DEL II: Musik & Matematik

AGE RANGE: 13-15

UPPGIFT 23: PYTHAGORAS MATEMATISKA MUSIK

Sandgärdskolan

TheArtOf Maths

Co-funded by the Erasmus+ Programme of the European Union

Lärarguide

Titel: Pythagoras matematiska musik

Ålder 13-15 år

Längd: 2 timmar

Mathematiikinnehåll: Ekvationer, irrationella tal, algebra

Konstinnehåll: Antik grekisk musik, harmoni

Allnmänna mål: Att upptäcka de matematiska begreppen som är dolda i musikaliska kompositioner och se att harmoni (eller vad vi anser vara harmoniskt i västra delen av världen) kan förklaras i matematiska termer.

Instruktioner: Det här verktyget ger dig idéer för att göra enkel musik i klassen och för att få eleverna att se att olika toner vibrerar i olika våglängder.

Resurser: Bilder, ordlista

Tips till läraren: Att lära sig genom att göra har visat sig vara mycket effektivt, särskilt för unga elever med lägre uppmärksamhet och inlärningsproblem. Glöm inte att alltid förklara vad varje mattekoncept används till.

Mål: I slutet av denna uppgift ska eleven:

- Förstå delar och helheter
- Känna till personen bakom pythagoras sats

Utvärdering:

Skriv 3 saker som du tyckte om med denna uppgift	**1.** **2.** **3.**
Skriv 2 saker som du lärt dig	**1.** **2.**
Skriv 1 sak som kan förbättras	**1.**

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Inledning

Bild 1 Pythagoras: https://en.wikipedia.org/wiki/Pythagoras

Den grekiska filosofen och matematikern Pythagoras, som sägs ha levt omkring 500 f.v.t., är förmodligen mest känd för sitt teorem att kvadraten på hypotenusan (sidan motsatt rätt vinkel) är lika med summan av kvadraterna för de andra två sidor i en rätvinklig triangel.

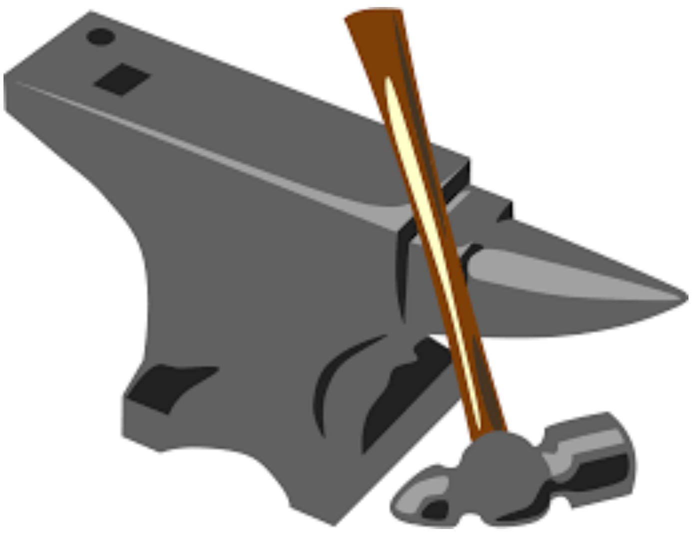


Bild 2 Städ: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Blacksmith_anvil_hammer.svg

Pythagoras upptäckte dock också att musikaliska toner kan beskrivas i termer av ekvationer. Enligt legenden gick han in i en smedja där han hörde ljudet av hammaren som träffade städet. Han tyckte att tonerna var harmoniska och vackra till en början, men efter ett tag insåg han att en av tonerna inte var det. Det lät falskt.

Pythagoras rusade in i smedjan och började testa de olika hammarna för att se vad som orsakade de harmoniska respektive de dissonanta tonerna. Han räknade ut att

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

det enda som tycktes orsaka en annan ton var storleken på hammaren (och inte slagets kraft mot städet eller smedens styrka eller storlek). Han tog detta som bevis för en teori som angav att musik kunde förklaras i termer av matematiska ekvationer. Det visade sig senare att han hade fel när det gäller hammare och städ och hammarens vikt, men att teorin var korrekt för stränglängden i ensträngade instrument (https://en.wikipedia.org/wiki/Pythagoras)

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Harmoni

Pythagoras var övertygad om att varje matematiskt begrepp kunde förklaras i termer av en ekvation. En av hans lärjungar, Hippasos, försökte hitta det som skulle bestämma kvadratroten av 2, men kunde inte och ansåg detta vara ett bevis på att detta var ett irrationellt nummer. Pythagoras var så arg på att ha visat sig fel att han dömde den fattiga ungen till döds genom att dränkas.

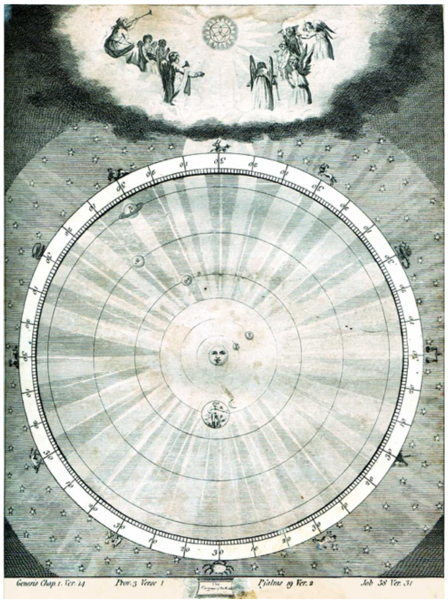


Bild 3 Harmin I världen: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Harmonyoftheworld.jpg

Ett annat sätt att betrakta sambandet mellan musik och matematik kan ses i filosofin som säger att världen kan förstås vara i harmoni. Det kallas sfärernas musik. Det är solen, månen och jorden som borde vara i harmoni, annars störs ordningen. De kretsande kropparna producerar "musik" (i den antika betydelsen av det som i ”musica” som inte nödvändigtvis betyder hörbar musik). Sfärernas musik manifesterar sig i antal, visuella vinklar, former och ljud - allt sammankopplat i ett proportionellt mönster.

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Ordlista

Rätvinklig triangel: En triangel där en av vinklarna är 90 grader och summan av de andra två vinklarna också är 90 grader

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Matematiken bakom harmoni

Stränglängdteorin som Pythagoras på ett sätt var på väg att upptäcka kan beskrivas så här. När du har en sträng med en viss längd och i en viss spänning (kraften som används för att sträcka ut den) och sedan tar exakt halva längden på strängen, med samma spänning skulle du få en ton som vibrerar med dubbelt Hertz (mängd svängningar). Eftersom musikaliska toner kan beskrivas i termer av svängningar finns det en koppling.

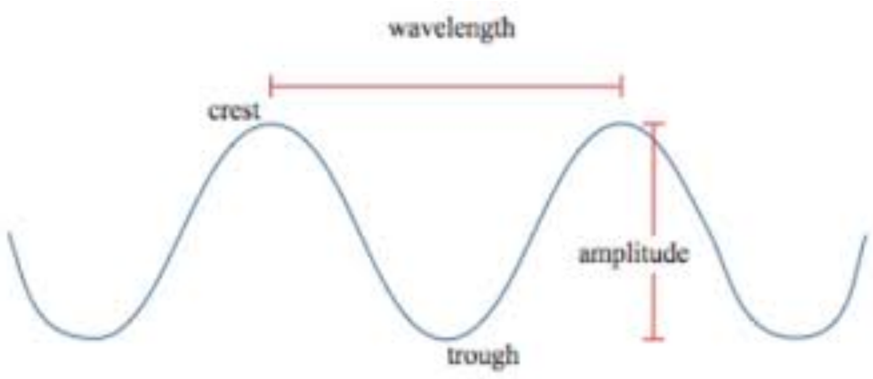


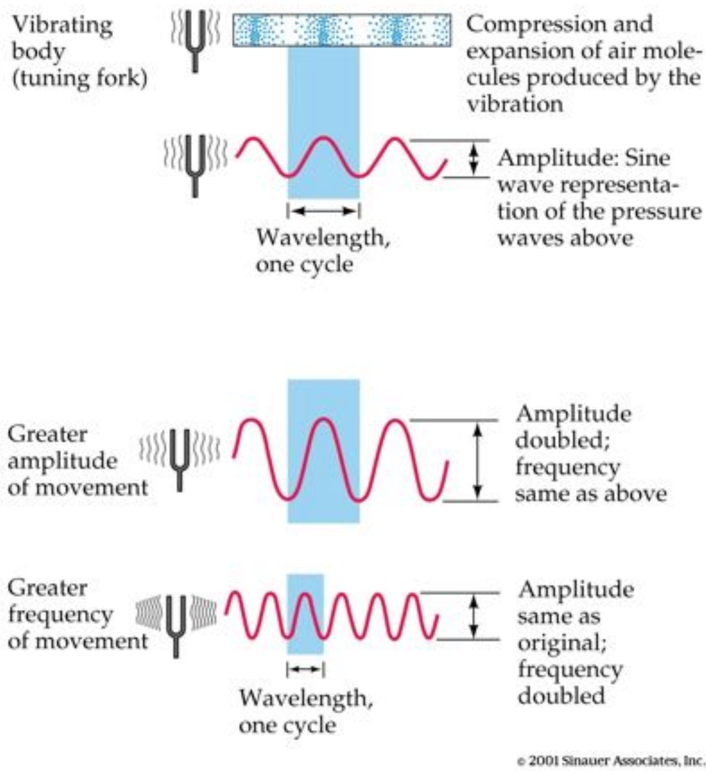
Bild 4 topp, dal, amplitud och våglängd

https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Crest_trough_wavelength_amplitude.png

Våglängden är tidsperioden för en våg - avståndet då vågens form upprepas. [Det är avståndet mellan samma punkter i samma fas på vågen, som två angränsande toppar, dalar eller nollkorsningar, och är ett kännetecken för både rörliga vågor och stillastående vågor, liksom andra rumsliga vågmönster. Våglängden är avståndet mellan ljudvågorna i rummet där rymdvågorna inträffar. Våglängden för en ton i meter är ljudets hastighet (cirka 340 meter per sekund) dividerat med frekvensen i Hertz. Frekvens är antalet händelser av en upprepad händelse per tidsenhet. Den lägsta hörbara frekvensen (för en människa) har en våglängd 340/15 = 22,7 meter. Den högsta hörbara frekvensen har en våglängd av 340/20000 = 0,017 meter, dvs 17 millimeter. Luftpelaren på ett vindinstrument har ofta en längd motsvarande halva våglängden på dess rot (lägsta möjliga ton).

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Physics of sound



This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

UPPGIFT

Skapa ditt eget musikinstrument och använd Pythagoras stränglängdsteori.

1. Ställ åtta glas eller glasflaskor på ett bord i en rak linje.
2. Fyll dem med olika mängder vatten. Till exempel 0,25 dl, 0,5 dl, 0,75 dl, 1 dl och så vidare. Lägg i lite färg i vattnet om du vill
3. Slå på varje flaska försiktigt med en liten sked.
4. Sortera flaskorna i ordning från högsta till lägsta ton. Om två av dem låter för lika, lägg till eller ta bort lite vatten tills du får det ljud du vill ha. Om du vill, använd en stämgaffel för att se vilken ton du har.
5. Skapa en låt att spela på dina musikflaskor och bjud in vänner till en konsert.
6. Vad är sambandet mellan ton och mängd vatten? Betyder höga toner korta eller långa våglängder?

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

LÄR DIG MER…

Du kan lära dig mer om Pythagoras och hans matematiska filosofi via Wikipedia-webbplatserna. Här är några exempel:

Pythagoras sats

Pythagorisk stämning

Du kan också se filmer här:

Pythagorean Tuning [Philosophia Mūsicae: A Philosophy of Music]

The Math of Music - TWO MINUTE MUSIC THEORY #32

The connection between maths and music - Pythagoras Comma (Longer version)

This project has been funded with support from the European Commission. This publication reflects the views only of the author, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.