

## DEL II: Musik & Matematik

ÅLDER: 13-15

---

### TOOL 15: PYTHAGORISK STÄMNING OCH FÖRHÅLLANDEN

---

LogoPsyCom



Co-funded by the  
Erasmus+ Programme  
of the European Union



## Lärarguide

**Titel:** Pythagorisk stämning och förhållanden

**Ålder:** 13-15 år

**Längd:** 1 timme

**Matematikinnehåll:** Pythagorisk stämning, förhållanden

**Konstinnehåll:** Toner, Intervall, ljudvågor, tonhöjd, frekvens, Pythagoras

**Allmänna mål:** Att upptäcka de matematiska begrepp som är dolda i musikaliska kompositioner och få en mer praktisk syn på matematikens användning.

**Instruktioner:** Studenterna kommer att utforska båda fälten i sin helhet, genom att lyssna på musiken eller spela den och titta på de föreslagna videor som analyserar musikkompositioner. De kommer att upptäcka grunden för de nämnda matematikbegreppen.

**Resurser:** Den här uppgiften innehåller videor och online-resurser som du kan använda i ditt klassrum. De ämnen som behandlas i uppgiften hjälper dig att hitta annat material för att anpassa och nyansera din lektion.

**Tips till läraren:** Att lära sig genom att göra är mycket effektivt, särskilt för unga elever med inlärningssvårigheter. Förklara alltid vad varje mattekoncept är användbart till, praktiskt och skapa en praktisk upplevelse för dem.

**Resultat:** I slutet av detta verktyg kan eleven:

- Förstå den logiska processen bakom musikkomposition;
- Förstå användningen av pythagorisk stämning i musik;
- Förstå och beräkna förhållandena i intervaller.

### Utvärdering:

Skriv 3 saker som du tyckte om med denna uppgift	1. 2. 3.
Skriv 2 saker som du lärt dig	1. 2.
Skriv 1 sak som kan förbättras	1.

## Inledning

Musik och matematik har inte en uppenbar koppling för dem som aldrig har komponerat eller läst noter. Det är dock tydligt att tid i musikaliska kompositioner och strukturen av notbladet med mått visar ett matematiskt sätt att tänka på.

Många forskare har studerat matematikinslag i konsten. Musik var en av fokuspunkterna i dessa studier och det konstaterades att genom historien har många matematiker undersökt denna fråga. Pythagoras, Leonardo Bonacci (även känd som Fibonacci) och många andra har bidragit till forskningen. Olika aspekter av matematik, allt från grundgeometri och nummersekvenser till trigonometri, har visat sig användas i musikaliska kompositioner.

I denna uppgift kommer vi att fokusera på matematikens användbarhet i musikaliska kompositioner genom att först undersöka systemet för pythagorisk stämning och sedan utforska alternativen som det ger för musikkomposition.

## Hur funkcar musik?

När vi spelar musik, produceras vibrationer och rörelsen av luftpartiklar genom öronen gör att vi hör ljuden på rätt frekvens. Om du tittar på en gitarsträng kan du se den röra sig på ett visst sätt och i en viss takt. När vi spänner en sträng blir tonhöjden högre och frekvensen snabbare. Det som produceras kallas en ljudvåg och det går rakt in i våra öron och påverkar vätskan i hörselsnäckan i den inre delen av örat.

Naturligtvis var Pythagoras, en grekisk filosof från omkring 570 - 495 f.v.t. inte medveten om allt vi vet idag om människokroppen och musikalisk komposition. Men han utvecklade en teori om hur man beräknar förhållandena i intervaller, vilket är vad du kommer att lära dig i den här uppgiften. Legenden säger att han hörde olika ljud från hammaren och städet i en smedja och fick reda på att när en hammare var dubbelt så stor eller tung som en annan, producerade den samma ton en oktav högre.



Du kan lära dig mer om var ljud kommer från i följande video:

[https://www.youtube.com/watch?v=i\\_0DXxNeaQ0](https://www.youtube.com/watch?v=i_0DXxNeaQ0)

## Ordlista

**Frekvens:** ger hastigheten i en vibration och tonhöjden för ett ljud.

**Hörselsnäcka:** spiralgången i innerörat som reagerar på ljudvibrationer.

**Intervall:** är tonhöjdsskillnaden mellan två toner.

**Ljudvåg:** visar den vibration som produceras av ett ljud. Längden och hastigheten bestämmer tonhöjden eller frekvensen för ljudet.

**Oktav:** är skillnaden i tonhöjd mellan en not och en annan som har dubbla frekvensen

**Tonhöjd:** är om en ton låter högt eller lågt och mäts i Hertz.

# Matematiken bakom musikskapande

 Titta på denna film av Working iveshoot som förklarar fenomenet i detalj:

<https://www.youtube.com/watch?v=rTT1XHJKKug>.

## Toner och intervall:

En stämning är det som används för att bestämma vilka tonhöjder som ska spelas.

Det finns tolv toner i den pythagoriska stämningen:



Bild 1: Pianotangenter med toner

Intervallema består av två toner. Till exempel kallas intervallet C till E en stor decima. Pythagorisk stämning baseras på förhållandet **(1:2)** i intervaller som kallas **oktaver**, som C to C' och på förhållandet **(2:3)** i intervaller som kallas **den perfekta kvinten**, som C till G.

Pytagoreerna trodde att bara toner vars frekvenser var ett litet bråk (med låga tal) var behagliga att höra tillsammans. Därför valde de oktaven och den perfekta kvinten som grund för att bygga musikaliska kompositioner.



## Hur funkar det?

Enligt pythagorisk stämning behöver vi arbeta med oktaven och den perfekta kvinten för att beräkna förhållandena inom en skala.

**Vi tar några exempel: börjar med C och använder bara helfoner (de vita):**

1) Vad vi vet: C till G är (2: 3) och G till D' är också (2: 3)

Vad vi vill: Att hitta C till D'

Vad vi gör: vi multiplicerar båda förhållandena.

$$\text{Matten: } \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$$

Förhållandet är (4:9)

C	D	E	F	G	A	B	C'	D'	E'	F'	
2:				3							x2
				2:				3			x3
4:								9			

1) Vad vi vet: C till D' är (4: 9) och oktaven D till D' är (1: 2)

Vad vi vill hitta: C till D

Vad vi gör: vi delar förhållandet (4: 9) med (1: 2)

$$\text{Matten: } \frac{9/4}{2/1} = \frac{9}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{9}{8}$$

Förhållandet är: (8:9)

C	D	E	F	G	A	B	C'	D'	E'	F'	
4:								9:			x2
	1:							2			x9
8:	9										



## UPPGIFT

### Leta efter fler förhållanden!<sup>1</sup>

Hitta de andra bitarna i huvudskalan som börjar med C.

Fyll i följande tabeller för att göra det.

1) Vad vi vet: C till D är (8: 9) och D till A är (2: 3)

Vad vi vill hitta: C till A

Vad vi gör:

Matten:

C	D	E	F	G	A	B	C'	D'	E'	F'	

2) Vad vi vet: C till A är (16: 27) och A till E' är (2: 3)

Vad vi vill hitta: C till E'

Vad vi gör:

Matten:

C	D	E	F	G	A	B	C'	D'	E'	F'	

<sup>1</sup> Inspirerad av Working iveshoots video : <https://www.youtube.com/watch?v=rTT1XHJKKug>





3) Vad vi vet: C till E' är (32: 81) och E till E' är (1: 2)

Vad vi vill hitta: C till E

Vad vi gör:

Matten:

C	D	E	F	G	A	B	C'	D'	E'	F'	

4) Vad vi vet: C till E är (64:81) och E till B är (2: 3)

Vad vi vill hitta: C till B

Vad vi gör:

Matten:

C	D	E	F	G	A	B	C'	D'	E'	F'	

5) Vad vi vet: C till B är (128: 243) och B till F' är (2: 3)

Vad vi vill hitta: C till F'

Vad vi gör:

Matten:

C	D	E	F	G	A	B	C'	D'	E'	F'	

6) Vad vi vet: C till F' är (256: 729) och F till F' är (1: 2)

Vad vi vill hitta: C till F

Vad vi gör:

Matten:

C	D	E	F	G	A	B	C'	D'	E'	F'	

**Du kan nu visa förhållandena för alla toner!**

C	D	E	F	G	A	B	C'
1/1	9/8			3/2			2/1



## LÄR DIG MER...

Film om var ljud kommer från:

[https://www.youtube.com/watch?v=i\\_0DXxNeaQ0](https://www.youtube.com/watch?v=i_0DXxNeaQ0)

Film om hur matte används i musik:

<https://www.youtube.com/watch?v=rTT1XHJKKug>

Pythagoras teorier inom musik, geometri och matematik:

[http://www.historyofmusictheory.com/?page\\_id=20](http://www.historyofmusictheory.com/?page_id=20)

"En undersökning av förhållandet mellan matematik och musik" av Saloni Shah, 2010:

[http://eprints.ma.man.ac.uk/1548/1/covered/MIMS\\_ep2010\\_103.pdf](http://eprints.ma.man.ac.uk/1548/1/covered/MIMS_ep2010_103.pdf)

Experiment med pythagorisk stämning:

<https://www.youtube.com/watch?v=CKGsiGYzYxA>