev så arg för att han visat sig ha fel att han dömde den fattiga ynglingen till döds genom att dränkning.

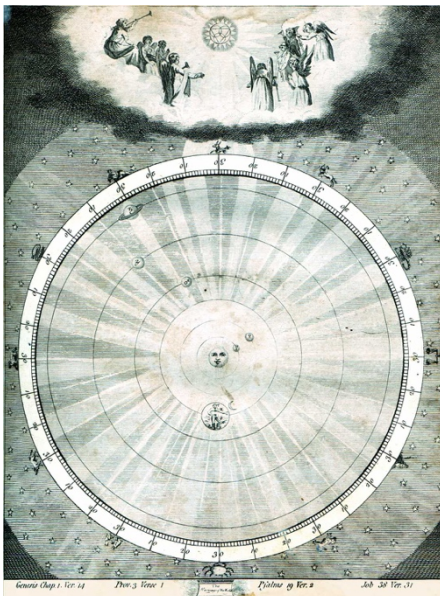


Bild 3 Harmony of the world: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Harmonyoftheworld.jpg>

Ett annat sätt att betrakta sambandet mellan musik och matematik kan ses i filosofin som säger att världen kan förstås vara i harmonier. Det kallas sfärens musik. Det är solen, månen och jorden som borde vara i harmoni, annars störs ordningen. De kretsande kropparna producerar "musik" (i den antika betydelsen av det som i musica som inte nödvändigtvis betyder hörbar musik). Spheres Music manifesterar sig i antal, visuella vinklar, former och ljud - allt sammanhängande i ett proportionellt mönster.

Ordlista

Rätvinklig triangel: En triangel där en vinkel är 90° och summan av de andra två också är 90° .

Matematiken bakom harmonier

Stränglängdteorin som Pythagoras på ett sätt var på väg att upptäcka kan beskrivas i något liknande. När du har en sträng med en viss längd och i en viss spänning (kraften som används för att räta ut den) och sedan ta den exakta halva längden på strängen, med samma spänning skulle du få en ton som vibrerar med dubbel frekvens med enhet Hertz (antal svängningar per sekund). Eftersom musikaliska noter kan beskrivas i termer av svängningar finns det en koppling.

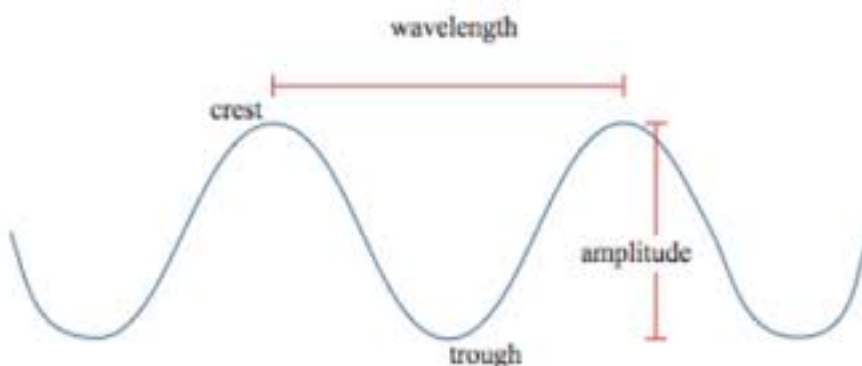
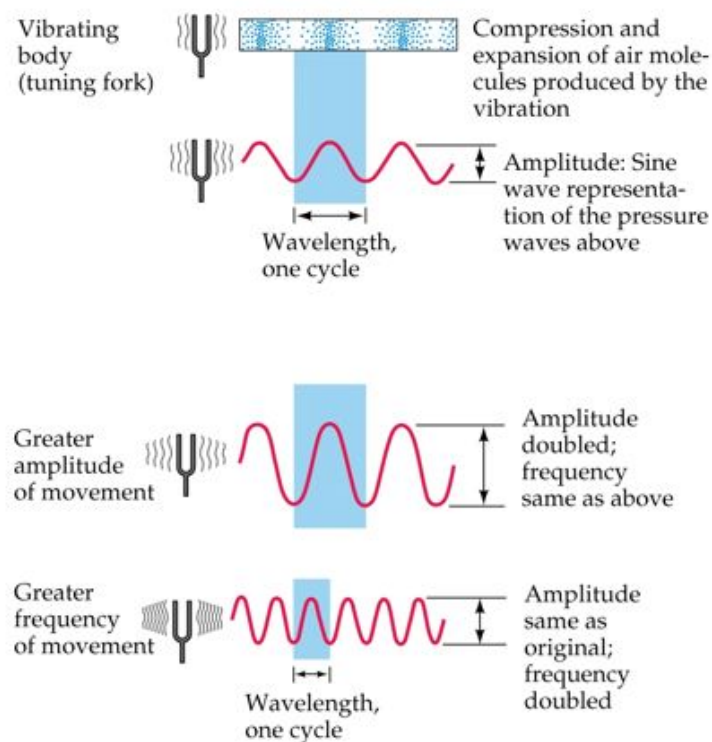


Bild 4 Crest genom våglängdsamplitude

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Crest_trough_wavelength_amplitude.png

Våglängden är den rumsliga perioden för en periodisk våg - avståndet över vilket vågens form upprepas. [Det är avståndet mellan på varandra följande motsvarande punkter i samma fas på vågen, till exempel två intilliggande kammar, dalar eller nollkorsning, och är ett kännetecken för både rörliga vågor och stående vågor, liksom andra rumsliga vågmönster. Våglängden är avståndet mellan ljudvågorna i rummet där rymdvågorna inträffar. Våglängden för en ton i meter är ljudets hastighet (cirka 340 meter per sekund) dividerat med frekvensen i hertz. Frekvens är antalet händelser av en upprepad händelse per tidsenhet. Den lägsta hörbara frekvensen (för en människa) har en våglängd $340/15 = 22,7$ meter. Den högsta hörbara frekvensen har en våglängd av $340/20000 = 0,017$ meter, dvs 17 millimeter. Luftpelaren på ett vindinstrument har ofta en längd som motsvarar halva våglängden på dess rot (lägsta möjliga ton).

Physics of sound



© 2001 Sinauer Associates, Inc.

Uppgift

Skapa ditt eget musikinstrument och använd Pythagoras stränglängdsteori.

1. Ställ in åtta glas eller glasflaskor på ett bord i en rak linje.
2. Fyll dem med olika mängd vatten. Text 0,25 dl, 0,5 dl, 0,75 dl 1 dl och så vidare.
Om du vill kan du färga vattnet med karamellfärg.
3. Slå till varje flaska försiktigt med en sked.
4. Ordna glasen/flaskorna i ordning med den högsta tonen till den lägsta. Om två låter för lika, håll i lite mer eller ta bort lite vatten tills du får den ton du vill.
Om du vill använd en stämgaffel för att stämma dina toner.
5. Spela en låt på dina flaskor/glas bjud in andra för att lyssna på din konsert.
6. Vad är sambandet mellan ton och mängd vatten? Betyder höga toner korta eller långa våglängder?

Uppgift 2:

Använd samma flaskinstrument och jämför flaskorna om du blåser i dem. Spela Blinka lilla stjärna där. Försök spela det genom att både blåsa i flaskorna och slå dem. Varför är det en skillnad?

Uppgift 3:

Tonens våglängd är 4 gånger avståndet från munnen till vattenytan, en 1/4-delas våg, bildas därmed i flaskan!

$$\frac{340 \text{ m/s}}{\text{frekvens}} = \text{våglängd}$$

Vilken är frekvensen i dina flaskor? Observera att tonerna inte blir helt rena på grund av formen på flaskan.

Om du vill veta mer...

Du kan lära dig mer om Pythagoras och hans matematiska filosofi via Wikipedia-webbplatserna. Här är några exempel:

[Pythagoras theorem](#)

[Pythagorean tuning](#)

Du kan också titta på några filmer här:



[Pythagorean Tuning \[Philosophia Mūsicae: A Philosophy of Music\]](#)

[The Math of Music - TWO MINUTE MUSIC THEORY #32](#)

[The connection between maths and music - Pythagoras Comma \(Longer version\)](#)